
Università degli Studi “*Roma Tre*”

Facoltà di Ingegneria

Jacopo Serafini

**Modelli aeroservoelastici per lo studio dell’interazione elicottero
pilota**

Docente guida: Prof. Massimo Gennaretti

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Meccanica e Industriale
XXI Ciclo

Indice

Elenco delle Figure	9
Elenco delle Tabelle	9
1 Introduzione	12
1.1 Rotorcraft Pilot Coupling	16
1.2 RPC aeroelastico	17
2 Modello aeroelastico del rotore principale	22
2.1 Sistemi di riferimento	23
2.2 Modellazione strutturale	25
2.3 Modellazione aerodinamica	29
2.3.1 Espressione delle forzanti aerodinamiche	32
2.3.2 Aerodinamica quasi stazionaria	34
2.3.3 Aerodinamica non stazionaria	36
2.3.4 Relazioni cinematiche	37
2.3.5 Modelli di velocità indotta	40
2.4 Espansione modale del sistema	42
3 Modellazione aeroelastica della fusoliera	44
3.1 Dinamica rigida di fusoliera	45
3.2 Dinamica elastica di fusoliera	46

3.2.1	Aerodinamica di fusoliera	48
3.2.2	Rotore di coda	48
3.3	Servoelasticità	49
4	Linearizzazione del sistema	50
4.1	Trascinamento del rotore	51
4.1.1	Carichi modali	52
4.1.2	Carichi all'hub	54
4.2	Relazioni cinematiche a 3/4 corda	58
4.3	Derivative	58
4.3.1	Derivative di fusoliera	58
4.3.2	Derivative del rotore di coda	60
4.4	Equazioni linearizzate	61
5	Modellazione Biodinamica	62
5.1	Comando collettivo	63
5.2	Comando ciclico	68
5.3	Legame cinematico tra comando collettivo e accelerazione del seggiolino	70
6	Modello aeroelastico completo	72
6.1	Analisi di stabilità	74
6.1.1	Determinazione della condizione di volo all'equilibrio	74
6.1.2	Studio del sistema perturbativo	75
7	Risultati numerici	76
7.1	Rotore isolato	82
7.1.1	Frequenze e forme modali	82
7.2	Analisi di stabilità per RPC	86

7.2.1	RPC <i>rigid body</i>	87
7.2.2	RPC aeroelastico	88
7.3	Analisi parametrica sulla modellazione aeroelastica di rotore	91
7.4	Analisi parametriche sui parametri strutturali di fusoliera	92
7.4.1	Influenza dello smorzamento strutturale	94
7.4.2	Influenza della frequenza del primo modo elastico	94
7.5	Influenza della modellazione dei comandi	95
7.5.1	Ordine della dinamica della leva del collettivo	95
7.5.2	Influenza dell'inclusione dell'effetto del pilota sul comando ciclico	95

Elenco delle figure

1.1	<i>Frequenze caratteristiche dell' RPC</i>	18
1.2	<i>Principali interazioni tra i componenti dell' elicottero</i>	19
1.3	<i>Schema SISO per l'analisi di RPC</i>	20
2.1	<i>Riferimenti hub</i>	24
2.2	<i>Riferimenti pala</i>	25
2.3	<i>Scia a valle di un rotore in volo di discesa, formulazione potenziale presentata in [23]</i>	31
2.4	<i>Parte reale (F) e immaginaria (G) della funzione $C(k)$ in funzione di $1/k$</i>	34
2.5	<i>Componenti di velocità del quarto di corda nel riferimento pala deformata</i>	35
2.6	<i>Proiezione delle forze aerodinamiche</i>	36
3.1	<i>Modello FEM della fusoliera del BO-105</i>	47
5.1	<i>Funzioni di trasferimento identificate da Mayo</i>	64
5.2	<i>Dipendenza del fattore di amplificazione dal valore angolare di riferimento della leva, in Mayo</i>	65
5.3	<i>Set up sperimentale dei test sperimentali nel simulatore BIBBY presso UoL</i>	66
5.4	<i>Confronto tra diverse funzioni di trasferimento</i>	67
5.5	<i>Modello Multi-body per la dinamica del pilota</i>	68
5.6	<i>Schema multiSISO per l'analisi di RPC</i>	69

5.7	<i>Funzioni di trasferimento identificate da Parham per il comando ciclico</i>	69
7.1	<i>BO-105 a terra presso l'aeroporto di Braunschweig</i>	76
7.2	<i>Viste del BO-105</i>	77
7.3	<i>Principali dimensioni del BO-105</i>	78
7.4	<i>Primo modo di fusoliera</i>	80
7.5	<i>Secondo modo di fusoliera</i>	81
7.6	<i>Terzo modo di fusoliera</i>	81
7.7	<i>Quarto modo di fusoliera</i>	81
7.8	<i>Diagramma fan ottenuto con il presente modello</i>	82
7.9	<i>Diagramma fan ottenuto tramite il programma commerciale CAMRAD</i>	83
7.10	<i>Forma modale del primo modo di lag identificata con il presente modello</i>	84
7.11	<i>Forma modale del primo modo di lag identificata tramite CAMRAD</i>	84
7.12	<i>Luogo delle radici in aria al variare della velocità di rotazione, presente modello</i>	85
7.13	<i>Luogo delle radici in aria al variare della velocità di rotazione, CAMRAD</i>	85
7.14	<i>Curva di trim, presente modello</i>	86
7.15	<i>Curva di trim, CAMRAD</i>	86
7.16	<i>Effetto dell'inserimento del pilota nel loop, con dinamica rigida del velivolo</i>	87
7.17	<i>Analisi di convergenza sul numero dei modi elastici di pala</i>	88
7.18	<i>Effetto del numero di modi elastici di pala sull'autovalore critico</i>	89
7.19	<i>Analisi di convergenza sul numero dei modi elastici di fusoliera, smorzamento critico</i>	89
7.20	<i>Analisi di convergenza sul numero dei modi elastici di fusoliera, frequenza dell'autovalore critico</i>	90
7.21	<i>Effetto dell'inclusione del pilota nel loop aeroelastico, caso in hover</i>	90
7.22	<i>Effetto dell'inclusione del pilota nel loop aeroelastico in volo d'avanzamento</i>	91
7.23	<i>Effetto dell'inclusione dei termini d'equilibrio elastico di pala sulla predizione del RPC</i>	92

7.24	<i>Sensibilità alla modellazione dell' inflow</i>	93
7.25	<i>Effetto dell'inclusione delle non stazionarietà di scia (modello bidimensionale)</i>	93
7.26	<i>Influenza della frequenza del primo modo elastico di fusoliera</i>	95
7.27	<i>Influenza del comando ciclico nel loop</i>	96

Elenco delle tabelle

5.1	<i>Poli e zeri della funzione di trasferimento identificata al variare della posizione di riferimento</i>	67
7.1	<i>Dati relativi alla fusoliera</i>	79
7.2	<i>Dati relativi al rotore principale</i>	79
7.3	<i>Primi modi elastici di fusoliera</i>	80

Ai miei amori

I'm ready to go anywhere, I'm ready for to fade

(B.D.)

Capitolo 1

Introduzione

L'attività di ricerca svolta nell'ambito del dottorato è stata incentrata sullo sviluppo di modelli aeroseveroelastici per l'analisi di stabilità di configurazioni elicotteristiche complete, in special modo in presenza di pilota.

L'interazione avversa tra velivolo e pilota comprende una vasta categoria di fenomeni, noti sin dagli albori dell'aeronautica, sia per i velivoli ad ala fissa che per quelli ad ala rotante.

Per lungo tempo essi sono stati imputati a scarsa abilità del pilota e a condizioni particolari di volo, a tal punto che, pur mettendo a serio repentaglio il volo, il loro recupero non era insegnato nel corso dell'addestramento dei piloti ed al di fuori della comunità dei certificatori aeronautici, erano tenuti in scarsissima considerazione. Negli ultimi decenni, ed in particolare man mano che altri tipi di instabilità del volo sono state studiate approfonditamente e in buona sostanza risolte, il panorama si è di molto modificato, grazie anche all'istituzione di molte commissioni nazionali e internazionali che hanno identificato un notevole deficit nella comprensione di questi fenomeni. Il National Research Council ne ha dato una definizione generale sufficientemente chiara, definendoli traiettorie e comportamenti di volo involontari che originano da un'interazione anomala tra il velivolo e il pilota, mentre l'USAF (aviazione militare americana), si riferisce semplicemente a questi fenomeni come *pilot-in-the-loop oscillations* per rimarcare il fatto che il sistema presenta tali instabilità o oscillazioni anomale esclusivamente a causa della presenza attiva (come si vedrà in seguito con attiva non si intende volontaria) del pilota.

Anche dal punto di vista della casistica, vi è un notevole ritardo nella catalogazione degli incidenti, per molteplici fattori: in *primis* perchè, come conseguenza di quanto detto sopra, i periti che si

occupano dell'analisi degli incidenti di volo sono poco informati del problema ed anche perché i mezzi tecnologici (quali i registratori di volo) sono inadeguati all'osservazione a causa di un rateo di campionamento insufficiente. Pertanto, molti incidenti causati da APC (*Aircraft Pilot Coupling*), non sono stati correttamente identificati.

Un esempio lampante di come si sia modificata negli ultimi anni la coscienza degli APC, è quello dell'indagine svolta sul MD-11 della società FedEx, precipitato in fase di atterraggio all'aeroporto di Newark, causato da un sovracontrollo del capitano sull'aeroplano durante l'atterraggio; l'investigazione aveva rivelato che vi era stata un'interazione anomala tra il pilota e il comando elevatore che aveva causato una divergenza dalla traiettoria di volo: in sostanza il pilota, nel tentativo di compensare le oscillazioni, impartiva dei comandi che, a causa della dinamica del velivolo, ottenevano l'effetto opposto (inversione dei comandi).

Un altro caso noto di APC è quello accaduto al volo JAL 706 (MD-11) nel quale le oscillazioni si manifestarono in fase di discesa alla quota di 17000 piedi. In questo caso tuttavia, l'ente giapponese di indagine (AIB) ascrisse il problema all'incapacità del pilota di trovare la giusta procedura per alleviare il fenomeno. Appare evidente, tuttavia, che questa giustificazione è poco aderente alla realtà, in quanto è stato più volte dimostrato che il velivolo gioca un ruolo fondamentale negli APC (ad esempio provando la stessa condizione di volo con differenti velivoli e lo stesso pilota, si trovano risultati completamente opposti) e quindi risulta chiaro che è di fondamentale importanza esserne consci in fase progettuale dei velivoli di nuova generazione. Com'è noto infatti i velivoli sono progettati in modo da rispettare i limiti di stabilità, ma senza eccedere. Una forte stabilità tende infatti a causare una risposta ai comandi eccessivamente lenta che risulta in una mancanza di manovrabilità.

Il margine stabilità dei velivoli è quindi solitamente abbastanza limitato con la conseguenza che determinati modi propri della sua dinamica risultano essere fortemente oscillatori e poco smorzati (ad esempio il moto fugoide). La presenza attiva del pilota d'altronde, modifica le considerazioni classiche della stabilità dei velivoli, in quanto può far diventare critici anche dei modi tipicamente definiti stabili (ad esempio il moto di corto periodo) poichè si presentano a frequenze tali che l'accoppiamento con il pilota può stravolgerne il comportamento. Prendendo questo come caso esemplificativo, si è dimostrato che una frequenza elevata per il modo di cortoperiodo minimizza l'interazione col pilota ed è quindi da ricercarsi in fase progettuale. Tale frequenza è influenzata da parecchi fattori, tra cui il margine di stabilità scelto nella progettazione, il momento d'inerzia di

beccheggio, la quota di volo e la tipologia di controlli presenti sul velivolo (AFCS), ad esempio con la presenza di sistemi *Fly-By-Wire* (FBW) e di stabilizzazione automatica (SAS). Attualmente le normative in termini di test di volo riguardano esclusivamente la posizione del baricentro e i limiti strutturali del velivolo, trascurando gli effetti che la distribuzione dei pesi può avere sul momento di inerzia. Quindi la stessa posizione del baricentro può essere associata a momenti di inerzia tali da rendere critica o non critica la frequenza di cortoperiodo nell'accoppiamento con il pilota. Riguardo gli AFCS, essi hanno reso possibile lo sviluppo di velivoli molto più prossimi al limite di stabilità rispetto al passato, con conseguenze che possono rivelarsi potenzialmente pericolose se in fase di definizione dei sistemi stessi non si siano studiati i fenomeni di interazione col pilota. Infine, analogamente, quote più alte, tendendo naturalmente a generare smorzamenti più piccoli, aumentano la vulnerabilità agli APC.

Parallelamente a questi concetti, lo studio dell'APC ha portato all'analisi degli eventi scatenanti (*triggers*) ed ad una successiva catalogazione in tal senso. In particolare, per quei fenomeni che derivano da un'interazione tra velivolo e pilota che non prevede il coinvolgimento di comportamenti fortemente non lineari (e che quindi possono essere studiati con modelli linearizzati) si parla di APC di categoria I, cui appartengono le instabilità studiate nel corso della tesi. Si parla invece di categoria II, quando l'instabilità è imputabile a comportamenti non linearizzabili, quali ad esempio la saturazione dei comandi. Infine la categoria III comprende quelle instabilità che richiedono particolari disturbi alla condizione di volo, quali raffiche o guasti o funzionamento intermittente di qualche componente (dagli attuatori, ai sistemi di visualizzazione, al serraggio del seggiolino del pilota).

Il fattore più critico nella modellazione di questi fenomeni, risulta, ovviamente, la predizione del comportamento del pilota. I piloti hanno esperienze di volo molto dissimili che li portano a volare con comportamenti assai diversi: genericamente si possono raggruppare come piloti *high gain*, ovvero quelli che tendono ad usare i comandi in maniera più brusca e piloti *low gain* che a parità di compito (*task*), tendono ad usare i comandi in maniera più misurata. Ovviamente la prima categoria tende ad essere più incline all'insorgere di APC, ma vi sono una moltitudine di fattori che possono portare un pilota *low gain* verso un comportamento *high gain*, quali ad esempio una scarsa abitudine al pilotare quel determinato tipo di velivolo. Questo attiene principalmente alla sfera dell'addestramento, ma comunque non esonera i costruttori a ricercare soluzioni che rendano, anche da questo punto di vista, i velivoli meno soggetti ad APC, specialmente dato che l'addestramento,

anche dietro spinta dei costruttori, tende ad essere più incentrato sul volo automatico che sul volo manuale, per tutta un insieme di ragioni tra cui la sempre crescente complessità del *cockpit* e i minori consumi. Tale spinta tuttavia non tiene conto del fatto che eventi imprevisti possono obbligare il pilota a prendere i comandi in prima persona, generando una situazione di oggettiva difficoltà sia a causa dello scarso addestramento, sia a causa del comportamento assai diverso del velivolo in queste condizioni; se a ciò si aggiunge il fatto che tali situazioni generano notevole stress nel pilota, si capisce che facilmente anche un pilota *low gain* possa cambiare sensibilmente il suo comportamento.

L'altro fattore che influenza pesantemente il comportamento del pilota è il *task*: lo stesso pilota tenderà ad avere un comportamento sensibilmente più brusco, con comandi più accentuati, in fasi del volo in cui gli sia richiesta particolare precisione, quali ad esempio l'atterraggio, durante il quale il pilota deve far mantenere al velivolo un rateo di discesa che si discosti di poco dal valore atteso.

Infine è stata osservata un'altra causa di possibile insorgenza di APC sui velivoli di nuova generazione che dispongono della possibilità di disattivare parte dei controlli automatici e quindi di volare in modalità mista, ad esempio disattivando l'*autothrottle* ma non il controllo sulle superfici aerodinamiche; questo può generare degli accoppiamenti avversi tra il pilota e il sistema di controllo, che possono ricondurre a situazioni di *high gain*. In generale, all'aumentare della complessità dei sistemi di controllo, possono insorgere delle discrepanze tra i comandi esercitati dal pilota e quelli effettivamente attuati, che possono facilmente causare degli APC, anche senza arrivare al caso drastico di malfunzionamento di detti sistemi come nel citato caso del volo della FedEx. La scelta di introdurre il concetto di interazione pilota-macchina partendo dal caso dei velivoli ad ala fissa è stata pressoché obbligata dato che, contrariamente a quanto avviene per questi, l'analisi di questo accoppiamento in ambito elicotteristico è, allo stato dell'arte, ancora in una fase prettamente embrionale, e non sono ancora ben chiari i meccanismi che ne regolano l'interazione, né le capacità e il dettaglio simulativo necessari per la predizione dei fenomeni che vengono racchiusi sotto l'acronimo di RPC (Rotorcraft-Pilot-Couplings); infatti, se essi sono da ritenersi in parte simili a quelli che regolano l'APC, è indubbio che le specificità delle macchine ad ala rotante (sistemi di controllo differenti, maggiore tendenza generale all'instabilità, forti non linearità nel comportamento aerodinamico, possibilità di forte interazione aerodinamica tra le varie parti, carico di lavoro per il pilota assai maggiore, nonché una generale mancanza di comfort sia acustico che vibratorio nel cockpit) tendono a rendere l'elicottero una macchina assai più soggetta a accoppiamenti avversi. Questo

ritardo nella ricerca, dovuto principalmente ad un generico ritardo tecnologico nello sviluppo dei velivoli ad ala rotante rispetto a quelli ad ala fissa, ha fatto sì che la catalogazione degli RPC ricalcasse quella sviluppata per gli APC.

Il lavoro di tesi è stato incentrato sullo sviluppo di modelli aeroservoelastici/biodinamici e di metodologie di analisi per lo studio preliminare dell'insorgenze di RPC su elicotteri. Questi modelli hanno permesso successivamente di effettuare una vasta campagna di indagini parametriche sia sui requisiti di modellazione necessari sia sui principali parametri strutturali, tese a delineare delle linee guida per la progettazione di elicotteri *RPC free*. In particolare, allo stato dell'arte, il primo aspetto (quello relativo alla accuratezza di modellazione necessaria) risulta essere di particolare interesse: infatti, data la complessità dell'elicottero, in special modo dal punto di vista aerodinamico, risulta indispensabile una preliminare comprensione degli aspetti fondamentali che regolano le interazione pilota-velivolo, per realizzare strumenti efficaci, anche se non necessariamente accurati per altri tipi di analisi, per lo studio di configurazioni in fase preliminare (collegandosi quindi di fatto al secondo punto). Inoltre è stato così possibile definire le successive linee guida dell'attività di ricerca nel campo in esame. La ricerca è stata svolta nell'alveo del progetto di ricerca europeo GARTEUR AG16, in collaborazione con altri centri di ricerca ed università europee ([25]). Il consorzio GARTEUR nasce con lo specifico scopo di stimolare la ricerca e la cooperazione nella ricerca aeronautica a livello europeo e si era già accostato alla tematica APC in una precedente attività di ricerca.

1.1 Rotorcraft Pilot Coupling

Come detto in precedenza nell'ultima decade, parallelamente all'evoluzione dei sistemi di controllo automatici e alla sostanziale risoluzione dei problemi di instabilità classica, c'è stato un discreto aumento di interesse riguardo le cause e le possibili soluzioni per le eccessive oscillazioni e le instabilità dovute agli accoppiamenti tra pilota ed elicottero. L'interesse nella prevenzione nasce da una serie di incidenti passati, spesso con conseguenze catastrofiche, che, come visto per i velivoli ad ala fissa, si sono scoperti non imputabili a scarsa perizia del pilota. In particolare questi fenomeni tendono ad essere accentuati, oltre che dalle cause esposte in precedenza e che in parte verranno analizzate nel seguito della tesi, anche dai particolari compiti richiesti al pilota di elicottero che

spesso richiedono la massima attenzione e precisione. Si pensi ad esempio al trasporto di carichi a bassa quota anche in ambito urbano, ai ritretti spazi di atterraggio, al posizionamento di precisione, alla vicinanza di potenziali pericoli in campo militare.

Abbiamo detto che la catalogazione e l'analisi fenomenologica di RPC muove i suoi passi da quella sviluppata per APC: oltre alle catalogazioni già enunciate, si è soliti riferirsi agli RPC utilizzando gli acronimi PIO (*Pilot Induced Oscillations*) e PAO (*Pilot Assisted Oscillations*) a seconda che la partecipazione del pilota sia intenzionale o passiva. Questa catalogazione (anch'essa mutuata) risulta essere di particolare interesse per gli elicotteri dato che il range di frequenze delle oscillazioni risultanti è più vasto e supera di gran lunga quello della risposta cosciente del pilota; tuttavia risulta non necessariamente chiara, data la presenza di sovrapposizioni tra il comportamento intenzionale e quello non intenzionale. Collegata a quest'ultima catalogazione, ne è stata sviluppata un'altra che suddivide i vari tipi di instabilità tra *rigid body* RPC e *aeroelastic* RPC in base al campo di frequenze alle quali si presentano: i primi risiedono alle basse frequenze $< 2Hz$ e riguardano tipicamente il campo della meccanica del volo (nella quale il velivolo viene considerato corpo rigido), i secondi risiedono tra i 2 e gli $8Hz$ e coinvolgono la dinamica elastica di fusoliera e rotore: vi è quindi una certa corrispondenza tra questa catalogazione e la divisione tra PIO e PAO a causa delle frequenze proprie della risposta volontaria degli esseri umani.

Come conseguenza di questa classificazione, diversi sono gli aspetti critici di interesse: mentre per il *rigid body* RPC gli aspetti fondamentali sono la dinamica rigida del velivolo e i controlli automatici (AFCS), nell'RPC aeroelastico essi risiedono nell'aeroelasticità di rotore e fusoliera.

1.2 RPC aeroelastico

Avendo definito quindi cosa si intende per RPC aeroelastico, è di seguito illustrata la fenomenologia fondamentale di questo tipo di instabilità.

Il pilota, seduto nel *cockpit* è soggetto alle vibrazioni trasmesse rigidamente ed elasticamente dalla fusoliera. Quando la frequenza di queste vibrazioni sale oltre i $2Hz$, il pilota non risponde più volontariamente e quindi esse sono trasmesse ai comandi esclusivamente tramite l'impedenza equivalente tra comandi e seggiolino (il tramite della vibrazione tra elicottero e pilota), rappresentativa del corpo. I comandi sono quindi soggetti a un moto a relativamente alta frequenza che può causare

un aumento anomalo dei carichi vibratori trasmessi al velivolo, innescando un *loop* instabile.

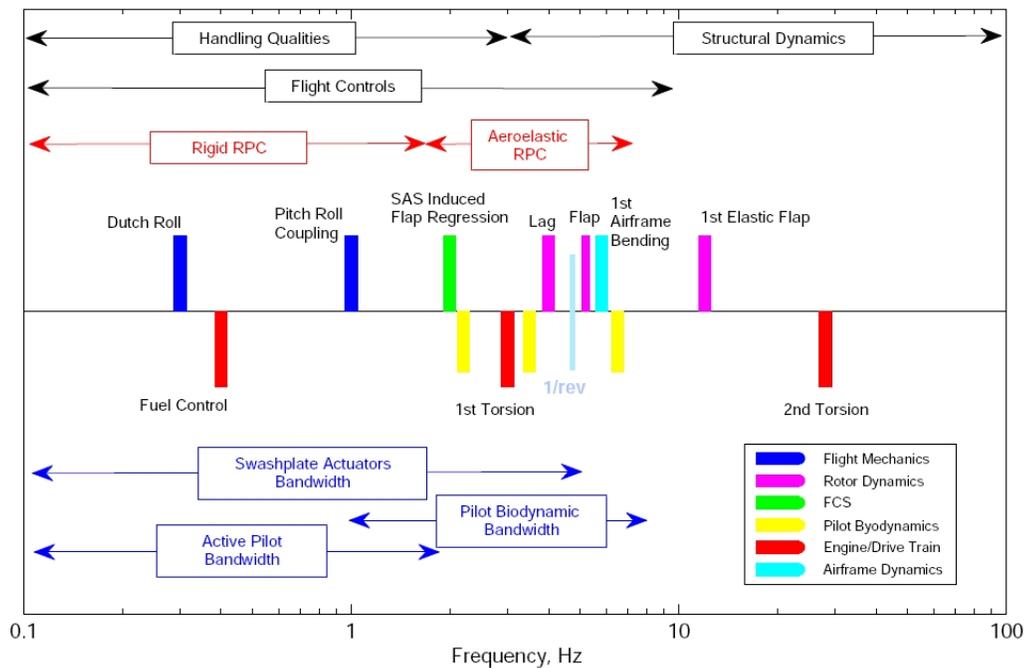


Figura 1.1: Frequenze caratteristiche dell' RPC

Comunque, come si pu notare dalla figura 1.1 anche gli aspetti più tipicamente legati alla meccanica del volo e che influenzano pesantemente gli accoppiamenti volontari tra pilota e elicottero, rivestono un ruolo di una certa importanza nell' RPC aeroelastico, mentre è poco chiaro se ci sia anche una seppur marginale influenza della partecipazione volontaria del pilota. Di sicuro, la dinamica aeroelastica dei modi a bassa frequenza di fusoliera e di rotore (quelli meno smorzati, incidentalmente) sono gli aspetti fondamentali delle fenomenologia in esame, insieme, ovviamente alla biodinamica del pilota. Inoltre anche la dinamica dei servocomandi, dai comandi alla loro attuazione allo *swashplate*, è solitamente confinata in un range di frequenze non lontane da quelle proprie del pilota e quindi può rivestire un ruolo fondamentale.

Per quanto riguarda il limite superiore della frequenza dei fenomeni di RPC, esso viene usualmente posto attorno agli $8Hz$, in quanto al di sopra di tale valore il pilota mostra una risposta praticamente nulla e quindi il non vi è più la chiusura dell'anello di retroazione; questo ovviamente non significa che non siano possibili altri tipi di instabilità, ma semplicemente che tali instabilità non coinvolgo-

no il pilota. Anche limitandosi a tale *range* di frequenze, comunque, è richiesto un alto livello di complessità e dettaglio nella modellazione, dato il numero elevato di fattori in gioco. Questo fatto richiede quindi lo sviluppo di modelli *ad hoc* per questo tipo di analisi, che pur non presentando la flessibilità di codici *multipurpose* (FEM+CFD), permettano di studiare il problema con un numero di gradi di libertà ragionevoli, avendo stabilito a priori il livello di dettaglio richiesto per i vari aspetti.

In figura 1.2 sono riportati i principali elementi e interazioni tra i sottosistemi che compongono

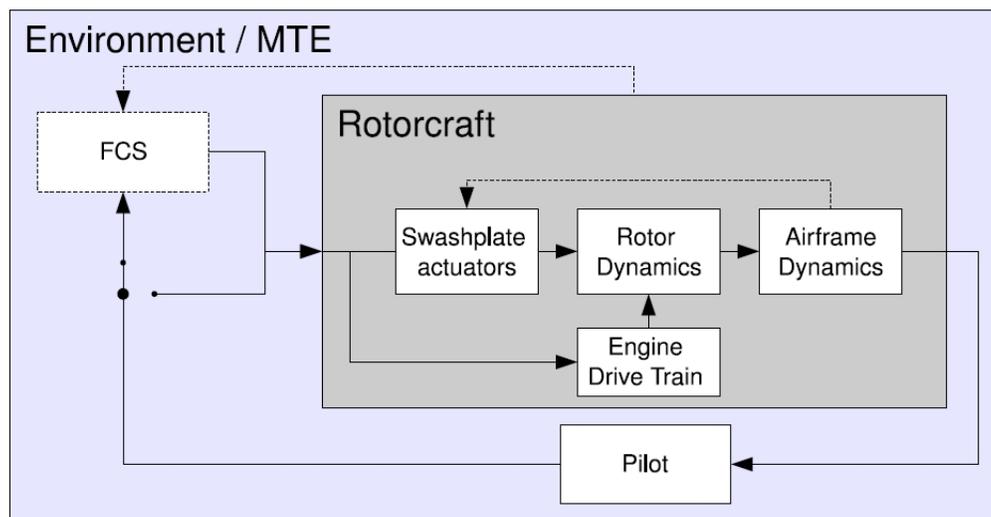


Figura 1.2: *Principali interazioni tra i componenti dell'elicottero*

l'elicottero. La capacità di modellare con accuratezza l'RPC aeroelastico risiede non solo nella possibilità di simulare correttamente le varie parti, ma anche nel descriverne nella maniera il più possibile accurata, le varie interazioni. Tuttavia per la natura stessa dell'elicottero, queste interazioni sono molteplici e possono risultare assai complesse da modellizzare (si pensi ad esempio all'interazione tra la scia rilasciata dal rotore principale e il ruotino di coda), richiedendo uno sforzo computazionale che può diventare critico, specialmente per delle analisi da svolgersi in fase progettuale. In questo senso appare ancora più chiaro uno degli obiettivi della tesi, ossia quello di indentificare quali dettagli simulativi sono e saranno di interesse per l'analisi di RPC.

L'attività di indagine è stata in particolare incentrata su di un particolare tipo di instabilità, il *vertical bouncing*, nel quale vi è un accoppiamento tra il moto vibratorio verticale trasmesso dal telaio e il moto della leva del collettivo, mediato dal tramite costituito dal pilota. La conseguenza è un

moto di *coning* del rotore principale associato ad un moto di oscillazione verticale della fusoliera. La scelta è stata dettata dal fatto che questo tipo di instabilità è forse il tipo più noto e comune di RPC, che si presenta sia in volo a punto fisso che in volo d'avanzamento. Esso coinvolge principalmente il comando collettivo, riducendo la complessità richiesta al modello di pilota che, allo stato attuale, rappresenta l'anello più debole della simulazione. Essa inoltre è stata svolta su un BO-105, principalmente per la disponibilità di un vasto archivio di dati su questo velivolo; il BO-105 infatti non risulta essere soggetto al *vertical bouncing*, tuttavia appartenendo alla categoria di elicotteri con rotore *hingless*, presenta dei momenti di controllo sufficientemente elevati da poter risultare un valido caso test per il fenomeno in questione.

Il modo più semplice per rappresentare il modello necessario per studiare il *vertical bouncing*

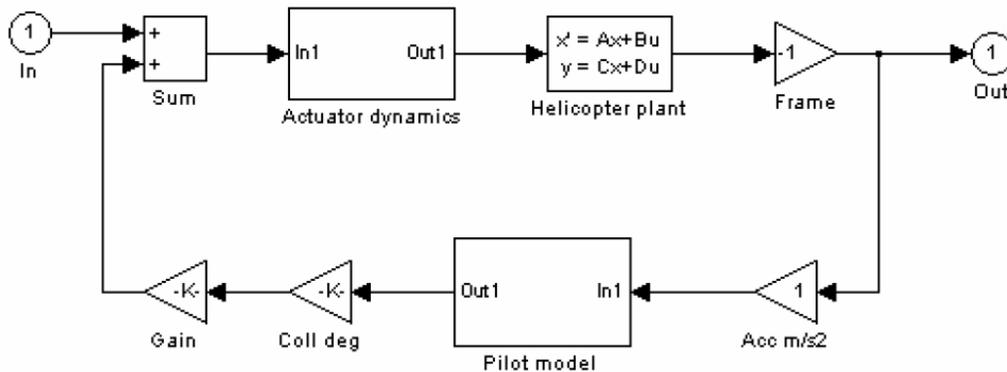


Figura 1.3: *Schema SISO per l'analisi di RPC*

è rappresentato in figura 1.3. La dinamica aeroservoelastica del velivolo (*helicopter plant*, che contiene la dinamica rigida ed elastica di fusoliera, l'aeroelasticità di rotore e la dinamica dei servocomandi) è un sistema SISO (*input* singolo, *output* singolo) e fornisce al modello di pilota l'accelerazione verticale del seggiolino, ottenendone in *input* la perturbazione sul comando collettivo. Ovviamente questa modalità di rappresentare il sistema è arbitraria, tuttavia risulta logica se consideriamo che lo sviluppo di modelli di elicotteri è, per quanto non completo, decisamente più avanzato di quello di piloti e che storicamente i due settori di indagine (l'aeroelasticità e la biodinamica) sono assai distinti.

Usualmente (e così è stato fatto anche nel corso di questa tesi) l'analisi di stabilità per RPC di categoria I (quali ad esempio il *vertical bouncing*), nei quali, come detto, gli aspetti fortemente non lineari e le perturbazioni esterne non sono di interesse, è effettuata sul sistema linearizzato,

ottenuto perturbando una condizione di volo all'equilibrio precedentemente calcolata (ovvero identificandone il comportamento lineare) e successivamente valutando gli autovalori della matrice di stato. Questa tecnica dà in questo caso un *feedback* immediato e di facile comprensione sui margini di stabilità del sistema, nonostante sia per sua natura limitato.

Capitolo 2

Modello aeroelastico del rotore principale

In ambito elicotteristico gran parte dell'attenzione nella ricerca è stata da sempre rivolta allo studio del comportamento del rotore principale. Questo è dovuto a due motivi fondamentali: da una parte il rotore principale, ancora più delle ali nei velivoli ad ala fissa, rappresenta il cuore della macchina, fornendole gran parte delle forze e dei momenti di propulsione, sostentamento e controllo; dall'altra è, per sua natura, di descrizione aeroelastica assai complessa, essendo sede di importanti deformazioni elastiche (tali da rendere indispensabile l'introduzione delle non linearità geometriche), nonché di numerosi fenomeni dinamici ed aerodinamici (forte contributo della dinamica della scia, risultante in un *downwash* tridimensionale e fortemente non stazionario sul rotore, interazioni corpo-vortici, porzioni di pala con flusso non attaccato e inverso, presenza di stallo dinamico, effetti di comprimibilità al *tip*..). L'insieme di tali fenomeni risulta in una modellazione caratterizzata da forti accoppiamenti e da una complessità generale elevata, ritardando di almeno un decennio rispetto a quello delle ali lo standard simulativo per rotori.

Quanto detto giustifica la scelta di dedicare tanta attenzione allo sviluppo del modello di rotore principale (e, nello specifico, la scelta di dedicargli un capitolo separato della tesi), nonché il numero di pubblicazioni che dal dopoguerra di sono succedute sul tema e che hanno interessato in una prima fase l'identificazione di modelli aeroelastici semplici, basati sull'utilizzo di un modello elastico a parametri concentrati (l'introduzione dell'elasticità è praticamente indispensabile anche per la semplice analisi delle prestazioni del rotore) e di aerodinamiche particolarmente semplici ([1],[2]), evolvendosi man mano verso modelli più complessi, sia dal punto di vista strutturale, tipicamente mediante schematizzazione con trave equivalente ([3]) che dal punto di vista aerodi-

namico, campo nel quale la ricerca ha esplorato i vari fenomeni di interesse, non riuscendo però a tutt'ora a pervenire ad una formulazione unificata dell'aerodinamica di rotori. Lampante (ma ovviamente non è l'unico) è il caso dell'inclusione degli effetti di scia, che (spesso ancora oggi) vengono introdotti con due distinti contributi correttivi rispetto all'aerodinamica non stazionaria di sezione, a seconda che si tratti di effetti derivanti dalla tridimensionalità del flusso o dal moto piano della sezione. Il problema principale riscontrato nell'unificazione della teoria aerodinamica risiede da un lato nell'impossibilità pratica (allo stato attuale dell'evoluzione informatica) di utilizzare solutori numerici complessi (RANS,LES,RANS-LES), che sarebbero necessari per la descrizione completa dei fenomeni, specie in campo aeroelastico, dall'altro in una netta separazione (quasi geografica) delle competenze e del *know-how* scientifico presente nel settore. Se a questo si somma la tipica, e per ovvi motivi, giustificabile ritrosia del mondo industriale nel passare ad utilizzare strumenti più raffinati dal punto di vista teorico, si raffigura abbastanza compiutamente il quadro scientifico attuale.

2.1 Sistemi di riferimento

Nella descrizione del modello aeroelastico dell'elicottero, si utilizzeranno 6 riferimenti:

Sistema di riferimento inerziale

Consiste in una qualsiasi terna per la quale sia da ritenersi sufficientemente verificata la legge di Newton: usualmente, per i problemi di stabilità in aeronautica, si ritiene accettabile l'assunzione che una terna solidale colla terra con asse z diretto lungo la verticale, sia inerziale.

Sistema di riferimento assi corpo

E' individuato da una terna centrale solidale al velivolo. Il piano xz è assimilabile (anche se non propriamente) ad un piano di simmetria, rendendo quindi nulla le componenti I_{xy} e I_{zy} della matrice d'inerzia. E' ovviamente un sistema di riferimento non inerziale ed il suo orientamento rispetto alla terna inerziale risulta individuato dagli angoli di Eulero ϕ , θ , ψ . L'asse x è diretto verso il muso, l' y verso la parte destra, mentre l'asse z è diretto verso la parte inferiore del velivolo.

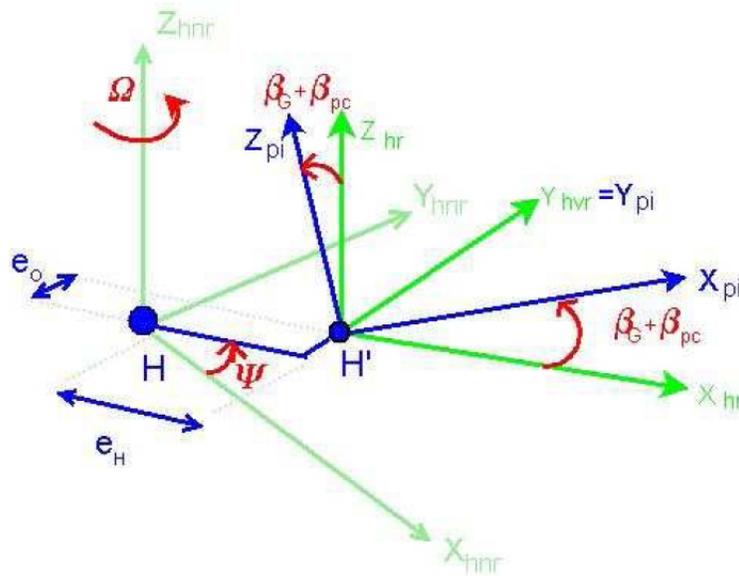


Figura 2.1: Riferimenti hub

Sistema di riferimento *hub* non rotante

E' il sistema di riferimento centrato nel centro del mozzo e rispetto al sistema di riferimento assi corpo è ruotato attorno all'asse y di un angolo pari a $\pi - \alpha_{mast}$, dove con quest'ultimo angolo si indica l'inclinazione dell'albero motore rispetto all'asse z .

Sistema di riferimento *hub* rotante

E' il sistema di riferimento centrato nel centro del mozzo e ruotato rispetto al precedente attorno all'asse z dell'angolo azimutale $\Psi = \Omega t$, dove Ω è la velocità di rotazione dell'albero motore rispetto alla fusoliera.

Sistema di riferimento pala indeformata

E' il sistema di riferimento centrato nella *flap hinge* della singola pala (per rotori *hingeless* si individua convenzionalmente un punto di cerniera equivalente in base alle proprietà elastiche della pala). Rispetto al precedente risulta ruotato attorno all'asse z dell'angolo di riferimento della pala stessa ($= (i - 1)2\pi/n_{pale}$, con i indice di pala e n_{pale} numero di pale) e successivamente attor-

no all'asse y dell'angolo di *precone* β_{pc} , usualmente presente negli elicotteri per ridurre lo stato tensionale della pala all'equilibrio in volo.

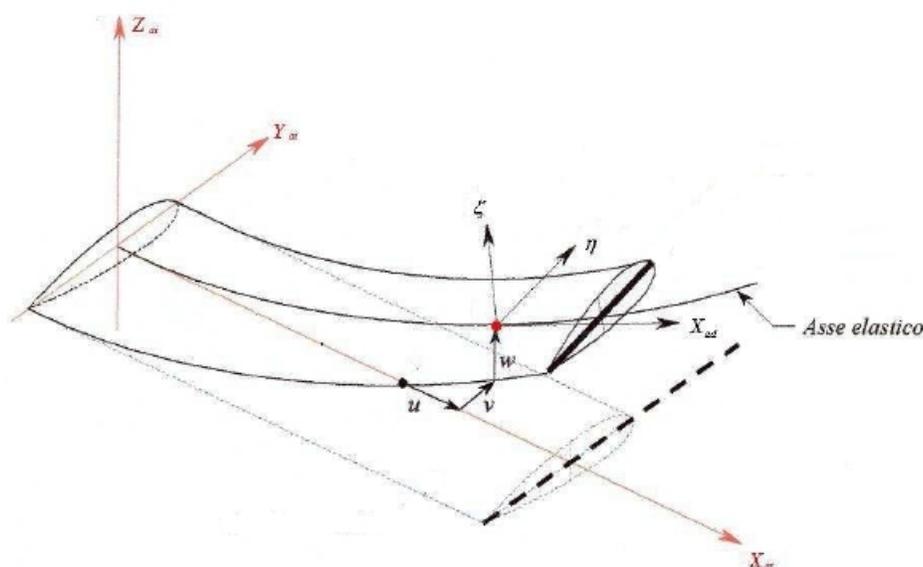


Figura 2.2: Riferimenti pala

Sistema di riferimento pala deformata

È un sistema di riferimento proprio della singola sezione della singola pala ed è solidale con la sezione stessa. Il centro del riferimento è posizionato nella traccia sulla sezione dell'asse elastico, l'asse ξ è quello normale alla sezione e tangente all'asse elastico stesso, l'asse η è diretto lungo la corda, mentre l'asse ζ normalmente ad essa.

2.2 Modellazione strutturale

Il modello strutturale di pala prende spunto da quello sviluppato nel 1974 da Hodges e Dowell ([3]) per travi allungate, svergolate, omogenee e isotrope rotanti, sottoposte a deformazioni moderate (ovvero geometricamente non lineari anche se ancora nel campo elastico). Tale tipo di modellazione monodimensionale della pala permette un comodo approccio all'aeroelasticità in termini di aerodinamica di sezione, in quanto esse si considerano indeformate e quindi la derivazione delle

velocità caratteristiche dell'aerodinamica risulta essere una semplice composizione di moti rigidi, una volta nota l'atto di moto della sezione.

Il modello è stato in seguito ([4]) generalizzato al caso di travi non omogenee e anisotrope ([5]). Nel corso di questa tesi, invece, il modello è stato integrato con i carichi inerziali dipendenti da un moto di trascinamento all'*hub*, il che rappresenta un passo necessario per passare dall'analisi di rotori isolati a quella di configurazioni elicotteristiche complete.

Analogamente alla trattazione esposta in [3] nella trattazione basata su principio variazionale (l'articolo originale contiene anche la derivazione Newtoniana delle equazioni), le equazioni del moto sono derivate a partire dal principio di Hamilton che afferma:

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(U - E_c) - \delta W] dt = 0 \quad (2.1)$$

dove U è l'energia di deformazione e E_c è l'energia cinetica del corpo, mentre δW è il lavoro virtuale delle forze esterne e t_1, t_2 due generici istanti di tempo.

Energia di deformazione

L'energia di deformazione U viene usualmente espressa in termini di sforzi e deformazioni puntuali, che nella notazione classica, sotto le ipotesi di indeformabilità a taglio, di sforzi monoassiali (di asse x) e di comportamento elastico lineare, forniscono l'espressione (per i dettagli riferirsi sempre a [3]):

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{R_{def}} \int \int_A (\sigma_{\xi\xi}\epsilon_{\xi\xi} + \sigma_{\xi\eta}\epsilon_{\xi\eta} + \sigma_{\xi\zeta}\epsilon_{\xi\zeta}) d\eta d\zeta d\xi \quad (2.2)$$

dove con σ si sono indicate le componenti dello sforzo e con ϵ quelle della deformazione, mentre con R_{def} e A rispettivamente la lunghezza del tratto di pala deformabile (a partire dall'*hinge offset*) e la sezione resistente. A questa espressione vanno inoltre affiancate le relazioni costitutive:

$$\sigma_{\xi\xi} = E\epsilon_{\xi\xi} \quad (2.3)$$

$$\sigma_{\xi\eta} = G\epsilon_{\xi\eta} \quad (2.4)$$

$$\sigma_{\xi\zeta} = G\epsilon_{\xi\zeta} \quad (2.5)$$

con E modulo di Young e G modulo di deformabilità a taglio.

Energia cinetica

L'espressione generale dell'energia cinetica

$$E_c = \frac{1}{2} \int_0^{R_{def}} \int \int_A \rho \vec{v}_P \cdot \vec{v}_P d\eta d\zeta d\xi \quad (2.6)$$

è stata estesa, come detto, al caso di *hub* in moto vario.

In questo caso l'espressione per la velocità del generico punto di pala \vec{v}_P risulta essere

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{hub} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{hub-P} + \vec{\Omega} \times \vec{r}_{hub-P} + \dot{\vec{r}}_{hub-P} \quad (2.7)$$

dove la v_{hub} rappresenta la velocità dell'*hub*, \vec{r}_{hub-P} il vettore che dall'*hub* punta in P , $\vec{\omega}$ la velocità angolare assoluta del riferimento *hub* non rotante, che comprende sia la velocità di rotazione imposta dal moto (elastico e rigido) della fusoliera al quale l'*hub* è connesso e Ω la velocità di rotazione dell'albero osservata dal riferimento *hub* non rotante. In $\dot{\vec{r}}_{hub-P}$ sono inclusi sia gli effetti di deformazione elastica della pala, che quelli di moto rigido dovuto ai comandi ed alla eventuale presenza di cerniere.

Quindi gli unici due termini che risentono del trascinamento sono la velocità angolare $\vec{\omega}$ e la velocità di trascinamento \vec{v}_{hub} , mentre le altre grandezze rimangono invariate rispetto alla trattazione in [3].

Equazioni del moto

A questo punto, seguendo ancora la trattazione di Hodges e Dowell, esprimendo sia i termini cinetici che quelli di deformazione ¹ in funzione delle variabili u, v, w, ϕ (spostamenti dell'asse elastico

¹Tramite le:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= u' + \frac{v'^2}{2} + \frac{w'^2}{2} + (\eta^2 + \zeta^2) \left(\theta' \phi' + \frac{\phi'^2}{2} \right) \\ &\quad - v'' [\eta \cos(\theta + \phi) - \zeta \sin(\theta + \phi)] \\ &\quad - w'' [\eta \sin(\theta + \phi) + \zeta \cos(\theta + \phi)] \\ \epsilon_{x\eta} &= -\frac{1}{2} \zeta \phi' \\ \epsilon_{x\zeta} &= \frac{1}{2} \eta \phi' \end{aligned}$$

nel riferimento pala indeformata e rotazione della sezione attorno all'asse elastico deformato), imponendo le condizioni al contorno e sotto l'ipotesi di inestensibilità dell'asse elastico, una volta adimensionalizzate le equazioni (dividendo per $m\Omega^2 R_{def}^2$, le prime due e per $m\Omega^2 R_{def}^3$ la terza, con m massa per unità di lunghezza della pala) ed avendo trattenuto solo i termini di ordine inferiore al terzo (*ordering scheme*, vedi [6]), si giunge al sistema integro-differenziale alle derivate parziali nella forma:

$$\begin{aligned} & [(\Lambda_2 - \Lambda_{21} \sin^2 \theta)v'''] + \frac{\Lambda_{21}}{2}[w'' \sin(2\theta)]'' + \Lambda_{21}[\phi w'' \cos(2\theta) - \phi v'' \sin(2\theta)]'' \\ & - [v' \int_x^1 (\bar{x} + 2\dot{v})d\bar{x}]' - 2 \int_{e_h}^x (v'\dot{v} + w'\dot{w}')d\bar{x} + \ddot{v} - v - 2\beta_{pc}\dot{w} - e_h[v'(1-x)]' = L_v + L_{in}^{v+} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} & [(\Lambda_1 + \Lambda_{21} \sin^2 \theta)w'''] + \frac{\Lambda_{21}}{2}[v'' \sin(2\theta)]'' + \Lambda_{21}[\phi v'' \cos(2\theta) + \phi w'' \sin(2\theta)]'' \\ & - [w' \int_x^1 (\bar{x} + 2\dot{v})d\bar{x}]' + \ddot{w} + 2\beta_{pc}\dot{v} + \beta_{pc}x - e_h\{[w'(1-x)]' - \beta_{pc}\} = L_w + L_{in}^{w+} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\mu^2 K}{2}[\phi'(1-x^2)]' - \kappa\phi'' + \mu^2\ddot{\phi} + \phi(\mu_2^2 - \mu_1^2) \cos(2\theta) - \mu^2 K[\theta' \int_x^1 (\bar{x} + 2\dot{v})d\bar{x}]' \\ & + \mu^2\ddot{\theta} + (\mu_2^2 - \mu_1^2)\frac{\sin(2\theta)}{2} + \Lambda_{21}[(w''^2 - v''^2) \sin \theta \cos \theta + v''w'' \cos(2\theta)] \\ & - e_h \mu^2 K[(\theta + \phi)'(1-x)]' = M_\phi \end{aligned} \quad (2.10)$$

in cui Λ_1 e Λ_2 rappresentano le rigidzze adimensionali di *flap* e *lag* ($\Lambda_{12} = \Lambda_2 - \Lambda_1$), κ quella di torsione, e_h l'*hinge offset*, μ_1 , μ_2 e μ i raggi di girazione adimensionali attorno agli assi di sezione tali che $\mu = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}$, β_{pc} l'angolo di *precone* mentre K è la radice quadrata del rapporto tra il momento polare d'inerzia (delle sezioni resistenti a trazione) e la massa di sezione. Infine L_v , L_w e M_ϕ rappresentano le forzanti aerodinamiche. Le prime due equazioni esprimono l'equilibrio dinamico alla traslazione nel piano e fuori del piano dei punti dell'asse elastico, mentre la terza equazione quello alla rotazione attorno all'asse elastico nella configurazione deformata.

Rinviando a [3], [6] e [4] per i dettagli dello sviluppo matematico e per la descrizione dei vari termini che compongono le equazioni, è in questa sede interessante far notare la presenza dei carichi inerziali adimensionali aggiuntivi L_{in}^{v+}, L_{in}^{w+} (il momento inerziale aggiuntivo nella terza equazione

è stato trascurato a seguito dell' *ordering scheme*), dovuti al moto di trascinamento e la loro forma:

$$\begin{aligned}
L_{in}^{v+} = & \dot{\bar{\omega}}_z(e_h + \bar{x}) + \bar{\omega}_x\bar{\omega}_y\bar{x} - 2\bar{\omega}_z v + (2\bar{\omega}_y\dot{w} + \dot{\bar{\omega}}_y w - \bar{\omega}_x x \beta_{pc} + \dot{\bar{\omega}}_y \bar{x} \beta_{pc}) \\
& - \bar{a}_x^{hub} - \bar{\omega}_x w) \sin(\Psi) + (\bar{\omega}_x^2 \bar{x} - \bar{\omega}_y^2 x) \sin(\Psi) \cos(\Psi) \\
& - (2\bar{\omega}_x \dot{w} + \dot{\bar{\omega}}_x w + \dot{\bar{\omega}}_x \beta_{pc} \bar{x} + a_y^{hub} + \bar{\omega}_y \beta_{pc} \bar{x} + \bar{\omega}_y w) \cos(\Psi) - 2\bar{\omega}_y \bar{\omega}_x \bar{x} \sin(\Psi)^2
\end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
L_{in}^{w+} = & a_z^{hub} + 2\bar{\omega}_z \beta_{pc} \bar{x} + (\beta_{pc} a_y^{hub} - \dot{\bar{\omega}}_y v - 2\bar{\omega}_y \dot{v} + \dot{\bar{\omega}}_x e_h + \dot{\bar{\omega}}_x \bar{x} + \bar{\omega}_y \bar{\omega}_z \bar{x} \\
& - \bar{\omega}_y \bar{x} - \bar{\omega}_y e_h - \bar{\omega}_x v) \sin(\Psi) + (2\bar{\omega}_x \dot{v} + \dot{\bar{\omega}}_x v - \beta_{pc} a_x^{hub} \\
& + \dot{\bar{\omega}}_y \bar{x} + \dot{\bar{\omega}}_y e_h + \bar{\omega}_x \bar{\omega}_y \bar{x} + \bar{\omega}_x \bar{x} + \bar{\omega}_x e_h - \bar{\omega}_y v) \cos(\Psi)
\end{aligned} \tag{2.12}$$

dove con $\bar{\omega}$ e a^{hub} si sono indicati i vettori delle componenti della velocità angolare del riferimento *hub* non rotante e dell'accelerazione dell'*hub* espresse nello stesso riferimento.

2.3 Modellazione aerodinamica

Come detto in precedenza l'aerodinamica di rotori si distingue fortemente da quella di ali in quanto i fenomeni che hanno sede sulla pala sono di natura assai più varia e complessa. Di seguito ne verranno delineati i principali con le loro cause, rimandando a [7], [8], [9] e [10] per ulteriori approfondimenti. Alla composizione dei moti di avanzamento e rotazione (nonché al moto elastico e rigido impartito tramite i comandi ed alla velocità indotta dalla scia) che rende fortemente periodiche le condizioni di flusso sulla pala si possono imputare:

- La periodicità dei carichi aerodinamici: questa è la considerazione più ovvia ma da questo fatto derivano altri fenomeni, principalmente legati all'influenza della scia, che verranno analizzati più nel dettaglio in seguito.
- Una forte tridimensionalità del flusso, che, specie in prossimità del *tip*, modifica sensibilmente il campo di velocità attorno alla pala (per esempio modificando sensibilmente i fenomeni di stallo, esposti subito sotto).
- La presenza di ampie zone di pala che periodicamente presentano angoli d'attacco elevati e possono stallare: oltre alla perdita di prestazioni, questo fatto risulta in un aumento dei carichi

vibratori e dal punto di vista simulativo, la necessità di abbandonare i modelli potenziali classici che non possono descrivere accuratamente l'aerodinamica di queste parti di pala. Vi è inoltre la presenza di zone di pala interessate da flusso inverso (identificate dal cerchio di inversione). Questa insieme di problemi (oltre ad altri, quale lo stallo d'estremità causato dall'interazione di una pala con i vortici della pala che la precede), fanno sì che lo stallo sia il fattore uno dei due fattori che limitano le prestazioni velocistiche degli elicotteri

- L'insorgenza dello stallo dinamico (parzialmente collegabile a quanto esposto nel punto precedente), un fenomeno tipico dei rotori (turbine eoliche, compressori..) che causa delle forze e dei momenti aggiuntivi rispetto a quelli attesi in base alle curve di portanza resistenza e momento statiche. L'entità di queste correzioni è regolata dalla dinamica del posizionamento del punto di distacco lungo la corda e dalla dinamica del trasporto del vortice che si stacca dal bordo d'attacco quando l'angolo di incidenza supera un certo valore. Questo tipo di fenomeno è di modellazione assai complessa e finora la ricerca si è rivolta quasi esclusivamente nella direzione di identificare delle dinamiche a numero di gradi di libertà ridotto, a partire da considerazioni di carattere semi-empirico su profili bidimensionali (si veda ad esempio [12] e [13] circa i limiti dell'efficacia di questi modelli).
- Effetti sensibili di comprimibilità, per di più periodica, al *tip*, che rappresentano l'altro elemento di limitazione alle prestazioni velocistiche degli elicotteri e che causano vibrazioni aggiuntive e rumorosità.
- Interazioni tra pala e vortici di scia rilasciata dalla pala precedente, specie nelle fasi di discesa e di avanzamento, che sono causa di gran parte del caratteristico rumore a bassa frequenza emesso dagli elicotteri in volo.

Inoltre, a causa delle relativamente basse velocità di volo degli elicotteri (almeno rispetto ai velivoli ad ala fissa) la scia rilasciata dal rotore tende a rimanere in prossimità dello stesso molto più di quanto avvenga nel caso delle ali. Questo fatto fa sì che l'influenza della scia sui carichi del rotore sia molto più importante che nel caso degli aeroplani, rendendo, come detto in precedenza, di fatto totalmente inaccurata la simulazione di rotori elicotteristici senza l'introduzione di adeguati modelli di velocità indotta (dai vortici di scia). Volendo utilizzare una distinzione classica, si è soliti definire *shed* la quotaparte di vorticità rilasciata parallelamente al bordo d'uscita per effetto

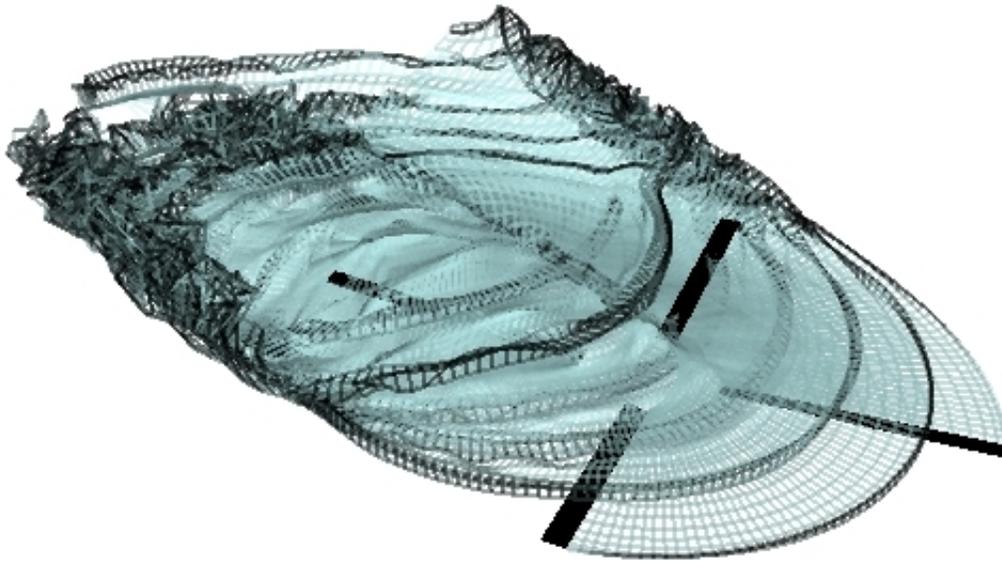


Figura 2.3: Scia a valle di un rotore in volo di discesa, formulazione potenziale presentata in [23]

di un cambiamento della circolazione sul profilo (presente anche nell'aerodinamica bidimensionale), mentre viene chiamata *trailed* la parte di vorticità rilasciata a causa delle tridimensionalità del flusso (ad esempio il vortice d'estremità). Entrambi i tipi di vorticità sono, per un elicottero in volo, fortemente non stazionari ed a causa della geometria della scia rilasciata dal rotore (che ricorda una spirale deformata nella direzione dell'avanzamento) influenzano il campo di velocità della pala in modo fortemente temporale. Nel corso degli anni sono stati proposti diversi modelli di *inflow* e seguendone grosso modo l'evoluzione nelle sue tappe fondamentali, non si può non partire dai modelli statici basati sulla conservazione della quantità di moto in direzione normale al disco rotorico che mettono in relazione il valore della velocità indotta sul disco rotorico con la spinta generata dal rotore stesso (si cita ad esempio il modello proposto da Drees): tali modelli, assai efficaci ed efficienti per analisi di prestazioni e di risposta, possono risultare tuttavia inadeguati nelle analisi di stabilità, laddove la dipendenza dell'*inflow* dalle grandezze perturbative può giocare un ruolo determinante. Volendo quindi includere gli effetti non stazionari, ma senza abbandonare le aerodinamiche di sezione (che risultano essere ancora oggi molto diffuse), la ricerca si è indirizzata verso lo sviluppo di modelli per la dinamica della vorticità *shed* (modello di Greenberg [14], vedi dopo) e di quella *trailed*, (ad es. il modello di Peters, che mette in relazione la velocità indotta con le perturbazioni di spinta [15]) con livelli di sofisticazione via via crescenti. Negli ultimi anni, invece, con l'aumento delle potenze di calcolo a disposizione si è cercato di abbandonare le aerodinamiche

bidimensionali con correzioni di *inflow*, sviluppando formulazioni complete, solitamente basate su aerodinamiche potenziali, che descrivano in maniera più aderente alla realtà la fisica del problema (filetto portante, *vortex lattice*, metodi agli elementi di contorno, CFD).

2.3.1 Espressione delle forzanti aerodinamiche

Il modello sviluppato nel corso della tesi deriva da quello proposto da Greenberg per profili sottili e rettilinei in [14] che rappresenta, a sua volta, un'estensione al caso di flusso pulsante del modello potenziale sviluppato da Theodorsen ([16]), fatto che lo rende adatto all'analisi di rotori di elicotteri in volo d'avanzamento; usualmente, inoltre, viene assimilato al pulsare della velocità all'infinito anche la variazione di velocità che investe il profilo, dovuta al moto elastico della pala, anche se questo non è perfettamente aderente con quanto previsto nel modello originale.

La formula derivata da Greenberg per la portanza di sezione comprende, analogamente a quella di Theodorsen, due contributi principali: uno circolatorio (dovuto alla presenza della circolazione sul profilo, è il termine che restituisce il valore netto della portanza nel caso stazionario) e uno non circolatorio (indipendente dalla presenza della circolazione, ovvero esistente anche per corpi non portanti). Riferendoci a titolo di esempio alla più semplice formula di Theodorsen (per quella di Greenberg, vedi [14], valgono le stesse considerazioni), si ha che:

$$L = \rho b^2 \pi (v \dot{\alpha} + \ddot{h} - ba \ddot{\alpha}) - 2\pi \rho v b C(k) \left\{ v \alpha + \dot{h} + b(0.5 - a) \dot{\alpha} \right\} \quad (2.13)$$

dove, utilizzando la notazione introdotta da Theodorsen, h ed α sono i due gradi di libertà descrittivi del moto elastico della sezione (moto di affondata di un generico punto distante a dell'asse di rotazione, da intendersi distinto dal centro di istantanea rotazione), b è la semicorda, v la velocità all'infinito del flusso che investe la sezione, a la coordinata dell'asse di rotazione a partire dalla metà corda, ρ la densità dell'aria, k la costante che determina la lunghezza d'onda delle variazioni di potenziale lungo la scia dovute al moto periodico del profilo. $C(k)$ viene usualmente identificata con il nome di funzione di Theodorsen ed è una funzione trascendente complessa che per $k = 0$ assume il valore reale 1. La portanza si presenta quindi, inconsuetamente, in una forma mista reale-complessa, ma è già possibile notare che sono presenti i due termini principali: il circolatorio (quello moltiplicato dalla $C(k)$) e il non circolatorio.

Sfruttando l'atto di moto rigido della sezione, si ottiene che il termine non circolatorio della forza consiste nella forza necessaria ad accelerare la massa d'aria che investe il profilo, con l'accelerazione dello stesso a metà corda (il termine nella prima parentesi diventa proprio l'accelerazione verticale della mezzeria), mentre il secondo (termine circolatorio) può essere trascritto semplicemente come:

$$L_c = qvC(k) \{w_{3/4}\} \simeq qv^2C(k) \{\alpha_{3/4}\} \quad (2.14)$$

dove con $w_{3/4}$ si è indicata la componente di velocità normale alla corda (positiva verso l'alto) del profilo a 3/4 corda (punto neutro posteriore), con $\alpha_{3/4}$ si è chiamata l'incidenza effettiva del profilo a 3/4 corda, avendo condensato in q le informazioni indipendenti dal moto del profilo.

Ora, eliminando l'ambiguità sottolineata sopra, passando nel dominio della frequenza si può scrivere che:

$$\frac{\tilde{L}_c}{qv} = C(k)\tilde{w}_{3/4} \quad (2.15)$$

dove la $C(K)$ a questo punto assume chiaramente il senso di funzione di trasferimento tra la portanza e la condizione al contorno a 3/4 corda, e, considerando che il rilascio di vorticità sulla scia è comandato dalla variazione di portanza stessa, k assume il significato ben più fisicamente chiaro di frequenza ridotta $\omega_w bv$ di variazione della condizione al contorno; la $C(K)$ (le cui parti reale ed immaginaria sono mostrate in figura 2.4) causa quindi una modulazione di ampiezza ed uno sfasamento (rispetto alla condizione al contorno) della portanza, che ne giustifica il nome di *lift deficiency function*.

La presenza della funzione trascendente della frequenza nella relazione tra cinematica e forze, rende tuttavia impossibile l'applicazione diretta di tecniche agli autovalori sulla matrice di stato per l'analisi di stabilità aeroelastica e quindi la formula di Theodorsen (e quella di Greenberg allo stesso modo) sono inadatte per questo tipo di applicazioni. Vi sono più modi per superare questo problema e nel corso della tesi ne sono stati utilizzati due: il primo consiste nell'ipotizzare che le frequenze proprie di oscillazione, necessarie a descrivere il moto della sezione con sufficiente accuratezza, siano sufficientemente basse da rendere accettabile l'approssimazione:

$$Re(C(k)) = 1 \quad (2.16)$$

$$Im(C(k)) = 0 \quad (2.17)$$

Questo tipo di approssimazione porta a quella che viene comunemente definita aerodinamica quasi stazionaria, che in sostanza consiste nel trascurare gli effetti dovuti alla dinamica di scia (in questo

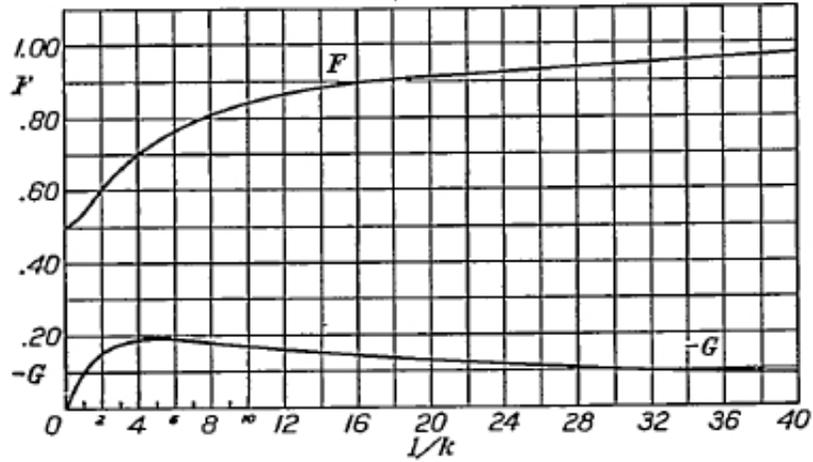


Figura 2.4: Parte reale (F) e immaginaria (G) della funzione $C(k)$ in funzione di $1/k$

senso si può parlare di descrizione quasi-statica del fenomeno).

L'altro tipo di approccio al problema è quello di trovare una opportuna approssimazione a numeri finito di poli e zeri (la $C(k)$ per sua natura ne possiede infiniti) e sostituirla nell'espressione.

2.3.2 Aerodinamica quasi stazionaria

Procedendo analogamente a quanto proposto da Hodges e Ormiston in [6], nello sviluppo dell'aerodinamica quasi-stazionaria, si è scelto come parametri, al posto delle h, α, v le componenti della velocità relativa tra fluido e sezione al quarto di corda nel sistema di riferimento pala indeformata, nonchè la velocità di rotazione assoluta della sezione $\dot{\epsilon}$. Questa scelta risulta comoda dal punto di vista delle relazioni aeroelastiche perchè usualmente il quarto di corda viene fatto coincidere con l'asse elastico e ciò permette una facile relazione con le velocità $\dot{v}, \dot{w}, \dot{\phi}$.

In particolare, avendo chiamato U_T la componente della velocità relativa aria-corpo sull'asse η e con U_P la componente lungo l'asse ζ (si veda figura 2.5), si ricava per l'espressione della portanza circolatoria e non circolatoria di sezione (vedi Theodorsen [16]):

$$L_c = \frac{\rho c l_\alpha c}{2} U (-U_P + \frac{c}{2} \dot{\epsilon}) \quad (2.18)$$

$$L_{nc} = \frac{\rho c l_\alpha c}{2} \frac{c}{4} (-\dot{U}_P + \frac{c}{4} \ddot{\epsilon}) \quad (2.19)$$

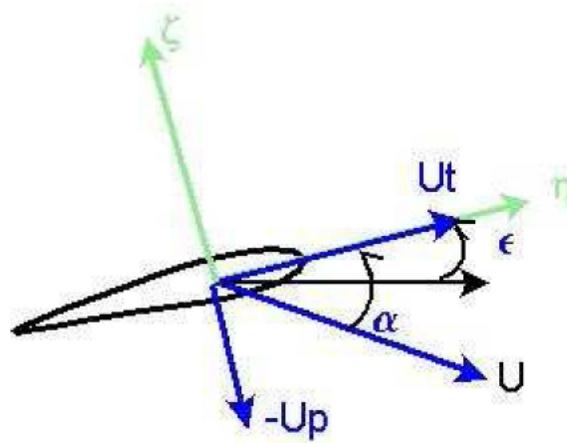


Figura 2.5: Componenti di velocità del quarto di corda nel riferimento pala deformata

dove con U si indica il modulo della velocità relativa ($\sqrt{U_T^2 + U_P^2}$) e con c la corda del profilo. E' tuttavia importante notare una prima differenza nell'interpretazione da dare ai due contributi. Mentre in Theodorsen la portanza circolatoria e non circolatoria sono allineate e normali al vento, per applicazioni rotoristiche questa assunzione viene meno a causa della presenza della velocità indotta dalla scia (trascurabile in questo senso per ali). Questo fatto fa sì che la componente circolatoria e quella non circolatoria risultino non parallele, in quanto la prima è definita normale al vento relativo, mentre la seconda risulta essere normale alla corda del profilo (coerentemente con il fatto che indica il moto di trascinamento imposto al fluido dall'accelerazione del profilo).

Derivata dalla formulazione di Greenberg è anche l'espressione del momento aerodinamico attorno all'asse elastico che si presenta nella forma:

$$M = -\frac{\rho c c_{l\alpha}}{2} \frac{c^2}{4} (U_T \dot{\epsilon} - \dot{U}_P + \frac{3c}{8} \ddot{\epsilon}) \quad (2.20)$$

La resistenza di portanza nulla, di minore impatto rispetto a quella indotta sull'aeroelasticità di rotori, viene inserita nel modello con la nota formula stazionaria:

$$D = \frac{\rho c_{d0} c}{2} U^2 \quad (2.21)$$

dove c_{d0} è il coefficiente di resistenza del profilo. Avendo definito l'angolo di incidenza α come

$$\alpha = \arctan\left(-\frac{U_P}{U_T}\right) \simeq -\frac{U_P}{U_T} \quad (2.22)$$

e proiettando le forze sul riferimento pala deformata (si veda la figura 2.6), si ottengono le

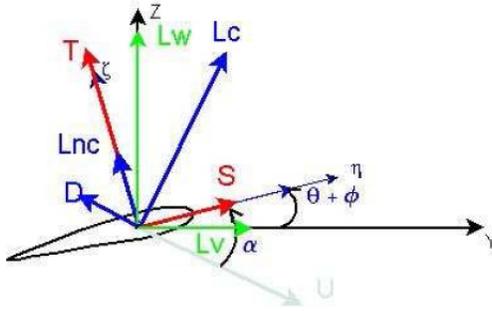


Figura 2.6: *Proiezione delle forze aerodinamiche*

$$T = L_c \cos(\alpha) + L_{nc} + D \sin(\alpha) \quad (2.23)$$

$$S = L_c \sin(\alpha) - D \cos \alpha \quad (2.24)$$

avendo chiamato con T la componente sull'asse ζ e S quella sull'asse η .

Infine è necessaria una seconda proiezione per ottenere le forze nel riferimento pala indeformata e accoppiarle con le equazioni strutturali:

$$L_v = S - T(\theta - \phi) \quad (2.25)$$

$$L_w = T + S(\theta + \phi) \quad (2.26)$$

$$M_\phi = M \quad (2.27)$$

2.3.3 Aerodinamica non stazionaria

E' stata, inoltre, parallelamente sviluppata una formulazione che include anche gli effetti di non stazionarietà bidimensionale: partendo dall'espressione 2.15 per la portanza circolatoria di sezione, è stata utilizzata l'approssimazione razionale matriciale a due poli e due zeri proposta da Venkatesan in [17]:

$$\frac{\tilde{L}_C}{V} = qC(k)\tilde{w}_{3/4} \simeq q \frac{-ak^2 + bik + c}{-dk^2 + eik + c} \tilde{w}_{3/4} \quad (2.28)$$

Il primo passo necessario per rendere questa formulazione della portanza adatta ad essere impiegata per analisi di stabilità è estenderla dal caso di profili puramente oscillanti al caso di profilo in moto vario. La liceità di questa operazione è garantita dal noto teorema per le funzioni di variabile complessa che garantisce la conoscenza su tutto il piano di Gauss delle funzioni note sull'asse

immaginario.

Quindi,

$$\begin{aligned}\tilde{L}_C/\tilde{V} &= q(as^2 + bs + c)\tilde{r} \\ (ds^2 + es + c)\tilde{r} &= \tilde{w}_{3/4}\end{aligned}\quad (2.29)$$

avendo introdotto la variabile ausiliaria \tilde{r} , che in sostanza rappresenta lo stato aerodinamico legato alla scia ed è descritta da una dinamica al second'ordine.

Essendo $s = \frac{p_w b}{V_\infty} = \frac{p_w b}{\Omega x}$ (con $p_w = \alpha_w + i\omega_w$ laddove α_w rappresenta lo smorzamento del moto della sezione), l'espressione della portanza di sezione è dipendente dalla posizione x della sezione stessa lungo l'apertura. Volendo esprimere tale dipendenza, le 2.29 possono essere riscritte come:

$$\frac{\tilde{L}_C}{V_\infty} = q(\hat{a}(x)\hat{s}^2 + \hat{b}(x)\hat{s} + \hat{c}(x))\tilde{r}(x) \quad (2.30)$$

$$(\hat{d}(x)\hat{s}^2 + \hat{e}(x)\hat{s} + \hat{c}(x))\tilde{r}(x) = \tilde{w}_{3/4}(x) \quad (2.31)$$

dove $\hat{s} = \frac{p_w}{\Omega}$ e i coefficienti a, \dots, e sono funzioni dell'ascissa x . Appare evidente, a questo punto, che gli stati aerodinamici aggiuntivi sono funzioni dello spazio: è quindi necessario esprimere la funzione $\tilde{r}(x)$ tramite un opportuna espansione modale $\tilde{r}(x) \simeq \sum_{i=1}^N \hat{r} \Psi_s(x)$, ottenendo così un sistema differenziale alle derivate ordinarie nel tempo.

Prendendo a questo punto l'equazione per la dinamica degli stati e proiettandola a sua volta sugli stessi modi utilizzati per l'espansione modale (metodo di Galerkin, vedi dopo) tramite integrazione

$$\int_0^{R_{def}} (\hat{d}(x)\hat{s}^2 + \hat{e}(x)\hat{s} + \hat{c}(x)) \sum_{j=1}^{\sim N} \hat{r} \Psi_s^j(x) \Psi_s^i(x) dx = \int_0^{R_{def}} \tilde{w}_{3/4}(x) \Psi_s^i(x) dx \quad (2.32)$$

si ottengono N equazioni che, trasformate nel tempo, danno luogo al sistema differenziale in forma matriciale:

$$\underline{M}_s \ddot{r} + \underline{C}_s \dot{r} + \underline{K}_s r = \underline{W}_{3/4} \quad (2.33)$$

2.3.4 Relazioni cinematiche

E' stato mostrato come le forzanti aerodinamiche possano essere calcolate a partire dalla conoscenza delle componenti di velocità negli assi pala deformata. Per chiudere la formulazione aeroelastica è necessario ora derivare l'espressione di queste componenti in funzione dei gradi di libertà del sistema.

Analogamente a quanto visto nella derivazione delle equazioni del moto, la velocità del generico centro aerodinamico di sezione P (considerato coincidente col centro elastico) può essere espressa in funzione della velocità dell' hub , della velocità angolare di trascinamento, e del moto elastico e rigido della pala:

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{hub} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{hub-P} + \vec{\Omega} \times \vec{r}_{hub-P} + \vec{v}_{def} \quad (2.34)$$

dove con ω si indica la velocità angolare del riferimento hub non rotante, con \vec{v}_{hub} la velocità dell' hub (dovuta al moto d'avanzamento dell'elicottero nonché alle componenti perturbative del moto rigido ed elastico), con $\vec{\Omega}$ la velocità di rotazione dell'albero motore, con \vec{v}_θ la velocità imposta dai comandi e con \vec{v}_{def} la velocità derivante dal moto elastico.

Proiettando sugli assi di pala deformata ed ipotizzando l'asse della cerniera di variazione passo allineata con l'asse elastico deformato, l'espressione precedente, può essere comodamente espressa nella forma:

$$\underline{v}_P^{pd} = \underline{T} (\underline{v}_\omega^{pi} + \underline{v}_{def}^{pi} + \underline{v}_{hub}^{pi}) \quad (2.35)$$

dove la matrice di rotazione T individua la trasformazione (matrice di rotazione) tra il sistema di riferimento pala indeformata e quello pala deformata (l'argomento della matrice di rotazione è la somma dei tre piccoli angoli sui tre assi)²

$$\underline{T}(x) = \underline{R}^{pi} \left(\theta + \hat{\phi}, -\arcsin(w'), -\arcsin(w'), \frac{-\arcsin(v')}{\sqrt{1-w'^2}} \right) \quad (2.36)$$

$$\hat{\phi} = \phi - \int_0^x v'' w' dx$$

²dove la notazione $([a]_\wedge)$ indica la matrice antisimmetrica associata al vettore \underline{a}

e

$$\begin{aligned} \underline{v}_\omega^{pi} &= [\underline{R}^{pi}(0, -\beta_{pc}, 0) \underline{\omega}^{rh}] \wedge \underline{r}_{hub-p}^{pi} & (2.37) \\ \underline{\omega}^{rh} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{Bmatrix} + \underline{\omega}_{hub}^{rh} \\ \underline{r}_{hub-p}^{pi} &= \begin{Bmatrix} x + e_h + u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \\ \underline{v}_{def}^{pi} &= \begin{Bmatrix} \int_0^x (-\dot{v}'v' - \dot{w}'w' - K\mu^2\theta'\dot{\phi}) dx \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

dove $\underline{\omega}^{rh}$ il vettore delle componenti della velocità angolare locale (per effetto del moto rigido ed elastico della fusoliera) all'*hub*. Analoghe considerazioni valgono per la velocità di rotazione della sezione nel riferimento pala deformata a partire dalla relazione

$$\dot{\epsilon} = (\vec{\omega}_{hub} + \vec{\Omega} + \vec{\omega}_\theta + \vec{\omega}_{def}) \cdot \hat{\xi} \quad (2.38)$$

dove $\vec{\omega}_\theta$ rappresenta la velocità angolare impartita dai comandi, $\vec{\omega}_{def}$ quella data dalla deformazione elastica della pala e $\hat{\xi}$ il versore dell'asse ξ .

Abbiamo ora definito le componenti di velocità della pala nel riferimento pala deformata. Per giungere alla definizione delle componenti di velocità relativa fluido-pala U_P e U_T , è necessario valutare la velocità assoluta del fluido. Nel caso di fluido all'infinito in quiete, l'unico contributo alla velocità locale dell'aria sarà quello dovuto alla velocità indotta dall'elicottero stesso del quale la velocità indotta dai vortici di scia del rotore principale rappresentano sicuramente il contributo maggiore e fondamentale per l'analisi aeroelastica di rotori. Chiamando v_i^t e v_i^n le componenti tangenziali e normali al disco rotorico della velocità indotta si ha quindi in funzione delle componenti η e ζ della velocità del centro aerodinamico:

$$U_T \simeq v_P^{pd} \hat{\eta} - v_i^t \quad (2.39)$$

$$U_T \simeq v_P^{pd} \hat{\zeta} - v_i^n \quad (2.40)$$

Il paragrafo successivo, sarà dedicato alla esposizione sintetica dei principali aspetti legati alla modellazione dell'*inflow*.

2.3.5 Modelli di velocità indotta

Nell'introduzione della sezione dedicata all'aerodinamica del rotore, si è brevemente accennato all'importanza dell'inclusione degli effetti legati alla velocità indotta dai vortici di scia sull'aerodinamica della pala.

Questa influenza, presente in varie forme ai vari regimi di volo, fa sì che la pratica comune di trascurare il suo contributo, ad esempio nel caso di *propeller*, sia inaccettabile in ambito elicotteristico. In particolare, alle basse velocità l'effetto della velocità indotta risulta mediamente più intenso (con tutte le conseguenze del caso in termini di resistenza indotta) a causa del fatto che i vortici di scia tendono a rimanere in prossimità della pala in quanto si allontanano solamente per effetto della velocità (auto)indotta. Alle alte velocità invece, l'effetto tende a manifestarsi più sotto forma di forti non stazionarietà, anche se l'allontanamento più rapido della scia per effetto della velocità d'avanzamento tende a ridurre il valore medio.

E' stata già discussa la distinzione che è diffusa in campo elicotteristico delle due componenti distinte *shed* e *trailed* e della natura differente della loro genesi nell'aerodinamiche bidimensionali, mentre nei modelli tridimensionali tale distinzione ha al più un senso geometrico.

Nell'aerodinamica 2D esposta in questo capitolo, nella quale il contributo della vorticità *shed* è stato tenuto in conto con i termini non stazionari, è quindi necessario introdurre dei modelli di velocità indotta dai vortici *trailed*, ovvero gli effetti legati alla tridimensionalità del flusso. I modelli di *inflow* (usualmente ci si riferisce col termine *inflow* o velocità indotta a questa parte della velocità indotta dai vortici di scia), come visto, appartengono a due grandi categorie: quelli dinamici e quelli statici; quelli dinamici legano il valore della velocità indotta alle variabili di stato del sistema e alle sue derivate temporali, mentre quelli statici sono indipendenti da esse.

Nel lavoro di tesi sono stati impiegati due differenti modelli statici: il primo è derivato da quello proposto da Drees ([18]) che si basa sulla conservazione della quantità di moto lungo l'asse normale al disco rotorico, legando la velocità indotta sullo stesso al valore del coefficiente di spinta ($c_\tau = \frac{T}{\rho\pi\Omega^2 R^4}$); il modello prevede inoltre un dipendenza spaziale e una azimutale nel caso di volo

d'avanzamento che fanno sì che la formula finale, diventi:

$$\lambda_i(r, \Psi) = \frac{v_i}{\Omega R} = \frac{c_\tau}{2\mu} (1 + 2r \cos(\Psi)) \quad (2.41)$$

dove $\mu = \frac{v_{av}}{\Omega R}$ è il coefficiente d'avanzamento e r la posizione radiale della sezione considerata. Questo modello fornisce valori assai realistici per la velocità indotta media in *hover* (basandosi su principi primi), mentre per una più dettagliata descrizione radiale e azimutale è necessario l'utilizzo di modelli ben più complessi. In questa direzione sono interessanti i modelli sviluppati in seguito da Landgrebe ([19]), che corregge la valutazione della velocità indotta al *tip* della pala riducendone l'intensità oltre una certa sezione (il modello di Drees prevede una crescita uniforme), il modello di Mangler e Squire ([20]), che ne arricchisce invece il contenuto armonico con le armoniche superiori, o i modelli di Coleman ([22]) e Castles ([21]) nei quali la velocità indotta è valutata tramite la legge di Biot-Savart ipotizzando una distribuzione di vorticità costante su anelli successivi di vorticità o sulla superficie del cilindro non retto da essi identificato.

Tuttavia questi modelli si basano, in ogni caso su formulazioni analitiche che coinvolgono un grado elevato di approssimazioni e non riescono, ovviamente a cogliere un gran numero di aspetti legati al moto della pala, quali ad esempio il moto legato al passo ciclico che rende non stazionaria la vorticità nella scia. Si è preferito quindi, piuttosto che inserire modelli di questo tipo, prevedere la possibilità di sostituire in λ_i una distribuzione spaziale e temporale ottenuta da codici che risolvono il campo fluidodinamico attorno all'elicottero in moto, dandone quindi una descrizione assai più aderente alla realtà (in particolare è stato utilizzato il modello aerodinamico potenziale basato su formulazione integrale agli elementi di contorno proposto in [23]). In particolare, trattandosi di velocità indotta indipendente dalle variabili del problema (perturbative per un problema di stabilità), per un volo stazionario essa risulterà essere periodica e quindi esprimibile in termini di componenti armoniche azimutali e spaziali sul disco rotorico.

La scelta di utilizzare modelli di velocità indotta non dinamica è ovviamente opinabile dal punto di vista della fedeltà della risposta aeroelastica del sistema, in quanto la descrizione dinamica della vorticità di scia aggiunge informazioni spesso fondamentali sulla stabilità di rotori (si osservi ad esempio i risultati presentati in [24]), tuttavia può essere un comodo approccio per analisi preliminari e parametriche. In futuro è auspicabile l'utilizzo di modelli dinamici per l'*inflow* anche se comunque l'applicazione di modelli aeroelastici basati su aerodinamiche CFD in accoppiamento a modelli strutturali complessi appare ancora poco ipotizzabile (specie per analisi di RPC, che

coinvolgono l'intero elicottero) per via delle ingenti risorse di calcolo necessarie. Appare invece più plausibile l'utilizzo di modelli aerodinamici identificati a partire da aerodinamiche tridimensionali ma dotate di un numero di stati limitato: questo approccio rappresenterebbe comunque un notevole progresso rispetto ai modelli di stallo dinamico utilizzati attualmente come correzione delle aerodinamiche bidimensionali, quale ad esempio il succitato modello di Peters (esposto nella sua versione basilare in [15]). In quest'ultimo modello, ad esempio, viene risolta una dinamica aggiuntiva al prim'ordine per l'*inflow* λ_i forzata dal valore della perturbazione sulla spinta, che tuttavia risulta essere, per ovvi motivi, fortemente approssimata, anche nelle versioni successive del modello che prevedono delle espansioni azimutali e radiali dell'*inflow*.

2.4 Espansione modale del sistema

A questo punto le equazioni aeroelastiche delle pale del rotore principale si presentano ancora nella forma integro-differenziale alle derivate parziali. E' stato quindi scelto di utilizzare un approccio modale (Galerkin) per ricondurlo ad un sistema alle derivate ordinarie.

Si sono espresse quindi le variabili $v(x, t), w(x, t), \phi(x, t)$ tramite espansione modale:

$$v(x, t) \simeq \sum_{i=1}^{N_v} v_i(t) \Psi_i(x) \quad (2.42)$$

$$w(x, t) \simeq \sum_{i=1}^{N_w} w_i(t) \Psi_i(x) \quad (2.43)$$

$$\phi(x, t) \simeq \sum_{i=1}^{N_\phi} \phi_i(t) \Theta_i(x) \quad (2.44)$$

$$(2.45)$$

utilizzando come base le autofunzioni di una trave omogenea incastrata-libera non rotante. Quest'ultima scelta è stata effettuata principalmente per motivi di semplicità, ma ovviamente può risultare non ottimale dal punto di vista della rapidità di convergenza: ad esempio utilizzare i modi (valutati numericamente tramite una precedente analisi in *vacuo* non rotante) della trave non omogenea corrispondente alla pala, garantisce una convergenza sicuramente più rapida, così come l'introduzione dei termini dovuti alla centrifuga; il calcolo degli autovalori della trave rotante completa, includendo anche i termini dovuti all'accelerazione di Coriolis, rende invece complessi gli autovettori, con tutti le complicazioni che ne derivano in termini di trattazione analitica. Sono

stati inoltre aggiunti al *set* di funzioni Ψ_i e Θ_i anche i modi rigidi di rotazione di pala attorno ad una cerniera situata nell'*hinge offset*. In questo modo si permette sia di simulare rotor articolati (anche se non è il caso del BO-105), sia, posizionando delle molle alla cerniera di introdurre un grado di libertà equivalente all'elasticità dell'attuatore del comando ciclico, nonchè di ricondurre le equazioni al più semplice modello semi-rigido.

Successivamente, proiettando le 3 equazioni sulle $N = N_v + N_w + N_\phi$ funzioni di forma prescelte, si riconduce il sistema a un sistema di N equazioni differenziali ordinarie nelle N incognite v_i, w_i, ϕ_i che, raggruppate nel vettore q , danno origine al sistema perturbativo:

$$\hat{M}_b \ddot{q} + \hat{C}_b \dot{q} + \hat{K}_b q = \underline{F}_{ae} + \underline{F}_{in}^+ = \underline{F}^{pala} \quad (2.46)$$

dove con \underline{F}_{ae} si è indicato il vettore delle forze modali aerodinamiche perturbative, con \underline{F}_{in}^+ quello delle forze modali inerziali perturbative dovute al moto di trascinamento (vedi il cap. 4 per i dettagli sul calcolo delle forze perturbative) e con $\underline{M}_b, \underline{C}_b$ e \underline{K}_b le matrici di massa, smorzamento e rigidità.

Capitolo 3

Modellazione aeroelastica della fusoliera

Nella simulazione di fenomeni di RPC particolare importanza riveste la dinamica rigida ed elastica di fusoliera, in quanto essa rappresenta il tramite tra il pilota e i carichi (principalmente quelli generati dal rotore principale). In particolare, mentre per i fenomeni di PIO, tipicamente associati alla sfera di interesse della meccanica del volo, la maggior importanza è rivestita dalla dinamica rigida di fusoliera, per quanto riguarda le PAO, diventa necessaria la modellazione della dinamica elastica di fusoliera, giacché le frequenze tipiche di questi tipi di fenomeno sono tali da coinvolgere le prime frequenze di deformazione del telaio.

L'altro elemento fondamentale del corpo velivolo è rappresentato dalla catena di controllo: anche in elicotteri di vecchia generazione, quale è ad esempio il BO-105, in cui i comandi sono attuati separatamente (senza miscele) con una dinamica estremamente semplice, vi possono essere dei picchi di risposta che possono amplificare sensibilmente la risposta aeroelastica. Sistemi più complessi di tipo *Multiple Input-Multiple Output* ampliano notevolmente il ventaglio di possibili interazioni col pilota, sia per analoghe considerazioni sulle frequenze proprie, sia per sfasamenti particolarmente accentuati tra il comando e la risposta, che possono condizionare pesantemente la guidabilità (innescando ad esempio dei PIO).

Infine nella modellazione è stata sacrificata l'inclusione della dinamica del seggiolino per motivi di semplicità, ma si ritiene che essa, com'è ovvio, rivesta un ruolo di un certo rilievo ai fini della trasmissione delle vibrazioni al pilota e che probabilmente sia uno degli elementi sui quali possa risultare più conveniente agire nella definizione di soluzioni di tipo *retrofit*.

3.1 Dinamica rigida di fusoliera

La modellazione della dinamica rigida di fusoliera, parte dalla conservazione della quantità di moto e del momento della quantità di moto attorno al baricentro, scritte per il caso particolare di massa costante:

$$M_f \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_{hub} + \vec{F}_{AE} + \vec{F}_{RC} \quad (3.1)$$

$$\frac{d\vec{h}^G}{dt} = \vec{M}_{hub}^G + \vec{M}_{AE}^G + \vec{M}_{RC}^G \quad (3.2)$$

dove con il pedice AE si sono indicate le forzanti dovute all'aerodinamica di fusoliera e con quello RC quelle dovute al rotore di coda. Le equazioni sono proiettate sul sistema di riferimento corpo e sono accoppiate con le equazioni per gli angoli di Eulero, necessarie per descrivere l'orientamento della fusoliera nello spazio e quindi proiettare correttamente la forza peso, che in sostanza è l'unica forzante da essi influenzata.

Essendo il modello teso ad effettuare analisi di stabilità, le equazioni di Eulero sono state linearizzate attorno ad una generica configurazione di volo all'equilibrio (una qualsiasi condizione in cui si abbia le derivate delle componenti corpo della velocità pari a zero, quali ad esempio una virata o un volo rettilineo uniforme), giungendo alle equazioni tipiche della meccanica del volo:

$$\begin{aligned} M_f \dot{u} - M_f r_0 v + M_f q_0 w + M_f w_0 q - M_f v_0 r + M_f g \cos(\theta_0) \theta - X &= 0 \\ M_f \dot{v} + M_f r_0 u - M_f p_0 w - M_f w_0 p + M_f u_0 r - \\ M_f g \cos(\phi_0) \cos(\theta_0) \phi + M_f g \sin(\phi_0) \sin(\theta_0) \theta - Y &= 0 \\ M_f \dot{w} - M_f q_0 u + M_f p_0 v + M_f v_0 p - M_f u_0 q \\ + M_f g \sin(\phi_0) \cos(\theta_0) \phi + M_f g \cos(\phi_0) \sin(\theta_0) \theta - Z &= 0 \\ I_{xx} \dot{p} + I_{xz} \dot{r} + I_{zz} r_0 p + 2I_{xz} p_0 p - I_{yy} r_0 q - I_{yy} q_0 r + I_{zz} p_0 r - L &= 0 \\ I_{yy} \dot{q} - 2I_{zz} p_0 p - I_{zz} r_0 p + I_{xx} q_0 p + I_{xx} p_0 q + I_{xz} r_0 q + I_{xz} q_0 r - I_{zz} p_0 r - M &= 0 \\ I_{zx} \dot{p} + I_{zz} \dot{r} + I_{yy} q_0 p - I_{xx} q_0 p - I_{xx} p_0 q - I_{xz} r_0 q + I_{yy} p_0 q - I_{xz} q_0 r - N &= 0 \\ \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin(\theta_0) &= 0 \\ \dot{\theta} \cos(\phi_0) + \dot{\psi} \sin(\phi_0) \cos(\theta_0) &= 0 \\ \dot{\theta} \sin(\phi_0) + \dot{\psi} \cos(\phi_0) \cos(\theta_0) &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

dove u, v, w è il vettore delle componenti corpo della velocità del baricentro e p, q, r quello delle componenti corpo della velocità angolare della fusoliera, mentre ϕ, θ, ψ è il vettore degli angoli

d'Eulero. Le grandezze senza pedice sono da intendersi perturbative, mentre quelle con pedice 0 sono relative alla condizione di equilibrio. La matrice d'inerzia \underline{I} è stata supposta nulla nelle componenti xy e zy per simmetria. Infine con X, Y, Z e L, M, N si sono indicati rispettivamente le componenti corpo di forze e momenti perturbativi, trasmessi tramite dal rotore principale, del rotore di coda e dell'aerodinamica di fusoliera. Le equazioni riportate sopra sono quindi espresse matricialmente nella forma:

$$\begin{aligned} \underline{M}_{cr} \dot{\underline{\zeta}} + \underline{C}_{cr} \underline{\zeta} - \underline{F}_{AE}^G - \underline{F}_{RC}^G - \underline{F}_{hub}^G &= 0 \\ \underline{M}_{eul} \dot{\underline{\epsilon}} - \underline{C}_{eul} \underline{\zeta} &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

avendo raggruppato nel vettore $\underline{\zeta}$ i sei gradi di libertà rigidi della fusoliera, in $\underline{\epsilon}$ gli angoli di Eulero e in \underline{F}^G le sei componenti della sollecitazione al baricentro dovute al rotore principale, al rotore di coda e all'aerodinamica di fusoliera. \underline{M}_{cr} e \underline{C}_{cr} sono le matrici di massa e smorzamento (generalizzate alle sei componenti del vettore $\underline{\zeta}$), mentre \underline{M}_{eul} e \underline{C}_{eul} quelle associate alle equazioni di Eulero.

3.2 Dinamica elastica di fusoliera

La dinamica elastica di fusoliera è, come detto, un aspetto fondamentale della modellazione aeroelastica di fenomeni RPC. Come verrà infatti mostrato nel capitolo dei risultati numerici, gran parte delle vibrazioni trasferite al pilota sono determinate dal moto elastico del telaio.

Nel modello in esame tali effetti sono stati tenuti in conto utilizzando un approccio di tipo modale e calcolando il contributo al moto del seggiolino, dell'*hub* e del rotore di coda dovuto al moto elastico. Le grandezze necessarie a caratterizzare il modello (frequenze e masse generalizzate, nonché gli spostamenti modali dei punti di interesse per la proiezione delle forze e per la descrizione del moto) sono state ricavate sfruttando i risultati di una precedente analisi FEM della struttura. Per quanto concerne le condizioni al contorno, la fusoliera è stata considerata libera di muoversi nello spazio e, all'*hub* non è stato posta l'inerzia relativa al rotore, giacchè questa è stata inclusa come forzante (come verrà indicato nel prossimo capitolo, nella sezione relativa ai carichi al mozzo): questa scelta è stata effettuata sulla base della considerazione che il contributo inerziale maggiore del rotore sulla dinamica di fusoliera è quello dovuto agli effetti giroscopici che per essere osservati avrebbero richiesto l'adozione di un modello FEM molto più complicato (*mesh* in movimento).

Proiettando sui modi propri (non considerando quelli a frequenza nulla, relativi al modo rigido della

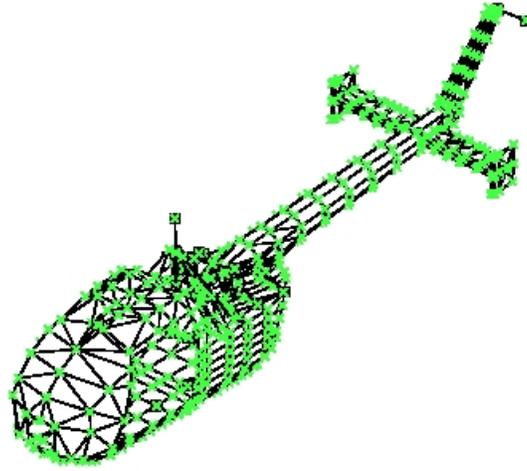


Figura 3.1: *Modello FEM della fusoliera del BO-105*

fusoliera) si ottiene dunque un sistema di N_{el} equazioni differenziali a second'ordine disaccoppiate (per definizione di modi propri), nella forma:

$$M^{el} \left(\ddot{\underline{q}}_f + 2\underline{\omega}_{el} \delta \dot{\underline{q}}_f + \underline{\omega}_{el}^2 \underline{q}_f \right) = \underline{F}_{RC}^{el} - \underline{F}_{hub}^{el} \quad (3.5)$$

dove con $\underline{\omega}$ si è indicata la matrice diagonale delle frequenze modali, con δ lo smorzamento modale (ipotizzato costante sui vari modi), con \underline{q}_f il vettore delle ampiezze modali e con \underline{F}_{RC}^{el} e \underline{F}_{hub}^{el} quelli delle forze generalizzate dovute al rotore di coda e a quello principale (nel prossimo capitolo verrà spiegato il perché vengono considerati solo questi due contributi).

Nonostante gli elicotteri non abbiano un piano di simmetria proprio, le forme modali dei modi a bassa frequenza sono praticamente simmetriche rispetto al piano verticale-longitudinale (vedi anche quanto detto per i termini della matrice d'inerzia). Tuttavia, le piccole differenze tra lo spostamento del seggiolino del pilota e del copilota, fanno sì che il comportamento di RPC sia sensibilmente differente.

Per i dettagli riguardo la modellazione strutturale di fusoliera e l'analisi FEM, nonché per i dati completi si rimanda a [25].

3.2.1 Aerodinamica di fusoliera

L'aerodinamica di fusoliera è per molti versi, assai più complessa di quella di rotore, infatti il flusso attorno alla fusoliera è infatti fortemente turbolento e ben lungi dal potersi considerare attaccato e presenta inoltre forte interazione colla scia rilasciata dal rotore. Questa situazione rende *de facto* poco realistico l'utilizzo di modelli potenziali e impone quindi l'utilizzo di modelli CFD per raggiungere un buon livello simulativo. Tuttavia l'influenza che essa esercita sull'aeroelasticità non è tale da giustificare un tale dispendio di risorse ed è quindi pratica comune utilizzare aerodinamiche stazionarie con coefficienti ottenuti sperimentalmente o da precedenti analisi numeriche: questo tipo di modello riesce infatti a catturare gli aspetti principali dell'aerodinamica di fusoliera senza complicare troppo il modello.

L'espressione della derivativa aerodinamica di fusoliera può essere suddivisa nei contributi del corpo velivolo e delle superfici di controllo. Gli sviluppi matematici che seguono possono essere applicati indifferentemente ai tre e quindi è stato omissso il pedice relativo al contributo. La generica forza (o momento) aerodinamica in direzione \hat{i}_i , viene tipicamente espressa con una formula del tipo:

$$F_i = kc_i^f v^2 \quad (3.6)$$

dove con v si è indicato il modulo della velocità relativa superficie-aria, c_i^f è il coefficiente di forza i -esima funzione dell'angolo di incidenza α e di deriva β e la costante k contiene le informazioni circa la densità e la superficie di riferimento. I valori dei c_i^f sono reperibili in letteratura (nel caso del BO-105) o possono comunque essere calcolati mediante altri modelli aerodinamici.

3.2.2 Rotore di coda

Il contributo del rotore di coda è stato incluso nel modello, considerando la spinta T come unica azione generata dallo stesso: pur trattandosi infatti di un rotore per molti versi analogo a quello principale, esercita delle azioni assai minori e di queste la spinta risulta essere nettamente la più importante anche in virtù dello scopo principale del rotore di coda, ovvero quello di generare un momento di imbardata rispetto al baricentro.

Utilizzando un'aerodinamica stazionaria, e trascurando gli effetti di *inflow* si può esprimere la

spinta, nel caso di rotore a pale non svergolte, come

$$T = \frac{1}{4} \rho \Omega_{rc}^2 R_{rc}^2 \sigma AC_{P\alpha} \left[\theta_0 \left(\frac{2}{3} + \mu \right) - \frac{u_0}{\Omega R_{rc}} \right] \quad (3.7)$$

dove

$$\mu = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_3^2}}{\Omega R_{rc}} \quad (3.8)$$

e con u_0 si è indicata la componente di velocità normale al disco rotorico, ovvero v_2 (avendo trascurato la velocità indotta) e con R_{rc} il raggio del rotore di coda.

3.3 Servoelasticità

In questo paragrafo verrà accennato brevemente alla modellazione della dinamica dei servoattuatori dei comandi dell'elicottero: così come per la dinamica di fusoliera si è affermato che essa gioca un ruolo preminente in quanto rappresenta il tramite tra i carichi del rotore e l'input del pilota, la dinamica dei comandi è un aspetto delicato della modellazione in quanto collega l'output del pilota e la macchina. Come già detto più volte, essendo il BO-105 un elicottero di vecchia concezione, i comandi seguono uno schema che può essere facilmente schematizzato con una dinamica al second'ordine (per ogni comando) che è in gran parte aggiunta artificialmente ai comandi per ridurre la risposta alle alte frequenze che sono usualmente ritenute dannose per la guidabilità del velivolo. In particolare, dato il *focus* dell'indagine numerica (il *vertical bouncing*) e dato il modello di pilota a disposizione, è stata implementata la funzione di trasferimento che lega il moto della leva del collettivo, α alla variazione di passo, θ , delle N pale:

$$\ddot{\theta} + 2D\omega_\theta \dot{\theta} + \omega^2 \theta - \alpha = 0 \quad (3.9)$$

In alternativa è stata anche testata una versione al prim'ordine della funzione di trasferimento: la differenza principale tra i due approcci, risiede nel fatto che una funzione di trasferimento al second'ordine presenta una frequenza propria e quindi può, sotto determinate condizioni, contribuire ad esaltare l'instabilità del sistema.

Il moto trasmesso dal pilota alla leva del collettivo è alla base dell'instabilità di *vertical bouncing*, ma questo non esclude in principio l'influenza degli altri comandi su questo tipo di instabilità. A tale riguardo è stata testata l'influenza di funzioni di trasferimento analoghe per il comando ciclico longitudinale e laterale, come verrà visto nel capitolo successivo.

Capitolo 4

Linearizzazione del sistema

Nei due capitoli precedenti si è quindi determinata la forma del sistema aeroelastico, nelle sue componenti strutturali, dinamiche e aerodinamiche. In questa forma il sistema si presenta ancora come non lineare per via dei numerosi accoppiamenti tra cinematica, dinamica, elasticità ed aerodinamica. La scelta di studiare fenomeni di categoria I (come indicato nell'introduzione), fa tuttavia sì che sia possibile e conveniente analizzare il sistema nella sua forma linearizzata attorno alla condizione di volo d'equilibrio, ossia, come già detto in precedenza, di un volo nel quale le componenti di velocità e velocità angolare negli assi corpo sono costanti. Tale linearizzazione è stata svolta principalmente in via numerica; considerando ad esempio una generica forzante nella forma:

$$\underline{L} = \underline{L}(\underline{x}, \dot{\underline{x}}, \ddot{\underline{x}}, t) \quad (4.1)$$

ne si è calcolato il relativo Jacobiano rispetto alle variabili \underline{x} del sistema

$$J_{ij} = \frac{\partial L_i}{\partial x_k} \quad (4.2)$$

calcolando i rapporti incrementali della stessa per un generico incremento Δx_j sufficientemente piccolo. Questo modo di calcolare lo Jacobiano risulta essere assai pratico dal punto di vista dell'implementazione numerica, giacché permette di sfruttare la ricorsività nel calcolo di poche funzioni analitiche (le forzanti). Conseguentemente l'espressione della parte perturbativa della forzante risulta semplicemente:

$$\underline{L}' = \underline{J} \underline{x}' \quad (4.3)$$

E' da notarsi che, a rigore, questo procedimento non corrisponde esattamente alla linearizzazione analitica, in quanto le L' contengono anche termini non lineari; da un punto di vista geometrico,

nel semplice caso di funzione ad una variabile, questo corrisponde al confondere la derivata di una funzione con il segmento che congiunge due punti vicini sulla stessa. Tuttavia, per funzioni sufficientemente regolari il valore della perturbazione non rappresenta un parametro critico.

Un discorso analogo può essere effettuato per quanto riguarda la dipendenza dalle derivate temporali delle variabili, che dà origine ad una distinzione tra Jacobiano di massa (inteso come quella parte dello Jacobiano che moltiplica le accelerazioni), Jacobiano di smorzamento e Jacobiano di rigidità.

4.1 Trascinamento del rotore

Il moto della fusoliera modifica velocità ed accelerazioni delle sezioni delle pale imponendo un moto di trascinamento al sistema di riferimento *hub* non rotante. Mentre la dipendenza della velocità di sezione nel riferimento pala deformata dall'atto di moto al mozzo è stata analizzata nel paragrafo 2.3.4, non è stata ancora indicata la dipendenza di quello dalle grandezze descrittive del moto della fusoliera ζ e q_f , introdotte nel capitolo precedente.

Al fine di ridurre l'onere computazionale, infatti, si è scelto di calcolare i carichi rispetto al moto dell'*hub* e successivamente porre in relazione questo con i moti rigidi ed elastici di fusoliera, scrivendo le:

$$\begin{aligned}\vec{v}_H &= \vec{v}_G + \omega \times \vec{r}_{HG} + \dot{\vec{r}}_{HG} \\ \vec{a}_H &= \vec{a}_G + \dot{\omega} \times \vec{r}_{HG} + \omega \times \dot{\vec{r}}_{HG} + 2\dot{\omega} \times \vec{r}_{HG} + \ddot{\vec{r}}_{HG}\end{aligned}\tag{4.4}$$

dove con il pedice H si sono indicate le grandezze (velocità e accelerazioni) relative all'*hub*, con G quelle relative al baricentro, con $\vec{\omega}$ la velocità angolare del riferimento corpo e con \vec{r}_{HG} la posizione dell'*hub* rispetto al baricentro.

Questo moto, coerentemente con quanto esposto nei paragrafi 2.8 e 2.3.3 genera dei carichi di sezione aggiuntivi che vanno a modificare i carichi modali sulla pala e i carichi trasmessi dall'*hub*.

4.1.1 Carichi modali

Per quanto riguarda i carichi modali, lo Jacobiano associato ai gradi di libertà rigidi, può essere espresso come:

$$\frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{v}_G} = \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{v}_H} \frac{\partial \underline{v}_H}{\partial \underline{v}_G} + \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{a}_H} \frac{\partial \underline{a}_H}{\partial \underline{v}_G} \quad (4.5)$$

dove con \underline{V}_G e \underline{V}_H si identificano i vettori a sei componenti contenente le velocità angolari e lineari del baricentro e dell' *hub* e con \underline{a}_H le accelerazioni dell' *hub* (tutte espresse in componenti corpo) e con \underline{F}_{pala} il vettore contenente le forze inerziali ed aerodinamiche modali agenti sulla sezione di pala.

Esprimendo in termini perturbativi (omettendo l'apice per semplicità di scrittura e considerando nulla la deformazione all'equilibrio) le relazioni 4.4 si ottiene:

$$\vec{v}_H = \vec{v}_H + \vec{\omega} \times \vec{r}_{hg} \quad (4.6)$$

$$\vec{a}_h = \vec{a}_g + \vec{\omega}_0 \times \vec{\omega} \times \vec{r}_{hg} + \vec{\omega} \times \vec{\omega}_0 \times \vec{r}_{hg} + \dot{\vec{\alpha}} \times \vec{r}_{hg} \quad (4.7)$$

dove il pedice zero indica le variabili all'equilibrio. Introducendo le tre matrici 6×6 \underline{T}_{GH}^v , \underline{T}_{GH}^{a1} , \underline{T}_{GH}^{a2} che esprimono le dipendenze dalle componenti di velocità e di accelerazione del baricentro (ζ , $\dot{\zeta}$) delle componenti di velocità e accelerazione dell'*hub*, si ottiene in forma matriciale

$$\underline{v}_H = \underline{T}_{GH}^v \underline{\zeta} \quad (4.8)$$

$$\underline{a}_H = \underline{T}_{GH}^{a1} \dot{\underline{\zeta}} + \underline{T}_{GH}^{a2} \underline{\zeta} \quad (4.9)$$

e quindi per sostituzione, si perviene all'espressione

$$\frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{\zeta}} = \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{v}_H} \underline{T}_{GH}^v + \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a2} \quad (4.10)$$

Questa metodologia è facilmente applicabile anche al caso in cui si utilizzino altri solutori per il calcolo delle derivate di rotore: sarà infatti sufficiente avere la dipendenza dei carichi dal moto del mozzo per poi applicarli alla generica fusoliera, rendendo assai flessibile l'impianto. Questo fatto è di notevole importanza, in quanto esistono solutori aeroelastici per rotori notevolmente più accurati di quelli presentati nel capitolo precedente, che sono usualmente pensati per rotori isolati e i cui risultati in questo modo potranno essere applicati anche all'analisi di configurazioni elicotteristiche complete, riducendo di molto la mole di calcoli da effettuare.

Procedendo analogamente per quanto riguarda la dipendenza dalle derivate delle componenti delle accelerazioni, si ha

$$\frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \dot{\underline{\zeta}}} = \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a1} \quad (4.11)$$

Anche le derivate in funzione degli spostamenti potrebbero essere definite in maniera analoga, ma è importante notare che le forze aerodinamiche (almeno utilizzando modelli aerodinamici semplici) e quelle inerziali di rotore dipendono solo dalle componenti di velocità e accelerazione (esprese in componenti corpo) e non dall'orientamento o dalla posizione del velivolo, rendendone quindi inutile la descrizione.

Infine, banali sono le espressioni che valgono per la dipendenza delle forze aerodinamiche dal valore del comando collettivo e dalle sue derivate.

Su un ragionamento analogo si basa la derivazione dei carichi modali dipendenti dal moto elastico della fusoliera; in questo caso, l'equivalenza è più diretta, in quanto, grazie alla conoscenza delle forme modali al mozzo, è facile determinare i valori di spostamento e rotazione nell'intorno dello stesso. Chiamando \underline{r}_{hub}^{el} le componenti della quota parte elastica della posizione e dell'orientamento dell'*hub*, si ha che:

$$\underline{r}_{hub}^{el} \simeq \sum_{i=1}^N q_f \phi_i^{hub} \quad (4.12)$$

$$\dot{\underline{r}}_{hub}^{el} \simeq \sum_{i=1}^N \dot{q}_f \phi_i^{hub} \quad (4.13)$$

$$\ddot{\underline{r}}_{hub}^{el} \simeq \sum_{i=1}^N \ddot{q}_f \phi_i^{hub} \quad (4.14)$$

La corrispondenza tra moto all'*hub* e moto elastico è quindi più diretta che rispetto al moto del baricentro: in particolare per le accelerazioni lineari (identificate dalle prime 3 componenti del vettore $\ddot{\underline{r}}_{hub}^{el}$) ed angolari (seconde tre componenti del vettore $\ddot{\underline{r}}_{hub}^{el}$) e per la velocità angolare (seconde tre componenti del vettore $\dot{\underline{r}}_{hub}^{el}$), vi è una diretta corrispondenza; per quanto riguarda invece la corrispondenza tra le componenti di velocità lineare (prime tre componenti del vettore $\dot{\underline{r}}_{hub}^{el}$), essa influenza anche l'accelerazione tramite il termine di accelerazione di Coriolis derivante dalla presenza di una velocità angolare all'equilibrio ($2[\underline{\omega}_0] \wedge \dot{\underline{r}}_{hub}^{el}$). Infine, come verrà analizzato successivamente, è presente la dipendenza delle componenti della velocità del mozzo nel riferimento *hub* non rotante dovuta al disallineamento tra quest'ultimo e il sistema di riferimento corpo per effetto della rotazione elastica. Sfruttando le matrici definite precedentemente e introducendo la matrice

$6 \times n \underline{\Phi}_{hub}$, contenente (disposti per colonne) gli spostamenti e le rotazioni associati ai vari modi nel mozzo,

$$\underline{\Phi}_{hub} = \begin{pmatrix} T_x^1 & \dots & T_x^N \\ T_y^1 & \dots & T_y^N \\ T_z^1 & \dots & T_z^N \\ R_x^1 & \dots & R_x^N \\ R_y^1 & \dots & R_y^N \\ R_z^1 & \dots & R_z^N \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

si ha che:

$$\frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \dot{q}_f} = \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{v}_H} \frac{\partial \underline{v}_H}{\partial \dot{q}_f} + \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{a}_H} \frac{\partial \underline{a}_H}{\partial \dot{q}_f} \quad (4.16)$$

ovvero, introducendo la matrice \underline{T}_{GH}^{a3} che contiene i termini legati all'accelerazione di Coriolis,

$$\frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \dot{q}_f} = \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{v}_H} \underline{\Phi}_f + 2 \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a3} \underline{\Phi}_{hub} \quad (4.17)$$

Analogamente, per quanto riguarda la derivata rispetto alla derivata seconda delle ampiezze modali,

$$\frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \ddot{q}_f} = \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \underline{a}_H} \underline{\Phi}_{hub} \quad (4.18)$$

Differentemente a quanto visto per i moti rigidi di fusoliera, laddove le rotazioni e gli spostamenti rigidi risultavano ininfluenti ai fini della determinazione dei carichi (almeno utilizzando modelli che non tengano in conto la geometria della scia del rotore), è presente la succitata dipendenza delle forze aerodinamiche anche dalle q_f e non soltanto dalle sue derivate. In particolare gli unici spostamenti elastici di interesse sono le rotazioni di asse z e y , che equivalgono ad un cambiamento dell'angolo azimutale Ψ delle pale e dell'inclinazione del disco rotorico rispetto alla direzione del vento (angolo di *shaft*), conducendo alle:

$$\frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial q_f} = \left\{ 0, 0, 0, 0, \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \alpha_{sh}}, \frac{\partial \underline{F}^{pala}}{\partial \psi} \right\} \quad (4.19)$$

4.1.2 Carichi all'hub

La funzione del rotore principale è quella di propellere e sostenere l'elicottero tramite le forze che scambia colla fusoliera all'*hub*. Nel caso di volo all'equilibrio, data la periodicità dei fenomeni, esistono formule note che esprimono le armoniche delle forze scambiate al mozzo in funzione delle

armoniche delle forze generate dalla singola pala (si veda ad esempio [26]): esse indicano che per un rotore di N pale, le forze trasmesse sono o costanti o periodiche di periodo $2\pi/N$. Inoltre ad ogni armonica dei carichi all'*hub* contribuirà la stessa armonica dei carichi di pala se la forzante (forze e momenti) è sull'asse normale al piano rotorico ed invece contribuiranno le armoniche $N-1$ e $N+1$ nel caso di forzante giacente nel piano.

Nel caso di moto non stazionario (ad esempio il moto perturbativo del rotore), queste formule non possono più essere applicate ed è necessario quindi sommare le forze agenti sulle singole pale, dopo averle opportunamente proiettate, si ottiene

$$\underline{F}_{NRH} = \sum_{i=1}^{N_{pale}} \underline{R}(PI^i - NRH) \underline{F}_{pi}^i = \sum_{i=1}^{N_{pale}} \underline{R}(PI^i - NRH) \int_0^R \underline{f}_{aero}^i + \underline{f}_{in}^i dx \quad (4.20)$$

dove con NRH si sono indicate le grandezze nel sistema *hub* non rotante e con pi_i le grandezze nel sistema pala i -esima indeformata, con $\underline{R}(PI^i - NRH)$ la matrice di rotazione tra i due sistemi di riferimento, con \underline{F}_{PI}^i la sollecitazione, ossia il vettore a 6 elementi contenente le tre componenti della forza e le tre componenti dei momenti scambiata dalla pala al mozzo e con \underline{f}_{aero}^i e \underline{f}_{in}^i le forze inerziali e aerodinamiche, nonché i momenti e momenti di trasporto all'*hub* distribuiti sulla pala i -esima, dall'asse di rotazione al *tip* (R). Per quanto riguarda la valutazione delle derivate si è proceduto analogamente a quanto è stato fatto per i carichi modali, ossia alla loro determinazione a partire da analisi effettuate perturbando la velocità e l'accelerazione all'*hub*.

Si ottiene quindi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{\zeta}} &= \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{T}_{GH}^v + \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a2} \\ &\quad \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{\zeta}} = \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{T}_{GH}^{a1} \\ \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{\dot{q}}_{hub}} &= \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{\Phi}_{hub} + 2 \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a3} \underline{\Phi}_{hub} \\ &\quad \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{\ddot{q}}_{hub}} = \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{\Phi}_{hub} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Considerazioni simili a quelle riportate precedentemente per i carichi modali, sono valide per la dipendenza dei carichi all'*hub* dalle ampiezze della deformazione elastica \underline{q}_f e conducono alle:

$$\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{q}_f} = \left\{ 0, 0, 0, 0, \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \alpha_{sh}}, \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \psi} \right\} \quad (4.22)$$

Per ottenere la sollecitazione equivalente al baricentro dell'elicottero, è ora necessario considerare i momenti di trasporto, introducendo la matrice \underline{Rx} che esprima le relazioni:

$$\vec{f}_G = \vec{f}_{hub} \quad (4.23)$$

$$\vec{m}_G = \vec{m}_{hub} + \vec{f} \times \vec{r}_{hg} \quad (4.24)$$

e che quindi assume la forma

$$\underline{Rx} = \left\{ \begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_z & r_y & 1 & 0 & 0 \\ r_z & 0 & -r_x & 0 & 1 & 0 \\ -r_y & r_x & 0' & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\} \quad (4.25)$$

A questo punto, sostituendo nelle 4.21, si ha che

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \underline{\zeta}} &= \underline{Rx} \left[\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{T}_{GH}^v + \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a2} \right] \\ \frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \underline{\zeta}} &= \underline{Rx} \left[\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{T}_{GH}^{a1} \right] \\ \frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \underline{\dot{q}}_{hub}} &= \underline{Rx} \left[\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{\Phi}_{hub} + 2 \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a3} \underline{\Phi}_{hub} \right] \\ \frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \underline{\ddot{q}}_{hub}} &= \underline{Rx} \left[\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{\Phi}_{hub} \right] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Per quanto riguarda la dipendenza delle forze all'*hub* proiettate sui modi elastici di fusoliera, una volta giunti alle 4.21, è sufficiente premoltiplicare per la matrice Φ_{hub}^T , operazione che equivale alla proiezione sui modi, ottenendo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \underline{v}_G} &= \Phi_{hub}^T \left[\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{T}_{GH}^v + \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a2} \right] \\ \frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \underline{a}_G} &= \Phi_{hub}^T \left[\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{T}_{GH}^{a1} \right] \\ \frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \underline{\dot{q}}_{hub}} &= \Phi_{hub}^T \left[\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{v}_H} \underline{\Phi}_{hub} + 2 \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{T}_{GH}^{a3} \underline{\Phi}_{hub} \right] \\ \frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \underline{\ddot{q}}_{hub}} &= \Phi_{hub}^T \left[\frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{a}_H} \underline{\Phi}_{hub} \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

E' infine necessario valutare la dipendenza dei carichi all'*hub* dalle ampiezze modali della deformazione elastica di rotore e dalle sue derivate. Nel caso generale, utilizzando aerodinamiche complesse che prevedano l'interazione tra le pale, una perturbazione su di una pala genera carichi perturbativi anche sulle altre. Per l'aerodinamica introdotta fin qui, invece, il campo di pressioni sulla pala è influenzato solo dalle variabili elastiche ad essa associata, non richiedendo di sommare anche il contributo delle altre. Si ha che:

$$\frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \underline{q}} = \underline{Rx} \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{q}} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \underline{\dot{q}}} = \underline{Rx} \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{\dot{q}}} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \underline{\ddot{q}}} = \underline{Rx} \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{\ddot{q}}} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \underline{q}} = \underline{\Phi}_{hub}^T \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{q}} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \underline{\dot{q}}} = \underline{\Phi}_{hub}^T \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{\dot{q}}} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \underline{\ddot{q}}} = \underline{\Phi}_{hub}^T \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \underline{\ddot{q}}} \quad (4.33)$$

Infine banali sono le relazioni valide per l'influenza delle perturbazioni del comando collettivo sui carichi all'*hub*:

$$\frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \theta} = \underline{Rx} \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \theta} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \dot{\theta}} = \underline{Rx} \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \dot{\theta}} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^G}{\partial \ddot{\theta}} = \underline{Rx} \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \ddot{\theta}} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \theta} = \underline{\Phi}_{hub}^T \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \theta} \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \dot{\theta}} = \underline{\Phi}_{hub}^T \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \dot{\theta}} \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial \underline{F}^{el}}{\partial \ddot{\theta}} = \underline{\Phi}_{hub}^T \frac{\partial \underline{F}^{hub}}{\partial \ddot{\theta}} \quad (4.39)$$

4.2 Relazioni cinematiche a 3/4 corda

Come visto nel paragrafo relativo alla modellazione aerodinamica non stazionaria, il termine forzante la dinamica degli stati aggiunti dipende dalla componente di velocità normale al profilo a 3/4 corda, che, una volta integrata sulla pala, restituisce il vettore $\underline{W}_{3/4}$. Esso può essere ovviamente messo in relazione con i gradi di libertà elastici di pala, nonché con quelli elastici e rigidi di fusoliera e con il moto imposto dal comando collettivo tramite le equazioni presentate nel paragrafo 2.3.4, dando vita alle matrici $\frac{\partial W_{3/4}}{\partial \dot{q}}, \dots, \frac{\partial W_{3/4}}{\partial \theta}$.

4.3 Derivative

Di seguito verranno analizzate le dipendenze delle derivate di fusoliera e del rotore di coda rispetto al moto di fusoliera:

4.3.1 Derivative di fusoliera

Volendo indagare la dipendenza della componente i -esima della sollecitazione al baricentro dalla j -esima componente del vettore $\underline{\zeta}$ della velocità e velocità angolare del baricentro, si ha che:

$$\frac{\partial F_{AEi}^G}{\partial \zeta_j} = \frac{\partial F_{AEi}^G}{\partial F_{AEm}} \left[k \left(\frac{\partial cf_m}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial \zeta_j} + \frac{\partial cf_m}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial \zeta_j} \right) v_{tot}^2 + kcf_i \left(\frac{\partial v_{tot}^2}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial \zeta_j} \right) \right] \quad (4.40)$$

dove con F_{AE}^G si è indicata la sollecitazione al baricentro, con F_{AE} la forza al centro aerodinamico e con v_k la k -esima componente della velocità del centro aerodinamico, espressa nel riferimento locale del componente del quale si vuole calcolare il contributo (ad esempio il sistema identificato dalla corda dello stabilizzatore orizzontale e dalla sua apertura). Analogamente ai cf_i , anche i valori di $\frac{\partial cf_i}{\partial \alpha}$ e $\frac{\partial cf_i}{\partial \beta}$ possono essere desunti da risultati sperimentali e/o numerici.

Inoltre, essendo $\alpha \simeq \frac{v_3}{v_1}$ e $\beta \simeq \frac{v_2}{v_1}$, si ha che:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \underline{v}} = \left\{ -\frac{v_3}{v_1^2}, 0, \frac{1}{v_1} \right\} \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \underline{v}} = \left\{ -\frac{v_2}{v_1^2}, \frac{1}{v_1}, 0 \right\} \quad (4.42)$$

$$(4.43)$$

e, sfruttando l'atto di moto rigido, ipotizzando per semplicità allineati i due sistemi di riferimento (quello assi corpo e quello utilizzato per la definizione delle v_i)

$$\frac{\partial v}{\partial \zeta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_z & -r_y \\ 0 & 1 & 0 & -r_z & 0 & r_x \\ 0 & 0 & 1 & r_y & -r_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

avendo chiamato $\underline{r} = \{r_x, r_y, r_z\}$ il vettore che congiunge il baricentro al punto della superficie aerodinamica in cui viene calcolata l'angolo di incidenza e deriva.

Inoltre

$$\frac{\partial v_{tot}^2}{\partial v_k} = 2v_k \quad (4.45)$$

E' stata ritenuta invece trascurabile l'influenza del moto elastico di fusoliera sulle forze aerodinamiche di fusoliera, così come quella delle forze sulla deformazioni elastiche. Questa duplice scelta è motivata sia dall'entità della sollecitazione che dalla difficoltà nella determinazione di un punto che possieda un moto sufficientemente rappresentativo ai fini della determinazione dei carichi (un esempio lampante è la fusoliera, per la quale il moto elastico del centro aerodinamico non permette di estrarre informazioni circa le pressioni, in quanto poco rappresentativo del moto delle superfici che la compongono). Infine la matrice $\frac{\partial F_{AE}^G}{\partial F_{AE}}$ che esprime il trasporto della forzante dal centro aerodinamico al baricentro, si presenterà nella forma:

$$\frac{\partial F_{AE}^G}{\partial F_{AE}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_z & r_y & 1 & 0 & 0 \\ r_z & 0 & -r_x & 0 & 1 & 0 \\ -r_y & r_x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

4.3.2 Derivative del rotore di coda

Derivando la 3.7 rispetto alle componenti di velocità nel riferimento solidale con l'*hub* del rotore di coda, si ottiene che:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial v_1} &= \frac{1}{4}\rho\Omega^2 R^2 \sigma AC_{P_\alpha} \left(\frac{\theta_0}{\Omega R} \frac{2v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_3^2}} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial v_2} &= \frac{1}{4}\rho\Omega^2 R^2 \sigma AC_{P_\alpha} \left(\frac{\theta_0}{\Omega R} \frac{2v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_3^2}} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial v_3} &= \frac{1}{4}\rho\Omega^2 R^2 \sigma AC_{P_\alpha} \left(\frac{1}{\Omega R} \right)\end{aligned}\quad (4.47)$$

Si ha quindi, in termini matriciali:

$$\frac{\partial \underline{F}_{RC}^G}{\partial \underline{\zeta}} = \frac{\partial \underline{F}_{RC}^G}{\partial \underline{T}} \frac{\partial \underline{T}}{\partial \underline{v}} \frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{\zeta}} \quad (4.48)$$

laddove con la prima derivata si esprime il trasporto (analogo all'equazione 4.46) e la rotazione (il rotore presenta un certo angolo di disallineamento con il sistema di riferimento fusoliera) della spinta dall'*hub* del rotore di coda al baricentro, con la seconda le equazioni 4.47 e con l'ultima il legame cinematico che intercorre tra le velocità del baricentro e quelle dell'*hub* del rotore di coda nel riferimento definito dal piano rotorico e dalla normale ad esso (analogo alla 4.44).

Per quanto riguarda la proiezione della sollecitazione generata dal rotore di coda sui modi elastici di fusoliera (\underline{F}_{RC}^{el}), la matrice delle derivate è ottenuta come segue:

$$\frac{\partial \underline{F}_{RC}^{el}}{\partial \underline{\zeta}} = \underline{\Phi}_{rc}^T \frac{\partial \underline{T}}{\partial \underline{v}} \frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{\zeta}} \quad (4.49)$$

D'altro canto i moti elastici ($\underline{\dot{q}}_f$) modificheranno il moto del rotore di coda e quindi si avrà

$$\frac{\partial \underline{F}_{RC}^G}{\partial \underline{\dot{q}}_f} = \frac{\partial \underline{F}_{RC}^G}{\partial \underline{T}} \frac{\partial \underline{T}}{\partial \underline{v}} \frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{v}_{rc}^f} \underline{\Phi}_{rc} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial \underline{F}_{RC}^{el}}{\partial \underline{\dot{q}}_f} = \underline{\Phi}_{rc}^T \frac{\partial \underline{T}}{\partial \underline{v}} \frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{v}_{rc}^f} \underline{\Phi}_{rc} \quad (4.51)$$

dove con \underline{v}_{rc}^f si è indicata la velocità dell'*hub* del rotore di coda espresso nel sistema di riferimento di fusoliera. Per quanto riguarda le derivate del rotore di coda dalla ampiezze modali \underline{q}_f esse sono state trascurate, ma niente vieta, in principio di includerle con ragionamenti analoghi a quelli esposti sopra.

4.4 Equazioni linearizzate

A questo punto è possibile adimensionalizzare, analogamente a quanto fatto per quelle di rotore, (per semplicità di notazione si continuerà ad usare gli stessi simboli avendo ommesso la sottolineatura per vettori e matrici) le equazioni linearizzate della dinamica aeroelastica (quindi a meno della dinamica dei comandi e del pilota che verranno analizzate nel prossimo capitolo), sfruttando quanto derivato in questo capitolo e nei due precedenti.

$$\begin{aligned}
 M_b \ddot{q} + C_b \dot{q} + k_B q - \frac{\partial F^{pala}}{\partial \dot{\zeta}} \dot{\zeta} - \frac{\partial F^{pala}}{\partial \zeta} \zeta - \frac{\partial F^{pala}}{\partial \ddot{q}_f} \ddot{q}_f - \frac{\partial F^{pala}}{\partial \dot{q}_f} \dot{q}_f & \quad (4.52) \\
 - \frac{\partial F^{pala}}{\partial q_f} q_f - \frac{\partial F^{pala}}{\partial \ddot{\theta}} \ddot{\theta} - \frac{\partial F^{pala}}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} - \frac{\partial F^{pala}}{\partial \theta} \theta = 0 \\
 M_{cr} \dot{\zeta} + C_{cr} \zeta - \frac{\partial F^h}{\partial \ddot{q}} \ddot{q} + \frac{\partial F^h}{\partial \dot{q}} \dot{q} + \frac{\partial F^h}{\partial q} q + \frac{\partial F^h}{\partial \dot{\zeta}} \dot{\zeta} + \frac{\partial F^h}{\partial \zeta} \zeta + \frac{\partial F^h}{\partial \ddot{q}_f} \ddot{q}_f + \frac{\partial F^h}{\partial \dot{q}_f} \dot{q}_f \\
 + \frac{\partial F^h}{\partial q_f} q_f + \frac{\partial F^h}{\partial \ddot{\theta}} \ddot{\theta} + \frac{\partial F^h}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} + \frac{\partial F^h}{\partial \theta} \theta + \left(\frac{\partial F_{AE}^G}{\partial \zeta} + \frac{\partial F_{RC}^G}{\partial \zeta} \right) \zeta \\
 M^{el} (\ddot{q}_f + 2\omega_{el} \delta \dot{q}_f + \omega_{el}^2 q_f) = \frac{\partial F^{el}}{\partial \ddot{q}} \ddot{q} + \frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{q}} \dot{q} + \frac{\partial F^{el}}{\partial q} q + \frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{\zeta}} \dot{\zeta} + \frac{\partial F^{el}}{\partial \zeta} \zeta + \frac{\partial F^{el}}{\partial \ddot{q}_f} \ddot{q}_f \\
 + \frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{q}_f} \dot{q}_f + \frac{\partial F^{el}}{\partial q_f} q_f + \frac{\partial F^{el}}{\partial \ddot{\theta}} \ddot{\theta} + \frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} + \frac{\partial F^{el}}{\partial \theta} \theta \\
 M_{eul} \dot{\epsilon} - C_{eul} \zeta = 0
 \end{aligned}$$

dove, per compattezza di scrittura, in M_b , C_b , K_b si sono incluse le $\frac{\partial F^{pala}}{\partial \ddot{q}_f}$, $\frac{\partial F^{pala}}{\partial \dot{q}_f}$, $\frac{\partial F^{pala}}{\partial q_f}$.

Capitolo 5

Modellazione Biodinamica

Come è stato esposto nell'introduzione, l'analisi di RPC aeroelastici ha come prerequisito la definizione di un modello di pilota passivo che è soggetto alla vibrazioni trasmessegli dal seggiolino e impartisce dei comandi involontari tramite le leve del collettivo, del ciclico e i pedali.

Un approccio tipico nel modellare l'influenza della presenza del pilota sulla aeroservoelasticità dei velivoli consiste nell'identificare una funzione di trasferimento equivalente che esprima il moto dei controlli in risposta all'accelerazione che il pilota riceve dal seggiolino. Tipicamente vengono considerati dei modelli SISO (*Single Input Single Output*) nei quali il moto di un singolo controllo è ottenuto a partire da una specifica componente dell'accelerazione: questo approccio, per quanto semplificato e opinabile, permette una semplice ed immediata analisi di specifiche instabilità in particolari condizioni di volo.

In letteratura sono presenti pochi esempi di questo tipo di funzioni di trasferimento ottenute sperimentalmente e tipicamente sono specializzate per *cockpit* di velivoli ad ala fissa e per il range delle bassissime frequenze, essendo state sviluppate per indagini che afferiscono alla meccanica del volo (*rigid body* APC). In ambito elicotteristico, due sono i modelli noti di pilota per applicazioni aeroelastiche (quindi per indagini a frequenze comprese tra i 2 e gli 8 Hz): il modello sviluppato da Mayo ([27]) per il comando collettivo e il modello di Parham ([28], [29]) per il comando ciclico del V-22 e del BO 609. Come è stato già notato, allo stato attuale, l'analisi di fenomeni RPC è ancora governata da parecchie incertezze, in special modo nella componente biodinamica, in quanto i modelli attualmente sviluppati, di natura prettamente sperimentale, sono specifici per particolari tipi di velivoli e non è necessariamente detto che siano estendibili ad altri *cockpit*, in quanto differenti

posizionamenti dei comandi possono stravolgere completamente la funzione di trasferimento che identifica la dinamica del pilota.

Lo scenario potrebbe modificarsi nel futuro con l'adozione di modelli basati su dinamica multicorpo che partano dalla definizione dell'effettiva geometria del corpo, introducendo tramite parametri concentrati le grandezze di massa smorzamento e rigidità (presumibilmente non lineari) equivalenti degli arti. Superata la difficoltà insita nella modellazione biodinamica (si veda ad esempio [30]), uno strumento di questo tipo permetterebbe di simulare la risposta meccanica del corpo umano e sarebbe quindi un potente strumento nell'analisi di fenomeni di RPC. Più complesso rimane tuttavia la determinazione, mediante leggi ricavate sperimentalmente, degli aspetti decisionali del pilotaggio.

5.1 Comando collettivo

Come detto precedentemente, il modello di pilota più noto in letteratura è quello sviluppato da Mayo per il comando collettivo ([27]). A valle di un'indagine condotta ponendo dei soggetti su di uno *shaker* vibrante a varie frequenze mentre impugnavano una leva posizionata lateralmente rispetto al seggiolino, egli estrapolò due funzioni di trasferimento analoghe per due diverse corporature tipiche: una per soggetti magri (chiamati *ectomorphic*), e una per soggetti di stazza maggiore (chiamati *mesomorphic*). Le due funzioni di trasferimento legano l'accelerazione dell'impugnatura del comando collettivo (a_0) all'accelerazione verticale del seggiolino (a_z) ed hanno, rispettivamente la forma:

$$H_{ecto} = \frac{a_0}{a_z} = \frac{5.19s + 452.3}{s^2 + 13.7s + 452.3} \quad (5.1)$$

e

$$H_{meso} = \frac{a_0}{a_z} = \frac{4.02s + 555.4}{s^2 + 13.31s + 555.4} \quad (5.2)$$

E' importante notare che il comando impartito è proporzionale alla differenza tra le due accelerazioni ($a_0 - a_z$) in quanto, per osservare un moto della leva, è necessario che sia presente un moto relativo tra la mano del pilota e il punto estremo della leva considerato connesso con il riferimento locale di fusoliera. Da ciò deriva anche che, come è lecito aspettarsi, una perturbazione a frequenza nulla non genera una perturbazione sul comando.

A questo punto, integrando due volte nel tempo si ottiene la funzione di trasferimento tra il comando

collettivo α e l'accelerazione verticale del seggiolino:

$$H'_{rel} = \frac{1}{s^2}(H - 1) \quad (5.3)$$

Le due funzioni di trasferimento sono graficate in figura 5.1 e in tabella 5.1 sono riportati i dati

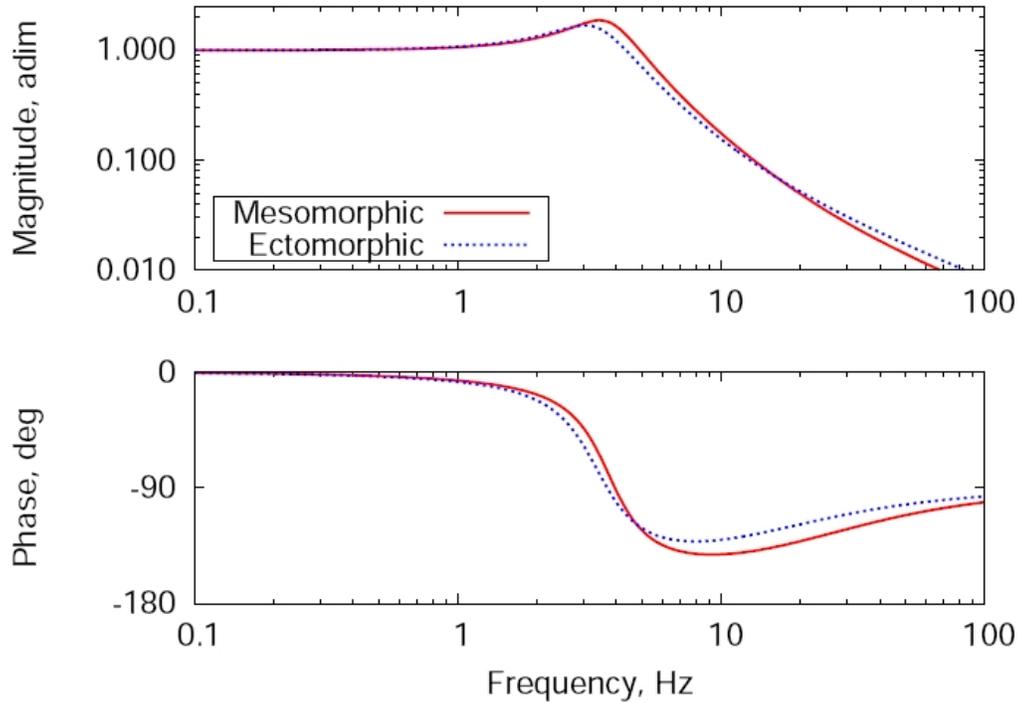


Figura 5.1: Funzioni di trasferimento identificate da Mayo

ottenuti da Mayo.

	Ectomorphic	Mesomorphic
Altezza	1.75 m	1.85 m
Peso	70 Kg	90 Kg
Frequenza	20.11 <i>rad/s</i>	22.62 <i>rad/s</i>
Smorzamento	32.2 %	28.2 %

Nell'articolo originale, il pilota *ectomorphic*, si era dimostrato più soggetto all'instabilità una volta accoppiato con la dinamica dell'elicottero, probabilmente a causa del fatto che egli ne aveva scelto uno di dimensioni medio-grandi per i test numerici.

Inoltre Mayo osservò una dipendenza del fattore di amplificazione dal grado di collettivo attorno al quale avveniva la perturbazione, come è mostrato in figura 5.2.

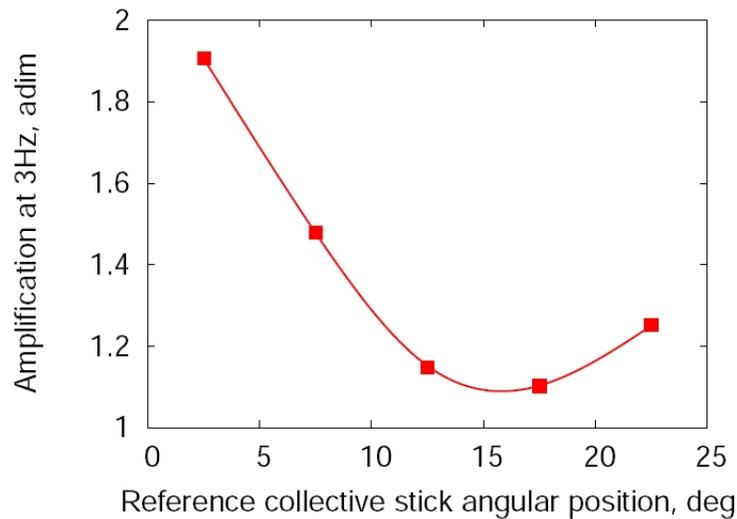


Figura 5.2: *Dipendenza del fattore di amplificazione dal valore angolare di riferimento della leva, in Mayo*

Ciò può essere spiegato con la differente posizione del braccio del pilota che varia da una configurazione totalmente estesa ad una decisamente piegata, modificando lo stato tensionale del muscolo nonché il precarico. Ovviamente questo tipo di approccio tende a semplificare di molto la risposta dinamica del pilota, in quanto la configurazione del braccio non modifica soltanto il fattore d'amplificazione ma tende anche a spostare poli e zeri della funzione di trasferimento, come è stato accertato nel corso dell'indagine sperimentale riportata in [31].

E' inoltre importante notare che alle basse frequenze è presumibile che il pilota riesca a compensare volontariamente le accelerazioni trasmesse gli dal seggiolino e che quindi la funzione di trasferimento sia poco aderente al comportamento reale, tenendo essa in considerazione esclusivamente gli aspetti dinamici. D'altro canto questo tipo di modello è inteso per indagini di RPC aeroelastico e quindi il comportamento alle bassissime frequenze è abbastanza influente, giacché tende ad accoppiarsi poco con i fenomeni elastici di fusoliera e rotore.

Per cercare di integrare e corroborare i risultati ottenuti da Mayo ampliando il campione e diversificando le analisi, durante l'attività di ricerca di GARTEUR AG-16 sono stati svolti test specifici presso il simulatore Bibby (dotato di attuatori che gli consentono spostamenti con 6 gradi di libertà) dell'università di Liverpool, tesi ad identificare nuove funzioni di trasferimento ([31]).

Il test principale è consistito nel rendere soggette a vibrazioni verticali periodiche e casuali due



Figura 5.3: Set up sperimentale dei test sperimentali nel simulatore BIBBY presso UoL

differenti persone (identificate con i numeri 1 e 2) sedute nel simulatore mentre impugnavano il comando collettivo. I dati risultanti, in termini di storia temporale dell'angolo α_0 sono stati processati e da essi è stata indentificata la funzione di trasferimento che lega il comando all'accelerazione del seggiolino. Essa è risultata essere diversa da quella proposta da Mayo, presentandosi nella forma:

$$H'_{rel} = G \frac{(s + z)(s + \bar{z})}{(s + p_1)(s + \bar{p}_1)(s + p_2)(s + \bar{p}_2)} \quad (5.4)$$

dove con G si è indicato il guadagno, z rappresenta lo zero della funzione (e \bar{z} il suo complesso coniugato), mentre p_1 e p_2 i due distinti poli della funzione di trasferimento (con i loro complessi coniugati).

In figura 5.4 sono mostrati i poli delle funzioni identificate da Mayo e quelli relativi ai piloti 1 e 2 per una posizione di riferimento del 10% della corsa della leva. Come è possibile notare dalla tabella 5.1 (nella quale sono riportati i risultati relativi ai due piloti in tre configurazioni differenti, pari al 10,50 e 90% della corsa della leva), i due poli a bassa frequenza sono prossimi a quelli identificati da Mayo e sono fortemente dipendenti dalla posizione della leva di collettivo. I due a più alta frequenza, che non sono stati identificati in [27], sembrano invece esserne meno influenzati, specie in termini di smorzamento.

I risultati, in questa sede soltanto brevemente presentati, suggeriscono la necessità di sviluppare un modello generico per il pilota (o quantomeno per il suo braccio) basato su una descrizione dinamica multicorpo che parta dall'identificazione di parametri di massa, smorzamento e rigidità delle varie parti e delle articolazioni. Il problema risiede principalmente nella determinazione di

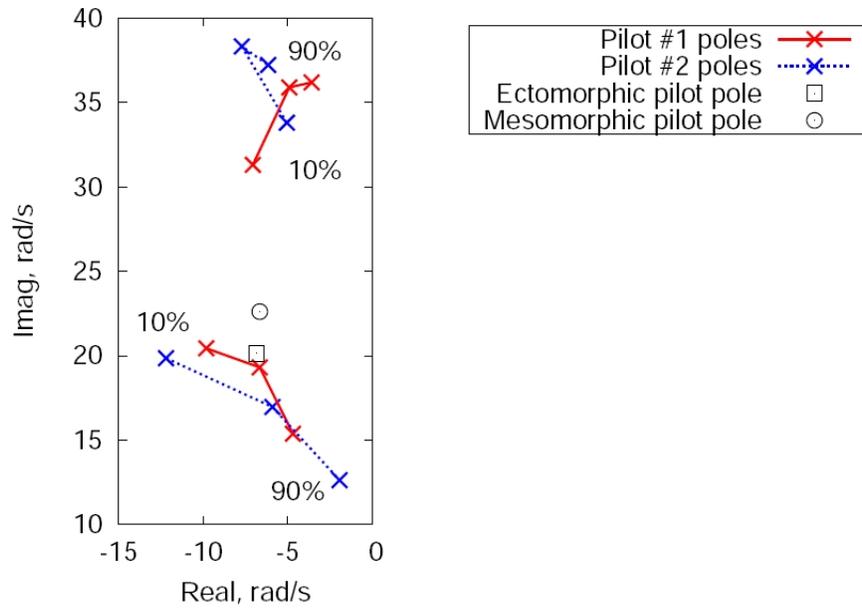


Figura 5.4: Confronto tra diverse funzioni di trasferimento

tali parametri, che richiedono un'attenta valutazione: una prima indagine è stata svolta e i risultati, preliminari ma comunque promettenti, sono stati presentati in [31].

Test	Polo #1	Polo #2	Zero	Guadagno
Pilota #1, 10%	$-9.82 \pm 20.44i$	$-7.07 \pm 31.3i$	$-2.63 \pm 28.35i$	-4465.3
Pilota #1, 50%	$-6.65 \pm 19.31i$	$-4.92 \pm 35.88i$	$-3.56 \pm 27.67i$	-2446.1
Pilota #1, 90%	$-4.69 \pm 15.4i$	$-3.583 \pm 36.17i$	$-7.39 \pm 27.87i$	-1024.9
Pilota #2, 10%	$-12.20 \pm 19.85i$	$-5.05 \pm 33.8i$	$-3.242 \pm 30.94i$	-4431.7
Pilota #2, 50%	$-5.9031 \pm 16.96i$	$-7.72 \pm 38.3i$	$-5.79 \pm 24.17i$	-2322.5
Pilota #2, 90%	$-1.93 \pm 12.63i$	$-6.16 \pm 37.21i$	$-6.59 \pm 18.39i$	-1189

Tabella 5.1: Poli e zeri della funzione di trasferimento identificata al variare della posizione di riferimento

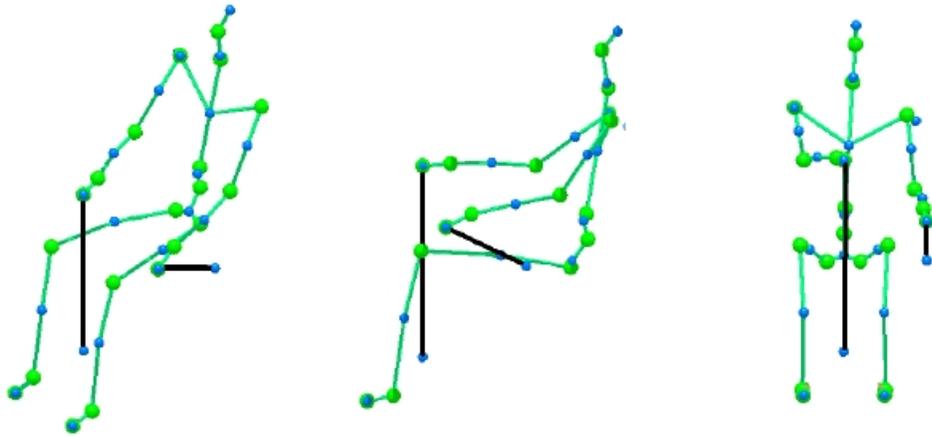


Figura 5.5: *Modello Multi-body per la dinamica del pilota*

5.2 Comando ciclico

Nel corso delle indagini numeriche svolte è stata implementata anche una funzione di trasferimento per il controllo ciclico laterale e longitudinale presente in letteratura ([28] [29]). Le due funzioni di trasferimento sono entrambe di tipo SISO in funzione della corrispondente componente dell'accelerazione, e quindi impropriamente si potrebbe parlare di modello MIMO (*Multiple Input Multiple Output*), mentre in realtà è più corretto parlare di modello multiSISO.

Esse sono rispettivamente

$$H_{lateral} = \frac{9.4487e + 03s - 2.852e + 05}{s^3 + 1.2641e + 03s^2 + 9.7102e + 03s + 3.8553e + 05} \quad (5.5)$$

$$H_{longitudinal} = \frac{-9.0227e + 03s^2 + 1.4602e + 04s + 5.7467e + 07}{s^4 + 1.3085e + 03s^3 + 7.5206e + 04s^2 + 1.259e + 07s + 3.0382e + 07} \quad (5.6)$$

ed in figura 5.7 ne sono rappresentati i diagrammi di Bode.

L'accoppiamento di queste due funzioni con una di quelle sviluppate per il comando collettivo permette di realizzare un modello assai semplificato, ma completo, per l'analisi di configurazioni elicotteristiche e rappresenta comunque un punto di riferimento nello sviluppo di modelli di pilota più accurati.

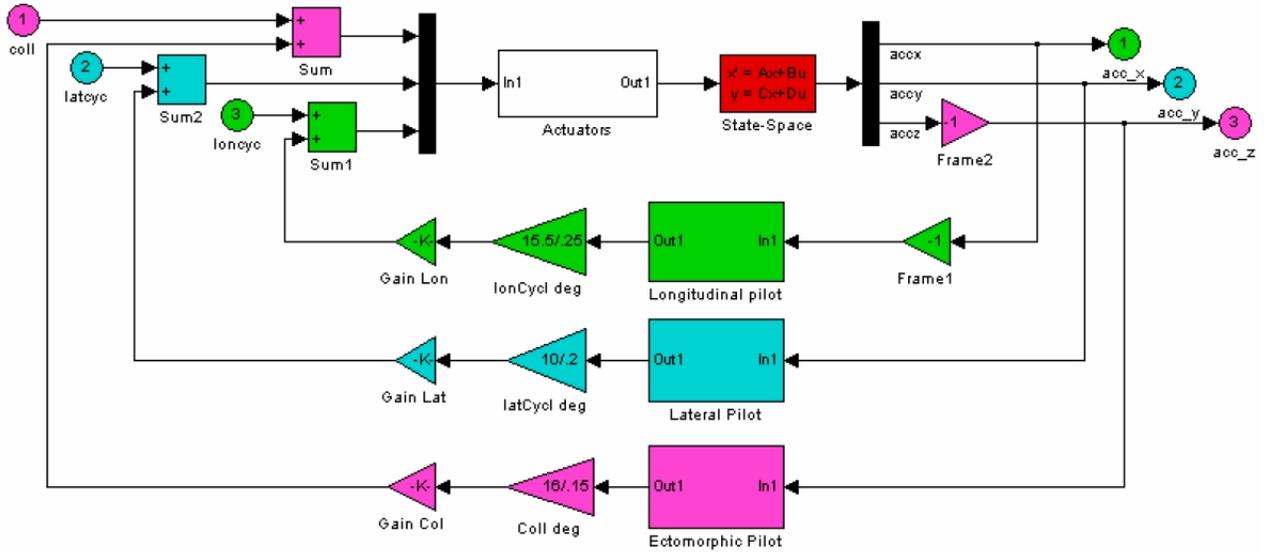


Figura 5.6: Schema multiSISO per l'analisi di RPC

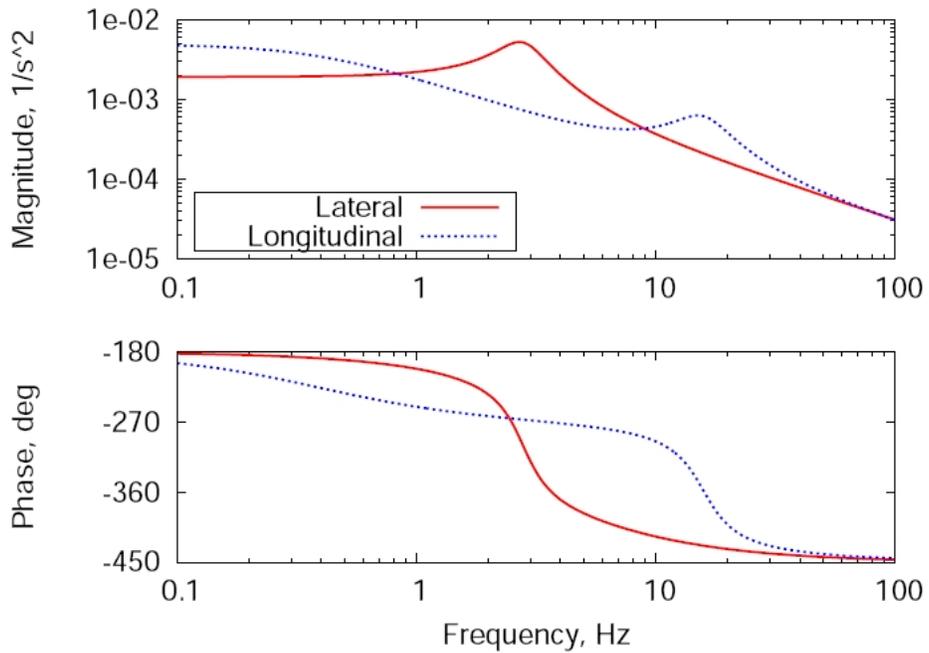


Figura 5.7: Funzioni di trasferimento identificate da Parham per il comando ciclico

5.3 Legame cinematico tra comando collettivo e accelerazione del seggiolino

Prendendo come esempio la funzione di Mayo (analoghe considerazioni possono essere svolte utilizzando funzioni di trasferimento differenti) si ha che la dinamica del comando collettivo α impartito dal pilota soggetto alle vibrazioni, può essere espressa come

$$s^2 r_{st} \tilde{\alpha} = \left(\frac{\tilde{a}_0}{\tilde{a}_z} - 1 \right) \tilde{a}_z = \frac{n_1 s + n_0 - s^2 - d_1 s - d_0}{s^2 + d_1 s + d_0} a_z \quad (5.7)$$

che a causa dell'uguaglianza di n_0 e d_0 (che determina il fatto che a frequenza di perturbazione nulla non vi sia comando perturbativo impartito), diviene

$$(s^2 + d_1 s + d_0) s^2 r_{st} \tilde{\alpha} = [-s^2 - (d_1 + n_1) s] \tilde{a}_z \quad (5.8)$$

A questo punto è necessario esprimere la a_z in funzione delle variabili aeroelastiche e, sfruttando la composizione del moto elastico e di quello rigido della fusoliera, si ottiene l'espressione linearizzata per l'accelerazione verticale del seggiolino in funzione delle componenti corpo di velocità ed accelerazione (trascurando l'accelerazione di Coriolis, che introdurrebbe una dipendenza aggiuntiva da \underline{q}^f , ma che tuttavia si può ritenere in prima approssimazione trascurabile):

$$\tilde{a}_z = - \left(s w - q u_0 + s p r_y^{seat} - s q r_x^{seat} + q_0 u + \sum_{i=1}^{N_{el}} s^2 q_f^i \Phi_{tz_i}^{seat} \right) \quad (5.9)$$

dove r^{seat} è il vettore delle componenti della posizione del seggiolino e $\Phi_{tz_i}^{seat}$ è la componente di spostamento lungo l'asse z dell' i -esimo modo elastico calcolato nella posizione del seggiolino.

In notazione matriciale si ha quindi

$$\tilde{a}_z = \underline{B}_1 s \tilde{\zeta} + \underline{B}_2 \tilde{\zeta} + \underline{B}_3 s^2 \tilde{q}_f \quad (5.10)$$

con

$$\begin{aligned} \underline{B}_1 &= \{0, 0, 0, -1, -r_y^{seat}, r_x^{seat}\} \\ \underline{B}_2 &= \{-\omega_0^y, 0, 0, 0, v_{x0}^G\} \\ \underline{B}_3 &= \{-\Phi_{tz_1}^{seat}, \dots, -\Phi_{tz_N}^{seat}\} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Sostituendo nella 5.8 si ha quindi

$$(s^2 + d_1 s + d_0) s^2 r_{st} \tilde{\alpha} = [-s^2 - (d_1 + n_1) s] \underline{B}_1 s \tilde{\zeta} + \underline{B}_2 \tilde{\zeta} + \underline{B}_3 s^2 \tilde{q}_f \quad (5.12)$$

Integrando nel tempo due volte la relazione precedente si ottiene infine:

$$(s^2 + d_1s + d_0)r_{st}\tilde{\alpha} = [-s - (d_1 + n_1)]\underline{B}_1\tilde{\zeta} + \frac{1}{s}\underline{B}_2\tilde{\zeta} + \underline{B}_3s\tilde{q}_f \quad (5.13)$$

che rappresenta la forma nella quale l'equazione per la dinamica di α è stata inserita nel modello. E' interessante notare la dipendenza dall'integrale nel tempo delle ζ , ovvero da una grandezza legata in qualche modo alla posizione del velivolo, nonostante essa non influisca sull'accelerazione del seggiolino. Questo fatto è diretta conseguenza del processo di identificazione della funzione di trasferimento e della conseguente introduzione di una dinamica equivalente tra le due accelerazioni eliminando i gradi di libertà interni.

Capitolo 6

Modello aeroelastico completo

Di seguito verrà riportata l'espressione matriciale del sistema aeroelastico completo in forma normale, così come ottenuto dall'accoppiamento delle equazioni ottenute nei tre capitoli precedenti.

Innanzitutto viene definito il vettore a blocchi delle incognite z

$$\underline{z} = \left[\dot{q}, q, \zeta, \dot{q}_f, q_f, \dot{\theta}, \theta, \epsilon, \dot{\alpha}, \alpha, y, \dot{r}, r \right] \quad (6.1)$$

dove con q si sono indicati i gradi di libertà elastici di rotore (in numero $N_{pale} \times N_{modi}$), con ζ i 6 gradi di libertà del corpo rigido (velocità e velocità angolari), con q^f i gradi di libertà elastici di fusoliera (N_{el}) e con ϵ gli angoli d'Eulero; con α è invece indicata l'angolo di deflessione della leva del collettivo, con θ l'angolo collettivo (come viene attuato dallo *swashplate*), con r gli N_{sa} stati aerodinamici (nel caso di aerodinamica non stazionaria) ed infine con y l'integrale nel tempo delle componenti di velocità ($\dot{y} = \zeta$).

Adimensionalizzando il sistema, analogamente a quanto visto per le equazioni di rotore, e ponendolo in forma normale, si ha:

$$\underline{M} \dot{\underline{z}} + \underline{C} \underline{z} = 0 \quad (6.2)$$

dove la matrice \underline{M} ha la seguente forma:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
M_b & 0 & -\frac{\partial F^p}{\partial \zeta} & -\frac{\partial F^p}{\partial \dot{q}_f} & 0 & -\frac{\partial F^p}{\partial \theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial F^p}{\partial \dot{r}} & 0 \\
-\frac{\partial F^h}{\partial \dot{q}} & 0 & M_{cr} - \frac{\partial F^h}{\partial \zeta} & -\frac{\partial F^h}{\partial \dot{q}_f} & 0 & -\frac{\partial F^h}{\partial \theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial F^h}{\partial \dot{r}} & 0 \\
-\frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{q}} & 0 & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \zeta} & M_{el} - \frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{q}_f} & 0 & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{\theta}_p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{r}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & B_1 & B_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{eul} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_s & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I
\end{array} \tag{6.3}$$

e la matrice \underline{C} , la seguente:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
C_b & K_b & -\frac{\partial F^p}{\partial \zeta} & -\frac{\partial F^p}{\partial \dot{q}_f} & -\frac{\partial F^p}{\partial \dot{q}_f} & -\frac{\partial F^p}{\partial \theta} & -\frac{\partial F^p}{\partial \theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial F^p}{\partial \dot{r}} & -\frac{\partial F^p}{\partial \dot{r}} \\
-\frac{\partial F^h}{\partial \dot{q}} & -\frac{\partial F^h}{\partial \dot{q}} & C_{cr} - \frac{\partial F^h}{\partial \zeta} & -\frac{\partial F^h}{\partial \dot{q}_f} & -\frac{\partial F^h}{\partial \dot{q}_f} & -\frac{\partial F^h}{\partial \theta} & -\frac{\partial F^h}{\partial \theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial F^h}{\partial \dot{r}} & -\frac{\partial F^h}{\partial \dot{r}} \\
-\frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{q}} & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{q}} & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \zeta} & C_{el} - \frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{q}_f} & K_{el} - \frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{q}_f} & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \theta} & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{r}} & -\frac{\partial F^{el}}{\partial \dot{r}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2D\omega_\theta & \omega_\theta^2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & B_2 + g_1 B_1 & g_1 B_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_0 d_1 & r_0 d_2 & g_1 B_2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 | -C_{eul} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{\partial W^{3/4}}{\partial \dot{q}} & -\frac{\partial W^{3/4}}{\partial \dot{q}} & -\frac{\partial W^{3/4}}{\partial \zeta} & -\frac{\partial W^{3/4}}{\partial \dot{q}_f} & -\frac{\partial W^{3/4}}{\partial \dot{q}_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_s & K_s \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0
\end{array}$$

con $g_1 = d_1 - n_1$. Il sistema è poi posto in forma normale premoltiplicando per \underline{M}^{-1} , ottenendo:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{A} \underline{z} \tag{6.4}$$

6.1 Analisi di stabilità

L'analisi di stabilità di sistemi linearizzati, consta principalmente di due fasi: la determinazione della soluzione d'equilibrio e lo studio della conseguente dinamica perturbativa; qui di seguito verrà brevemente illustrata la procedura utilizzata per ottenere i risultati numerici presentati nel capitolo successivo.

6.1.1 Determinazione della condizione di volo all'equilibrio

La soluzione all'equilibrio del sistema (sia in termini di comandi e assetto, che in termini di deflessione elastica del rotore) è necessaria per la valutazione della matrice di stato in quanto il suo calcolo implica la linearizzazione di termini non lineari. Tale soluzione può essere determinata in più modi (e con differenti gradi di approssimazione), che comprendono o un processo in due fasi (*trim* rigido e successiva analisi aeroelastica) o la soluzione diretta del problema aeroelastico completo (risolvendo contemporaneamente la dinamica rigida ed elastica del velivolo).

L'approccio *rigid body* per la determinazione dei valori dei comandi e dell'assetto viene impiegato diffusamente in ambito elicotteristico come procedura a sé stante o, alternativamente, accoppiato con modelli di ordine ridotto (uno o più gradi di libertà) per la dinamica elastica del rotore; i modelli di ordine ridotto per la dinamica di rotore si basano solitamente sulla descrizione del moto d'assieme del disco rotorico (moti di coning e di inclinazione del disco)¹. A valle del *trim* rigido, si può provvedere in questo caso ad effettuare un'analisi di risposta aeroelastica del rotore imponendo i comandi ottenuti precedentemente: questo approccio ha come vantaggio principale la semplicità del modello richiesto, nonostante, a meno di non iterare la soluzione, non si possa considerarne il risultato una soluzione esatta. Una descrizione aeroelastica del rotore più accurata, infatti, modificherà in una certa misura la predizione dei carichi trasmessi attraverso l'*hub*, richiedendo di effettuare nuovamente l'analisi di *trim*. Nel presente studio, comunque, si è preferito utilizzare la soluzione aeroelastica completa, determinando quindi contemporaneamente sia i parametri di volo (comandi e assetto), sia la legge periodica delle deflessioni elastiche di pala all'equilibrio.

¹In un precedente articolo ([32]) si è dimostrato che l'influenza del modello aeroelastico sul valore dei comandi che equilibrano il velivolo non è trascurabile. Tuttavia queste differenze sono tali da non ritenersi necessariamente vincolanti ai fini dello scopo primario delle analisi di stabilità ivi svolte, tese principalmente a determinare le influenze dei vari parametri strutturali e di modellazione sulla predizione del RPC.

6.1.2 Studio del sistema perturbativo

Una volta determinata la condizione di equilibrio, l'analisi della dinamica perturbativa del sistema è stata svolta con le tradizionali tecniche di identificazione degli autovalori della matrice di stato: da essi infatti è facile risalire agli smorzamenti dei vari modi ed alla loro forma modale, identificando gli elementi strutturali che più li influenzano.

In generale il modello aeroelastico di una configurazione elicotteristica si presenta in forma periodica, per quanto detto circa l'aerodinamica di rotore e per la trasmissione dei carichi rotanti, nonostante sotto particolari ipotesi (ad esempio volo in *hover* utilizzando modelli aeroelastici che non prevedano la dinamica di scia) possa divenire tempocostante.

Si presentano quindi due strade maestre per l'analisi di stabilità: la prima è quella di utilizzare la teoria di Floquet-Lyapunov per l'analisi di sistemi periodici (ed è stata quella seguita nel corso di questa tesi), l'altra è quella storicamente più diffusa in ambito elicotteristico di applicare la così detta trasformazione multipala, che consiste nel proiettare le grandezze elastiche di pala nel riferimento non rotante, ed utilizzando successivamente l'approssimazione tempocostante della matrice di stato corrispondente. Le incognite del problema, a valle della trasformazione, risultano essere (per maggiori dettagli si veda [7]) i modi collettivi, differenziali (caratterizzati ambedue da frequenza pari alla frequenza del modo nelle variabili espresse nel riferimento rotante), *progressive* (caratterizzato da una frequenza pari a quella propria del modo più la frequenza di rotazione del rotore) e *regressive* (caratterizzato da una frequenza pari a quella propria del modo meno la frequenza di rotazione del rotore).

questo approccio, ampiamente utilizzato, permette un'interpretazione degli autovalori più diretta rispetto a quella degli autovalori identificati tramite la teoria di Floquet, in quanto essi hanno una frequenza univoca anche se, d'altro canto, risultano in una certa misura meno accurati.

La teoria di Floquet-Lyapunov, invece, perviene ad una soluzione analiticamente corretta ma con lo svantaggio di identificare le frequenze in maniera meno facilmente interpretabile, in quanto definite a meno di un multiplo intero della frequenza giro. Questo fatto, fisicamente e matematicamente corretto per via della composizione delle frequenze e dell'operazione di estrazione di logaritmo di un numero complesso, rende complicato indenticare i vari modi e, ad esempio, identificare il contenuto armonico fondamentale della risposta perturbativa (per maggiori dettagli a riguardo, si veda [4]).

Capitolo 7

Risultati numerici

Il modello descritto nei capitoli precedenti è stato validato ampiamente, sia a livello dei singoli componenti, sia nell'interazione tra le parti. L'elicottero utilizzato per i test numerici è stato il BO-105, per i motivi già espressi di facile reperibilità dei dati strutturali, nonché per la semplicità del sistema di controllo di questo velivolo.

Numerosi dati erano già presenti in letteratura all'inizio dell'analisi, mentre quelli mancanti sono



Figura 7.1: *BO-105 a terra presso l'aeroporto di Braunschweig*

stati ricavati da misurazioni sulla macchina presente al centro DLR di Braunschweig. La possibilità di poter indagare direttamente sul velivolo reale si è dimostrata una caratteristica fondamentale ed imprescindibile nello sviluppo dell'attività, in quanto per una corretta simulazione del RPC si necessita di dati che usualmente non sono facilmente reperibili in letteratura, quali ad esempio le misure del cockpit.

Il BO-105 nasce come piccolo e versatile elicottero della ditta MBB (divenuta poi EUROCOPTER)

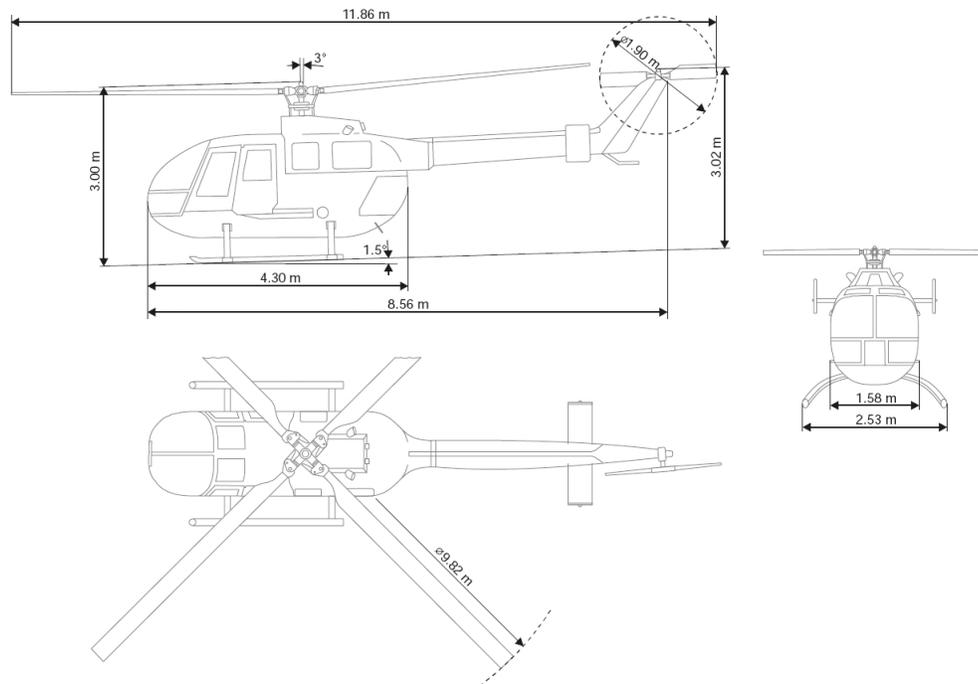


Figura 7.2: Viste del BO-105

ed è propulso da due motori Allison 250 C20. E' un elicottero relativamente leggero con un peso a vuoto di circa 1200kg e un peso massimo al decollo di 2300kg e l'impiego tipico consiste in missioni di trasporto e pattugliamento terrestre e marino.

Presenta un rotore principale quadripala di tipo *hingeless* di 4.9m di raggio e un rotore di coda bipala ad altalena di tipo spingente, posizionato sul lato sinistro. Le pale in composito del rotore principale sono realizzate in modo da avere un punto di cerniera equivalente discretamente esterno che fornisce al BO-105 un'elevata banda passante nella risposta e quindi un'elevata manovrabilità di beccheggio e rollio.

I comandi del pilota sono amplificati da due attuatori idraulici paralleli, senza che essi vengano in

alcun modo miscelati prima dello *swashplate*.

In figura 7.2 sono riportate tre viste del BO-105 dalle quali è possibile ottenere una visione

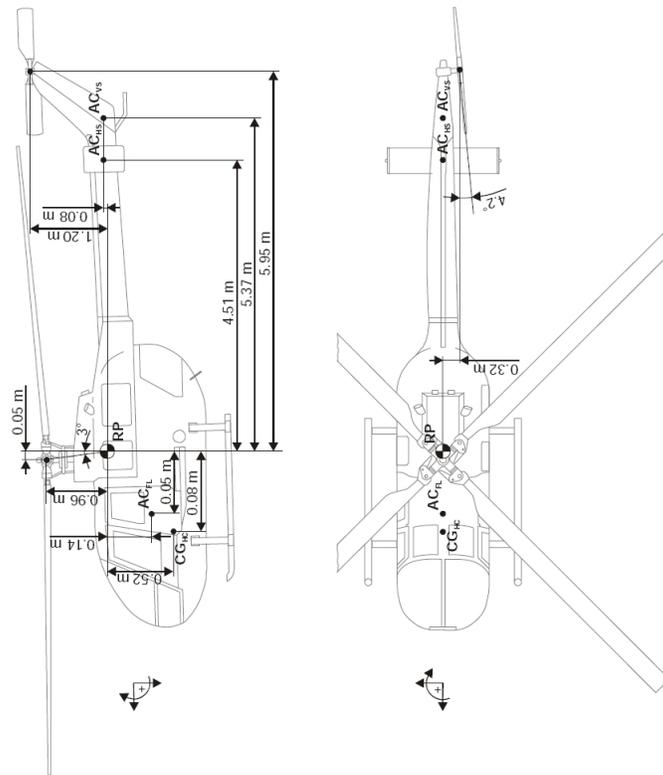


Figura 7.3: *Principali dimensioni del BO-105*

d'insieme delle dimensioni e delle caratteristiche del velivolo, mentre in figura 7.3 sono riportati le quote circa il posizionamento dei punti di maggior interesse della struttura.

I principali dati tecnici del BO-105 sono riassunti nelle tabelle 7.1, 7.2; essi rappresentano solo una parte dei dati a disposizione, che possono essere reperiti in [25].

peso al decollo	2200 Kg
I_{xx}^G	1433 kgm^2
I_{yy}^G	4973 kgm^2
I_{zz}^G	4099 kgm^2
I_{xz}^G	660 kgm^2
R rot. princ.	
S stabilizzatore vert.	0.71 m^2
S stabilizzatore oriz.	0.8 m^2
raggio rotore di coda	0.95 m
velocità angolare rotore di coda	233 rad/s
corda rotore di coda	0.179 m
numero pale rotore di coda	2
angolo di <i>shaft</i> rotore di coda	-4.2°
angolo di <i>tilt</i> rotore di coda	-3°
frequenza propria attuatori <i>swashplate</i>	80 rad/s
smorzamento attuatori <i>swashplate</i>	0.8

Tabella 7.1: *Dati relativi alla fusoliera*

raggio	4.912 m
velocità angolare	44.4 rad/s
corda	0.27 m
numero di pale	4
angolo di precone	2.5°
massa di pala	24.2 kg
frequenza adimensionale di <i>flap</i>	1.117
svergolamento	1.63 $^\circ/m$
<i>hinge offset</i>	0.746 m

Tabella 7.2: *Dati relativi al rotore principale*

Le prime frequenze e masse generalizzate dei modi elastici di fusoliera, ottenute considerando il rotore come una massa puntiforme (inserendo la dinamica del rotore in moto i valori cambiano sensibilmente) sono riportate, invece, nella tabella 7.3: Nelle figure sottostanti, sono invece raffigurate

Modo	Frequenza	Massa generalizzata
1	6.806195	6.974613E-02
2	8.416482	4.521254E-02
3	12.68509	1.536786E-01
4	13.85591	2.439423E-01

Tabella 7.3: *Primi modi elastici di fusoliera*

le forme degli stessi modi; come si può notare i modi che coinvolgono il maggior spostamento verticale del seggiolino del pilota sono il primo e il terzo. Tuttavia quest'ultimo è caratterizzato da una frequenza propria sufficientemente alta da ridurre nettamente le interazioni col pilota, come verrà visto in seguito.

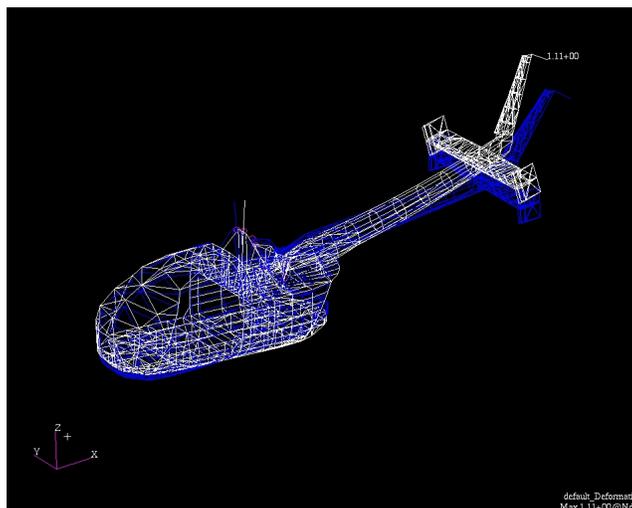


Figura 7.4: *Primo modo di fusoliera*

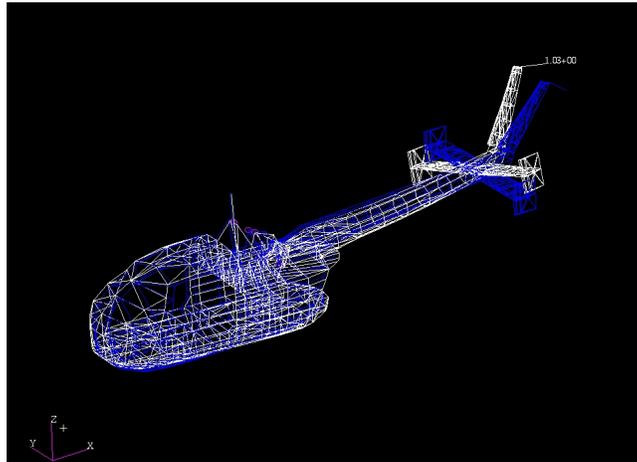


Figura 7.5: *Secondo modo di fusoliera*

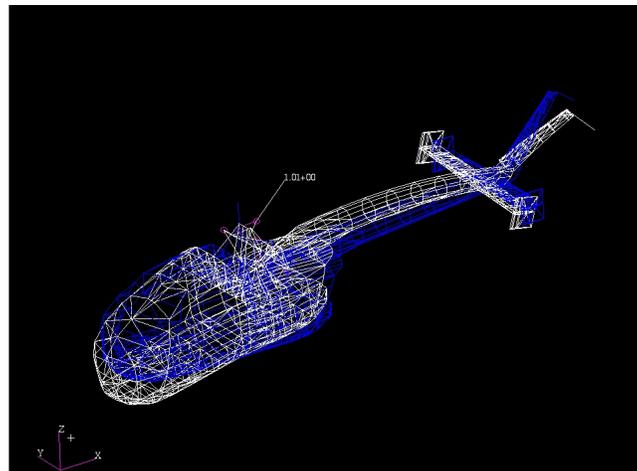


Figura 7.6: *Terzo modo di fusoliera*

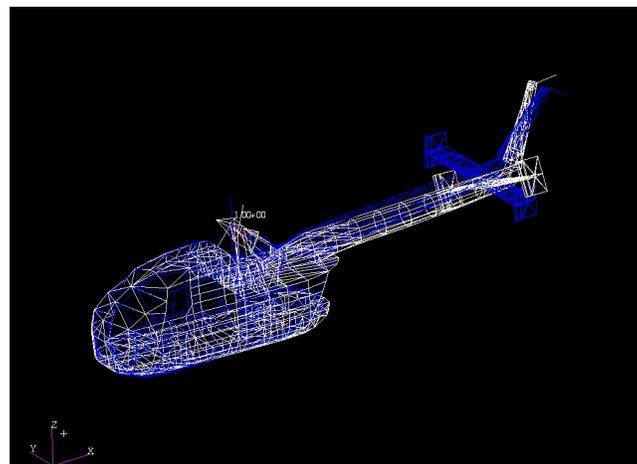


Figura 7.7: *Quarto modo di fusoliera*

7.1 Rotore isolato

Il rotore principale è stato oggetto di una intensa analisi aeroelastica, giacchè esso ovviamente riveste un ruolo fondamentale nell'aeroelasticità di elicotteri. Nonostante il nucleo principale del modello di rotore isolato fosse già stato testato in passato ([4],[33]), nel corso dell'attività di GAR-TEUR AG16 è stato possibile effettuare altri confronti con altri codici commerciali e non che si basano su modelli sensibilmente differenti ¹, confermandone la bontà.

7.1.1 Frequenze e forme modali

La prima tipologia di confronti effettuata è stata quella sul rotore *in vacuo* sia in termini di frequenze che di forme modali.

Questo approccio è tipicamente usato nelle analisi aeroelastiche dei rotori elicotteristici, in quanto

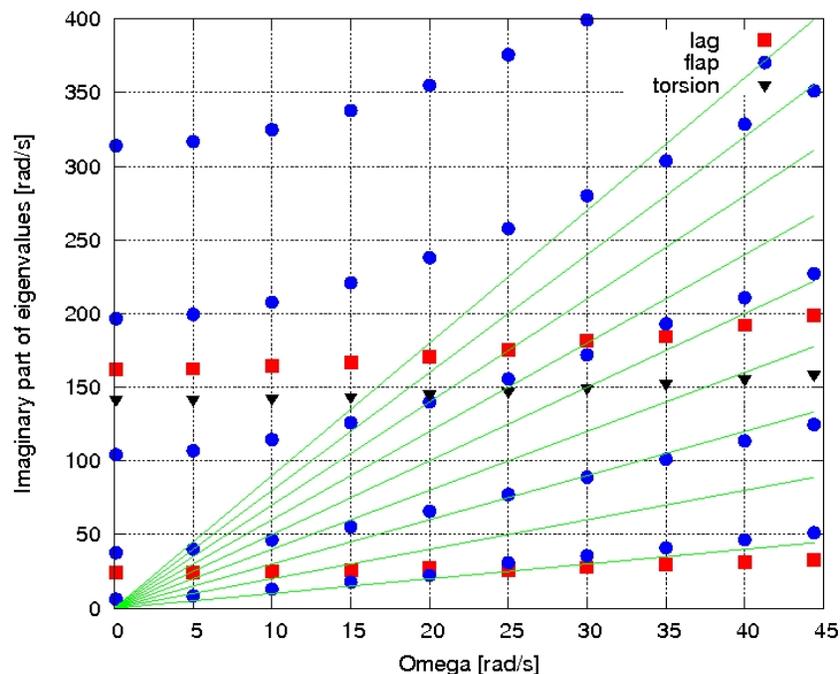


Figura 7.8: *Diagramma fan ottenuto con il presente modello*

permette di identificare il comportamento elastico della pala al netto di tutte le incertezze relative

¹In particolare si cita il programma commerciale CAMRAD e il codice di dinamica multicorpo MBDyn sviluppato presso il Politecnico di Milano

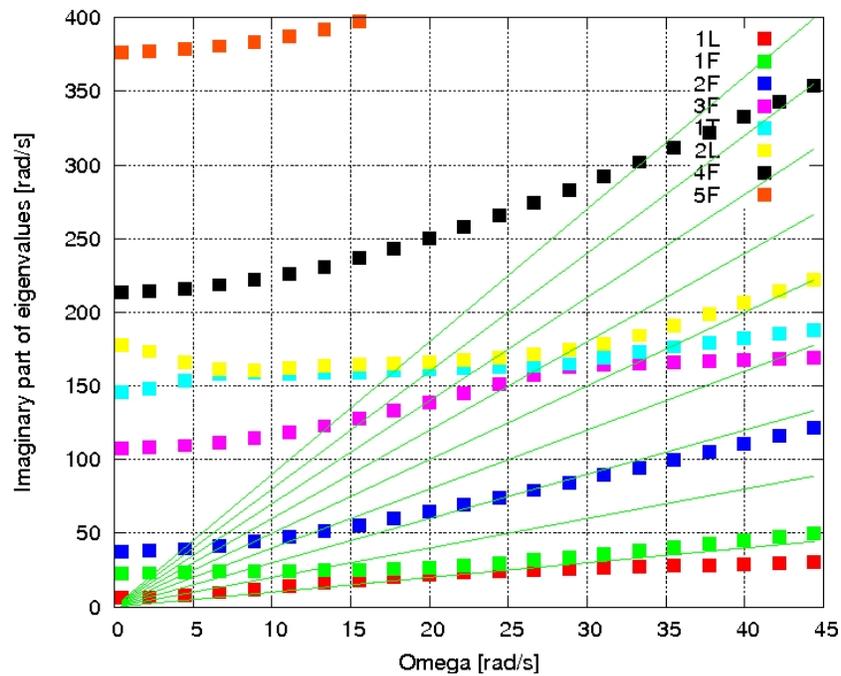


Figura 7.9: Diagramma fan ottenuto tramite il programma commerciale CAMRAD

all'aerodinamica.

Per quanto riguarda le frequenze, esse sono presentate, al variare della velocità di trascinamento Ω , tramite il classico diagramma *fan* in figura 7.8, confrontate con quelle ottenute (figura 7.9), tramite il noto programma commerciale per analisi aeroelastica di rotori CAMRAD.

Sui primi modi (i più significativi dal punto di vista aeroelastico) lo scarto tra i due diagrammi risulta minimo, nonostante i modelli fossero leggermenti diversi. Un discorso analogo può essere effettuato per quanto riguarda le forme modali di cui è riportato un confronto nelle figure 7.10 e 7.11. Grazie alla pianta pressoché rettangolare e alla struttura relativamente semplice, i modi presentano un accoppiamento scarso, con delle forme facilmente identificabili.

Passando alle prove in aria, l'analisi parametrica al variare della velocità di rotazione del rotore in *hover* presenta un accordo accettabile nei due diversi modelli (figure 7.12 e 7.13), specie considerando le differenti aerodinamiche utilizzate in termini di *inflow*, laddove il modello utilizzato per i confronti include il classico modello di *inflow* dinamico di Peters ([15]).

Infine l'ultimo confronto sul rotore isolato è quello effettuato mediante curva di *trim* (figura 7.14, 7.15): la spinta è stata calcolata per diversi valori dell'angolo di collettivo nel caso di volo a punto fisso, in modo da verificare la capacità del modello di calcolare le forzanti aerodinamiche. Dalle

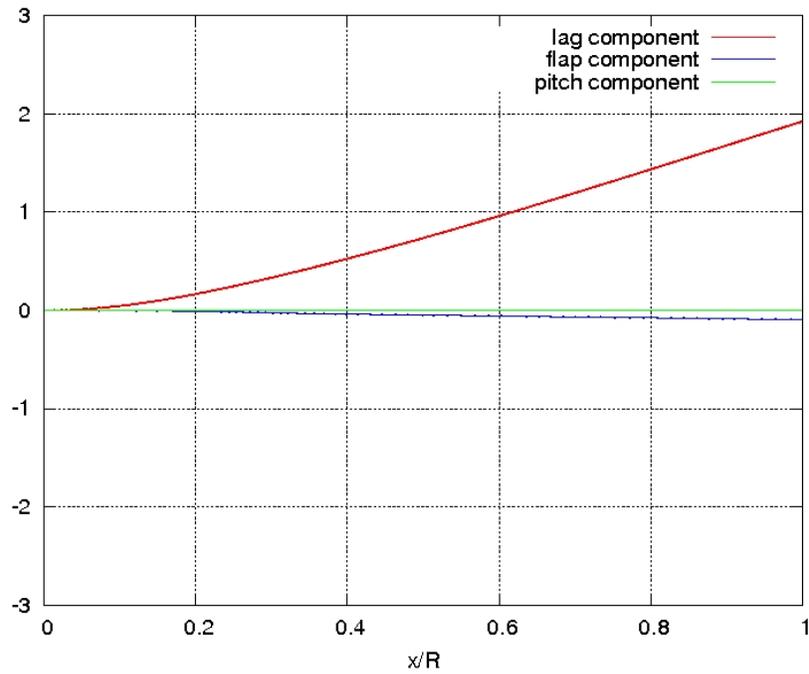


Figura 7.10: Forma modale del primo modo di lag identificata con il presente modello

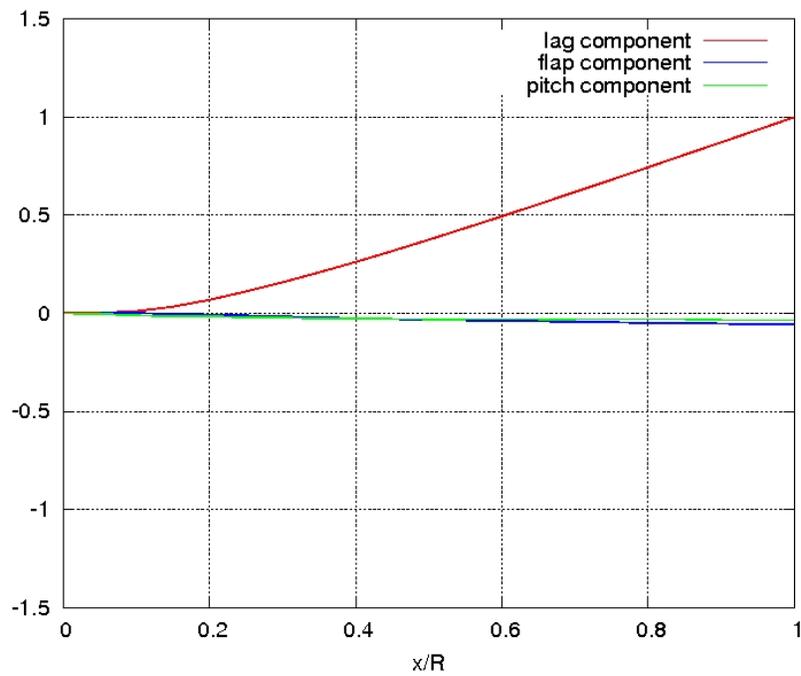


Figura 7.11: Forma modale del primo modo di lag identificata tramite CAMRAD

figure, risulta evidente che vi è una discrepanza di circa un grado sull'ascissa tra le due curve, che tuttavia presentano pendenze analoghe. La differenza di un grado può essere frutto di parecchi fat-

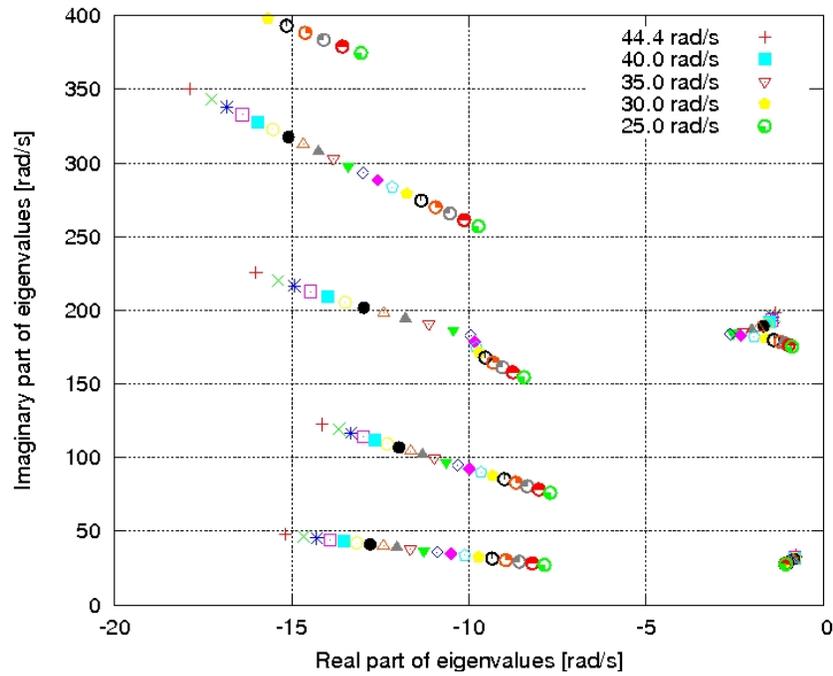


Figura 7.12: *Luogo delle radici in aria al variare della velocità di rotazione, presente modello*

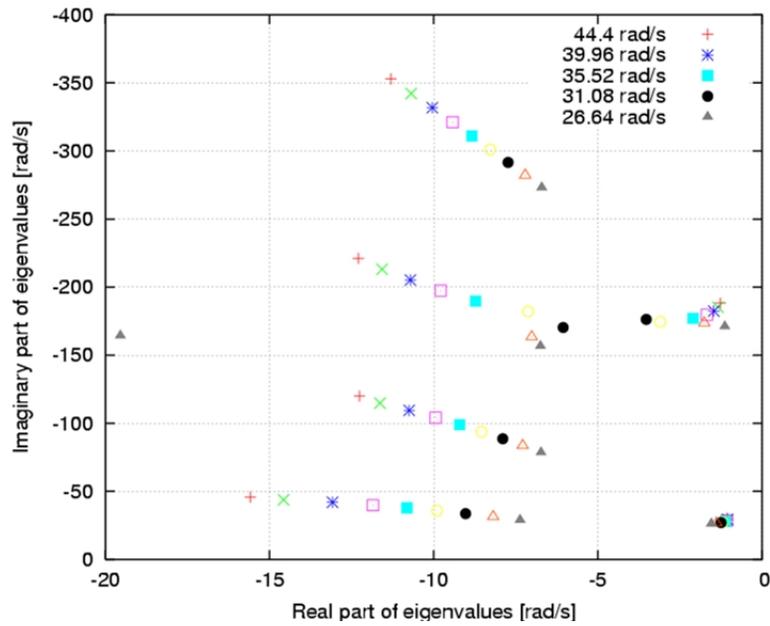


Figura 7.13: *Luogo delle radici in aria al variare della velocità di rotazione, CAMRAD*

tori, tra cui la definizione di un differente riferimento per calcolare l'angolo di collettivo e diversi modelli di velocità indotta.

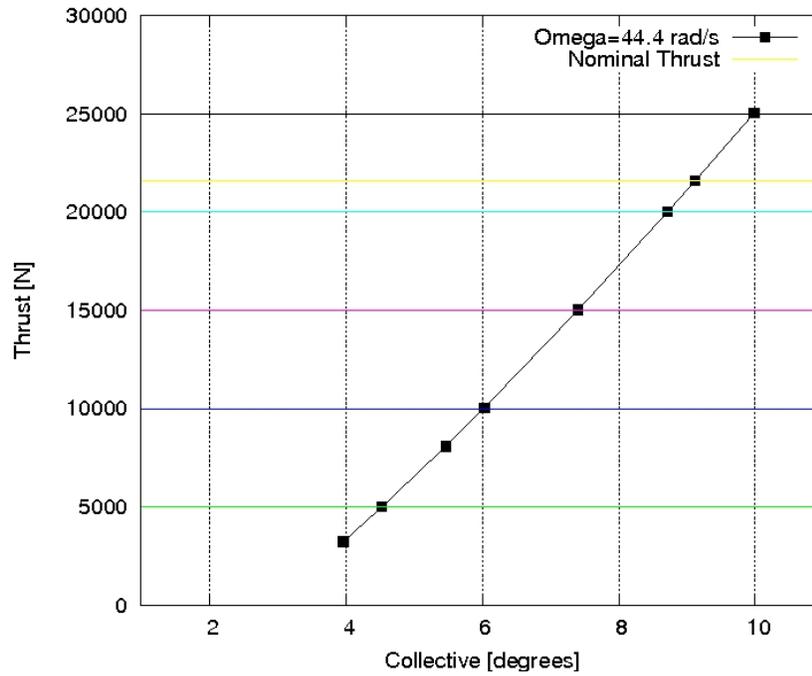


Figura 7.14: Curva di trim, presente modello

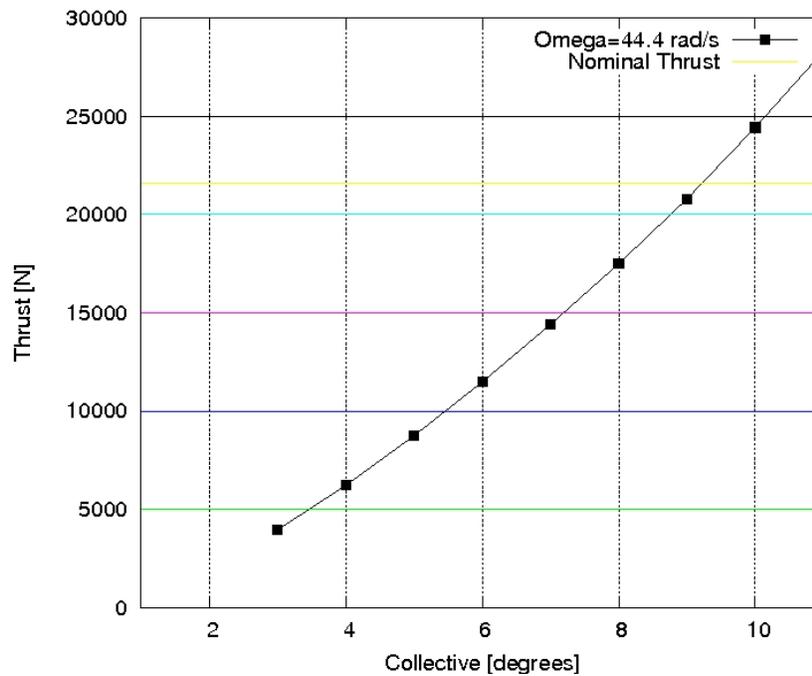


Figura 7.15: Curva di trim, CAMRAD

7.2 Analisi di stabilità per RPC

In questo paragrafo verranno esposti i risultati ottenuti (in collaborazione con gli altri partner del progetto GARTEUR AG16) in termini di stabilità a seguito dell'introduzione del pilota (in partico-

lare è stata utilizzata la funzione di trasferimento identificata da Mayo in [27]) nel *loop* aeroelastico. E' stato scelto di effettuare diverse analisi di stabilità per diversi valori di un guadagno posto in serie al pilota (si veda la figura 1.3), in modo da identificare chiaramente l'effetto dello stesso: come si potrà osservare, la chiusura dell'anello di retroazione, comporta una sensibile destabilizzazione del modo associato al pilota, in tutte le prove effettuate.

7.2.1 RPC *rigid body*

Questa prova è stata svolta principalmente per comprendere quale parte dell'accoppiamento avverso tipico del *vertical bouncing* fosse ascrivibile alla dinamica rigida della fusoliera e del rotore. Essendo il BO-105 un elicottero relativamente leggero anche la dinamica rigida dell'elicottero gioca un ruolo non trascurabile nell'innescare il fenomeno, come è possibile notare dalla figura 7.16. In particolare l'aumento del guadagno dell'anello di retroazione si risolve in uno spostamento pronunciato del polo associato al pilota e del modo spirale; per quanto pronunciata, la destabilizzazione risulta tuttavia ancora ben lungi dall'essere critica ai fini della stabilità.

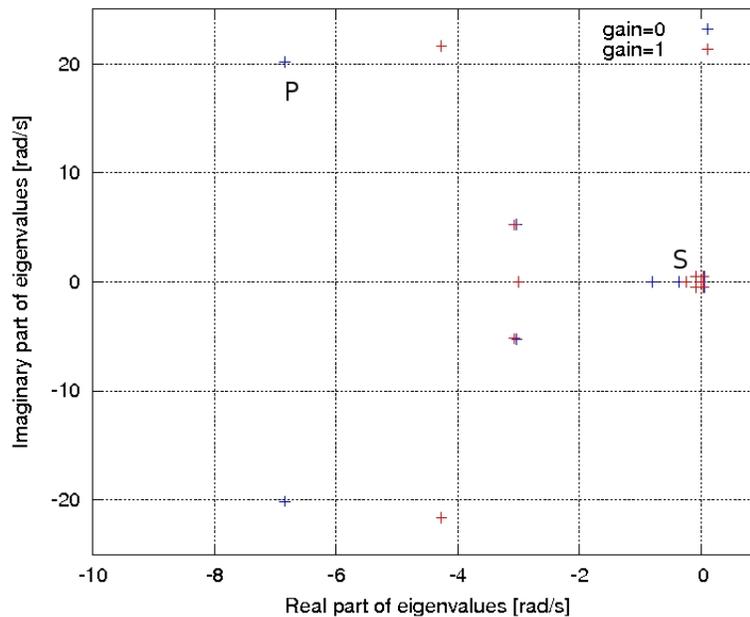


Figura 7.16: *Effetto dell'inserimento del pilota nel loop, con dinamica rigida del velivolo*

7.2.2 RPC aeroelastico

Il passo preliminare per l'introduzione dell'aeroelasticità di fusoliera e rotore è stata un'analisi di convergenza sui modi richiesti tesa alla determinazione del numero di variabili necessarie per la simulazione. Il primo risultato concerne la convergenza sul numero di modi elastici di pala: osservando la risposta in frequenza del pilota, risulta verosimile che soltanto i modi a bassa frequenza siano determinanti per cogliere i fenomeni di RPC e questo è confermato dalle indagini numeriche.

Nella figura 7.17 si nota chiaramente che gli autovalori più prossimi al limite di stabilità sono

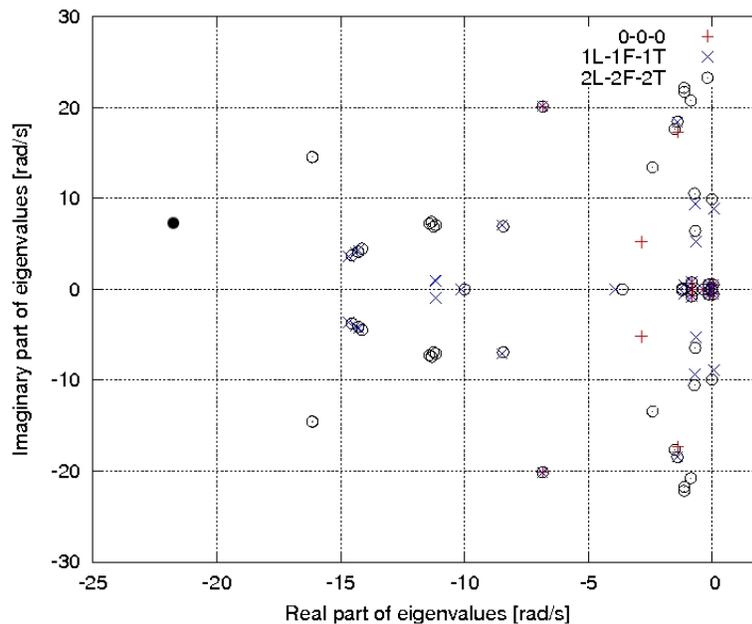


Figura 7.17: Analisi di convergenza sul numero dei modi elastici di pala

catturati con buon grado di approssimazione già utilizzando tre modi per pala (uno di *lag*, uno di *flap* e uno di torsione), come è confermato anche nella figura 7.18 dove l'attenzione è incentrata sull'andamento dello smorzamento critico al cambiare il numero dei modi elastici utilizzati. Le quattro curve corrispondono a due diversi piloti (uno *ectomorphic* e uno *mesomorphic*) nelle due posizioni di pilota e copilota e mostrano che l'unico secondo modo elastico che mostra una certa influenza sull'autovalore critico è quello di *flap* che è incidentalmente a frequenza più bassa del primo di torsione.

L'altra analisi di convergenza svolta riguarda il numero di modi elastici di fusoliera (figura 7.19): considerazioni analoghe a quella riportate poco sopra, continuano a valere anche per questi. Come è possibile osservare, infatti, un numero di modi compreso tra due e tre risulta essere sufficiente

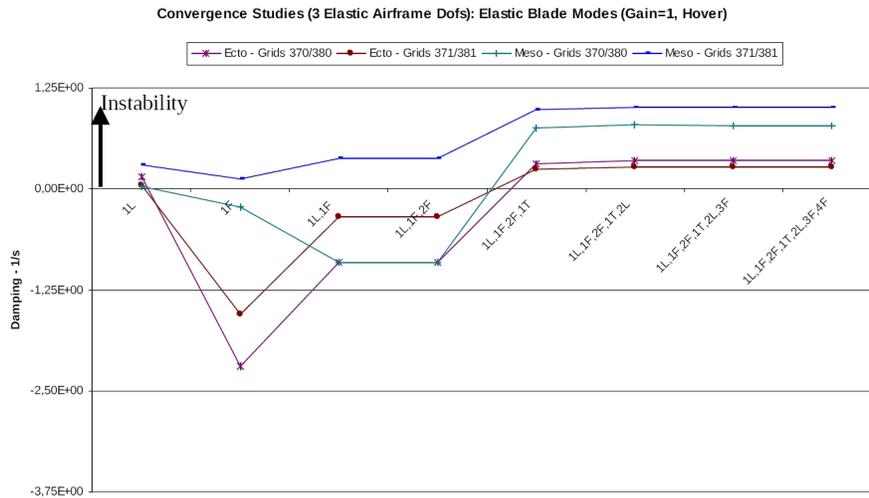


Figura 7.18: *Effetto del numero di modi elastici di pala sull'autovalore critico*

a catturare con ottima approssimazione lo smorzamento dell'autovalore critico (per la frequenza la convergenza è ancora più rapida, come si nota nella figura 7.20). Avendo identificato i requisiti in

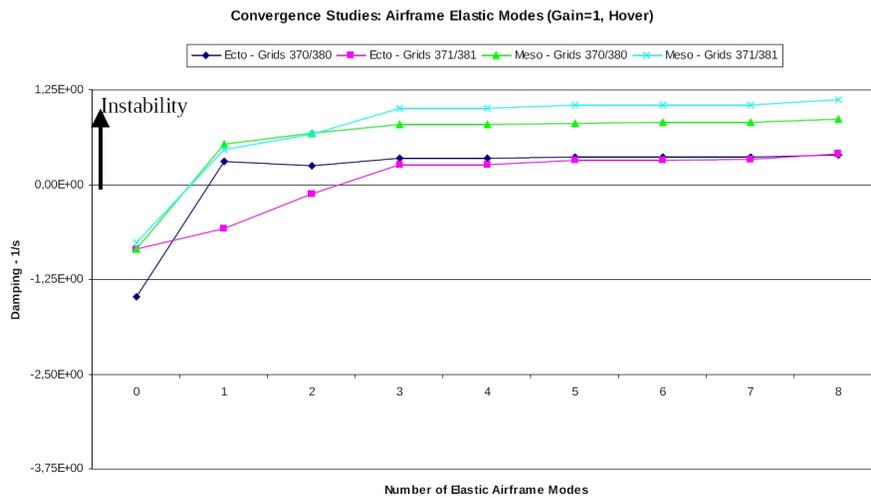


Figura 7.19: *Analisi di convergenza sul numero dei modi elastici di fusoliera, smorzamento critico*

termini di numero di modi elastici, sono state quindi effettuate le analisi parametriche al variare del valore del guadagno; in figura 7.21 sono riportati i risultati per il caso di *hover*: come è possibile notare, l'inclusione del pilota nel *loop* influenza solo marginalmente quasi tutti gli autovalori, tranne quello che chiameremo impropriamente autovalore del pilota: in particolare, coerentemente con quanto verificato sperimentalmente nelle prove in volo del BO-105, pur avvicinandosi al limite di stabilità, il modo rimane ancora stabile. Tuttavia appare ovvio che piloti differenti da quello medio

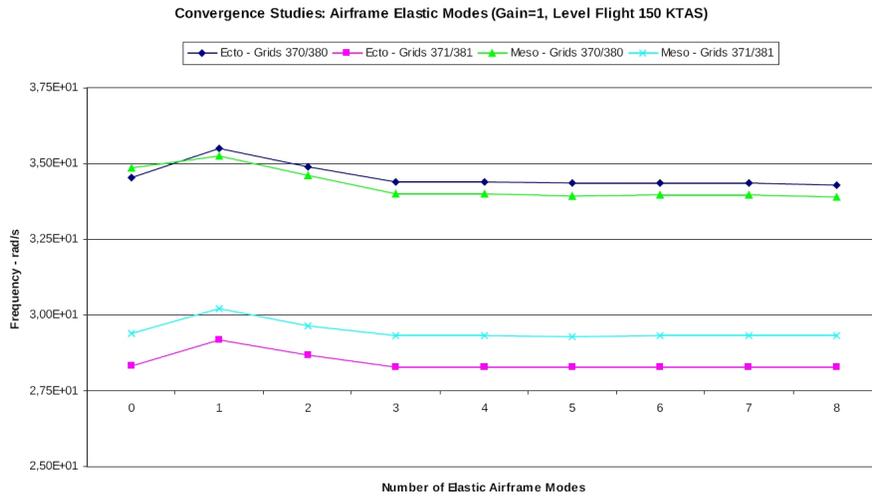


Figura 7.20: Analisi di convergenza sul numero dei modi elastici di fusoliera, frequenza dell'autovalore critico

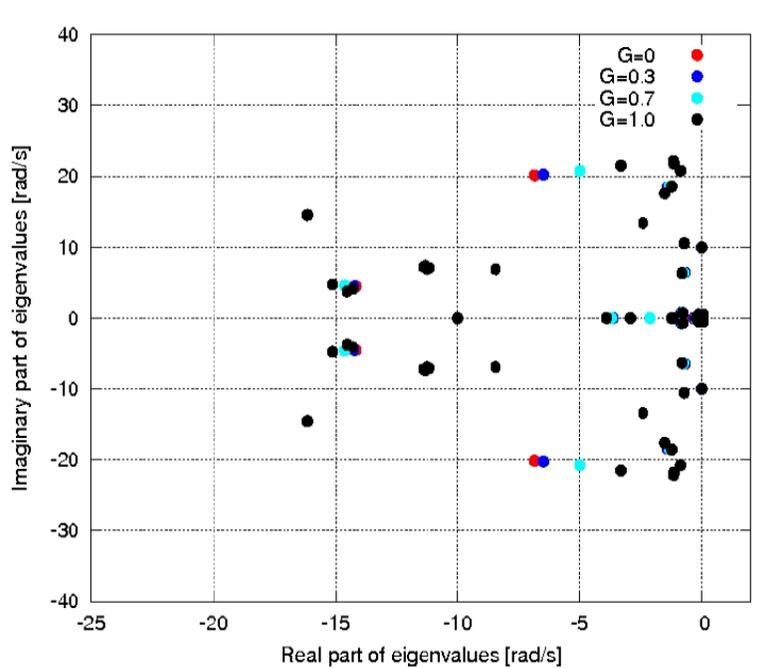


Figura 7.21: Effetto dell'inclusione del pilota nel loop aeroelastico, caso in hover

individuato da Mayo, potrebbero portare a destabilizzazioni maggiori e quindi potenzialmente all'insorgere del *vertical bouncing* anche in questo caso.

Nella figura successiva (fig. 7.22) è riportata un'analoga analisi effettuata per il caso di volo d'avanzamento (65 nodi): in questo caso la destabilizzazione tende ad essere più consistente (sia per il modo di pilota che per gli altri modi) e questo è in qualche modo coerente con la periodici-

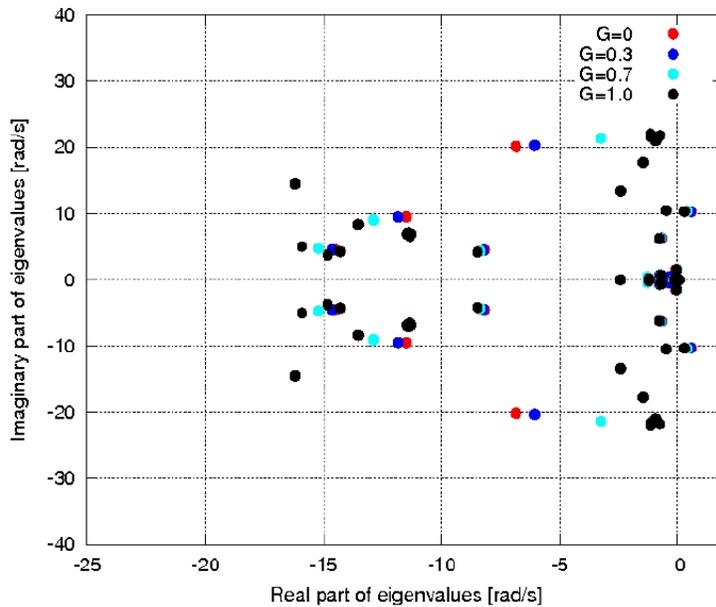


Figura 7.22: Effetto dell'inclusione del pilota nel loop aeroelastico in volo d'avanzamento

tà della matrice aeroelastica nel volo d'avanzamento che tende, per modulazione, ad aumentare il contenuto armonico dei carichi trasmessi attraverso l'*hub* aumentando, potenzialmente, il numero di interazioni interessanti dal punto di vista del RPC.

7.3 Analisi parametrica sulla modellazione aeroelastica di rotore

In figura 7.23 è stata effettuata un'analisi di sensibilità in funzione della presenza o meno dei termini all'equilibrio della deformazione elastica di rotore, ovvero effettuando una linearizzazione attorno alla configurazione indeformata o meno: come è possibile notare, per l'analisi del *vertical bouncing* l'influenza di questi termini è modesta, rendendo legittimo l'approccio più semplificato (che non richiede l'analisi di risposta all'equilibrio).

In figura 7.24, invece, è riportato il confronto tra il luogo delle radici ottenuto utilizzando un modello di *inflow* analitico (Drees) e utilizzandone uno ottenuto da un'indagine aerodinamica sul rotore isolato basata su formulazione BEM (modello potenziale, pienamente tridimensionale,

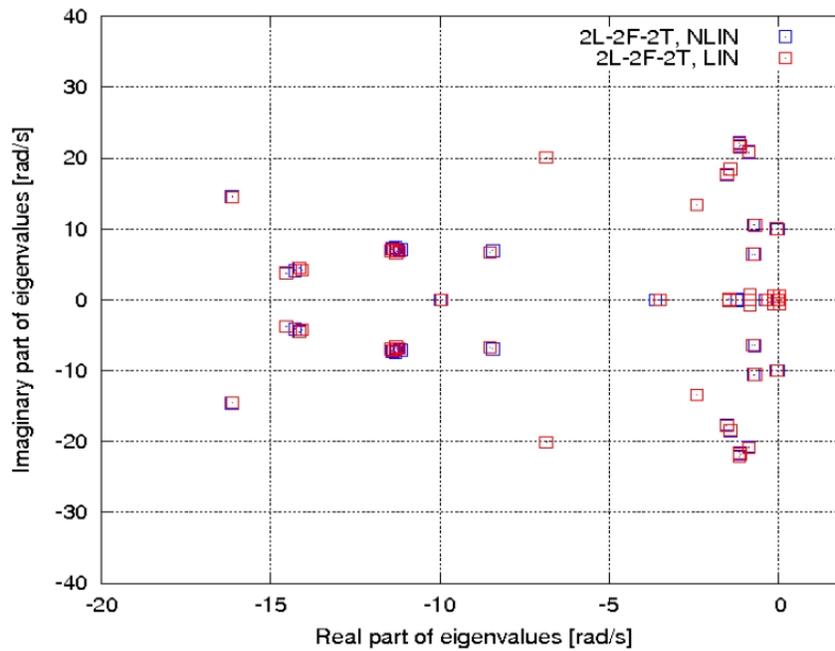


Figura 7.23: Effetto dell'inclusione dei termini d'equilibrio elastico di pala sulla predizione della RPC

basato sulla soluzione completa delle equazioni di Eulero, si veda [23]). Gli autovalori critici sembrano essere influenzati sensibilmente dal cambiamento di modello di velocità indotta, mentre il modo di pilota sembra non esserlo. Questo suggerisce comunque la necessità di ulteriori indagini, specie nella direzione dell'introduzione di un modello dinamico di *inflow*.

Infine, in figura 7.25 viene mostrata l'influenza dell'introduzione del modello aerodinamico non stazionario sul luogo delle radici. Dalla figura è facile notare che la dinamica degli stati aggiunti risulta essere stabile e che l'aerodinamica non stazionaria non sembra avere un impatto decisivo sui margini di stabilità del sistema: questo è dovuto presumibilmente al fatto che le frequenze proprie del *vertical bouncing* sono sufficientemente basse da rendere verosimile l'approssimazione quasi-stazionaria.

7.4 Analisi parametriche sui parametri strutturali di fusoliera

Le analisi parametriche sui parametri strutturali di fusoliera sono state tese principalmente ad identificare le linee guida da attuare in fase progettuale per limitare l'insorgenza di instabilità di RPC,

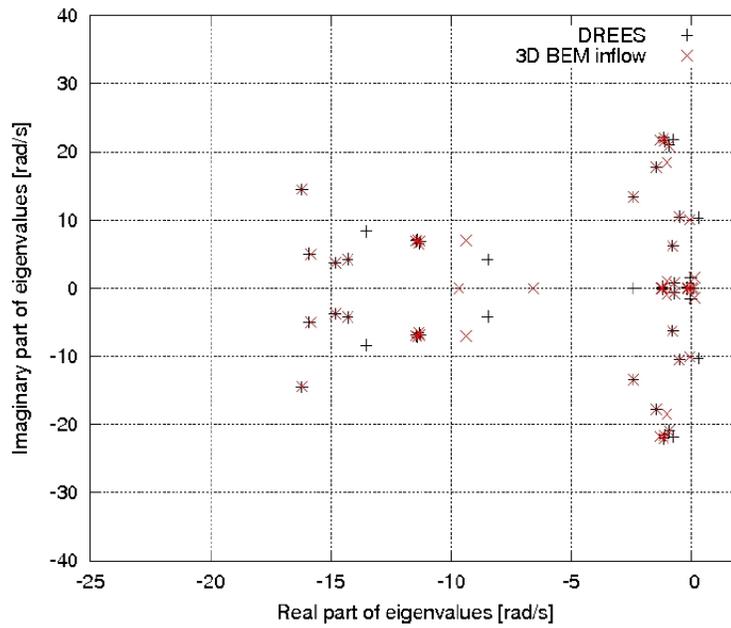


Figura 7.24: Sensibilità alla modellazione dell' inflow

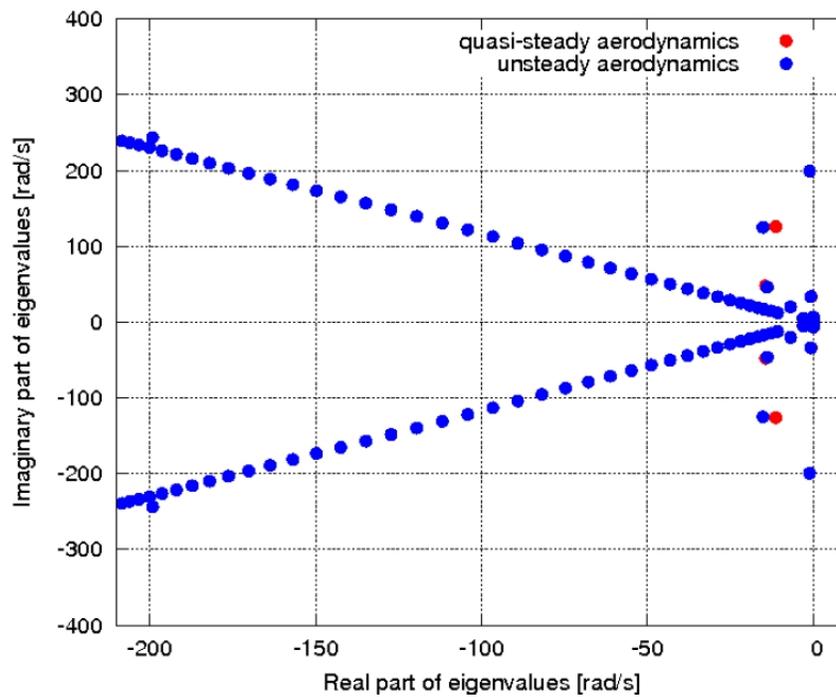


Figura 7.25: Effetto dell'inclusione delle non stazionarietà di scia (modello bidimensionale)

nonchè ad individuare i parametri più delicati nella modellazione aeroservoelastica.

7.4.1 Influenza dello smorzamento strutturale

La corretta valutazione dello smorzamento strutturale è un compito assai complicato e questo rende particolarmente importante un'analisi parametrica su questo dato, in quanto permette, quantomeno, di comprendere i limiti entro i quali è lecito posizionare la risposta aeroelastica. E' stato quindi fatto variare il valore dello smorzamento strutturale del primo modo tra 0 e 0.2 (con un valore di base di 0.02). Il risultato ottenuto è che lo smorzamento strutturale tende ad avere un effetto stabilizzante sul modo di pilota molto meno pronunciato quando esso si trovi nella sua posizione che non in quella di copilota, a tal punto da rendere assai poco attuabile un'alleviazione del *vertical bouncing* mediante aumento dello smorzamento modale.

7.4.2 Influenza della frequenza del primo modo elastico

La prima frequenza di fusoliera, a causa della frequenza bassa e della forma modale che coinvolge spostamenti verticali significativi in corrispondenza del seggiolino, è quella che maggiormente influenza la dinamica dell'accoppiamento elicottero pilota e risulta quindi interessante studiarne l'influenza sui limiti di stabilità.

L'analisi su questo parametro è stata effettuata in maniera assai semplificata, modificando esclusivamente la frequenza e lasciando immutata la forma modale associata ad essa; tale semplificazione tuttavia è sembrata lecita nell'ottica di un'indagine preliminare, che non va intesa come sostitutiva di una più dettagliata analisi futura basata sulla modifica della struttura della fusoliera ad un livello più profondo (ad esempio definendo nuovamente la geometria del modello FEM).

Com'era quindi lecito aspettarsi, (si veda figura 7.26) il massimo della destabilizzazione è stato notato in corrispondenza dell'approssimarsi della frequenza del primo modo a quella del pilota ($\simeq 4Hz$), ed è altresì stato possibile notare un comportamento leggermente differente tra la posizione di pilota e quella di copilota, confermando quindi l'influenza della lieve asimmetria della fusoliera sull'insorgere del RPC.

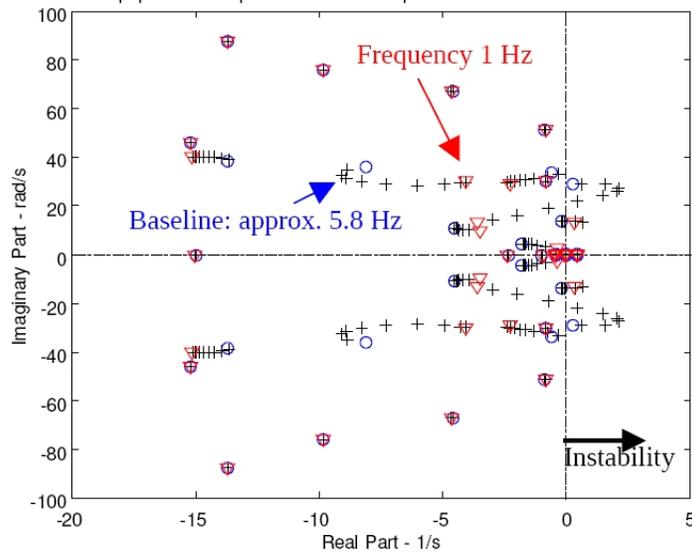


Figura 7.26: *Influenza della frequenza del primo modo elastico di fusoliera*

7.5 Influenza della modellazione dei comandi

7.5.1 Ordine della dinamica della leva del collettivo

Come accennato nel paragrafo 3.3 è stata verificata l'influenza della modellazione della dinamica del comando collettivo, valutando il comportamento di una funzione di trasferimento al secondo ordine ed una al primo: la differenza risiede principalmente in una lieve destabilizzazione nel caso si usi la prima, motivabile con la presenza del picco di risposta alla frequenza propria della stessa (attorno). E' sembrato comunque trattarsi di un andamento non necessariamente generalizzabile (alcuni test hanno condotto a risultati diversi) e quindi rimane una certa incertezza circa l'influenza di questo aspetto della modellazione.

7.5.2 Influenza dell'inclusione dell'effetto del pilota sul comando ciclico

E' stata infine valutata l'influenza dell'inclusione delle variabili legate al comando ciclico nel *loop* aeroelastico: come era lecito attendersi, la loro influenza sul *vertical bouncing* ed in generale sul comportamento aeroelastico dell'elicottero è assai limitata, e questo è principalmente dovuto alla

Conclusioni

Il lavoro di tesi è stato incentrato sulla modellazione aeroservoelastica di configurazioni elicotteristiche complete, in presenza di pilota, tesa ad effettuare analisi di stabilità relative a fenomeni di accoppiamento avverso tra uomo e macchina (Rotorcraft-Pilot Coupling); questo studio ha rappresentato uno dei primissimi realizzati nel campo, che, contrariamente a quanto avviene per i velivoli ad ala fissa, risulta essere ancora ad uno stadio prettamente embrionale.

La tesi ha avuto come scopo principale quello di analizzare i requisiti in termini di modellazione per la corretta descrizione fisica dei complessi fenomeni strutturali, aerodinamici e biodinamici che sono alla base di un particolare tipo di RPC aeroelastico, il *vertical bouncing*, nel quali l'azione del pilota sul comando collettivo risulta essere prettamente passiva (non intenzionale) e , per quanto riguarda il velivolo, gli effetti di elasticità risultano preponderanti su quelli di dinamica rigida.

In particolare, gran parte dell'attenzione è stata rivolta alla modellazione aeroelastica del rotore, che rappresenta l'elemento che maggiormente caratterizza e influenza l'elicottero. A tal riguardo sono stati sviluppati ed utilizzati diversi modelli aerodinamici accoppiati ad un modello strutturale di comprovata efficienza e già testato in più occasioni. Oltre allo sviluppo di modelli aerodinamici evoluti che prevedono l'inclusione di effetti di aerodinamica non stazionaria, nonché di effetti tridimensionali, è stato inoltre necessario sviluppare tutta la parte di dinamica e aerodinamica relativa all'accoppiamento con la fusoliera ed il pilota.

Il modello di fusoliera è stato derivato dalle classiche equazioni della dinamica del volo, arricchito con i contributi dovuti all'elasticità del telaio ed alla servoelasticità. Infine in collaborazione con altri centri di ricerca si è pervenuti alla definizione di un modello di pilota alternativo a quello, sfruttato ampiamente nel corso della tesi, sviluppato da Mayo alla fine degli anni '80.

Il modello aeroelastico sviluppato è stato quindi validato (specie per quanto riguarda il rotore principale) e successivamente utilizzato per effettuare analisi parametriche sia sui parametri di model-

lazione che sui principali parametri strutturali. A valle di questa analisi è possibile affermare che il ruolo principale nell'insorgenza del *vertical bouncing* è rivestito dai fenomeni elastici di rotore e fusoliera, nonché, ovviamente, dalla dinamica del pilota. Tuttavia l'aerodinamica riveste anch'essa un ruolo importante e, pilota a parte, è il campo nel quale si è più lungi dall'aver definito un paradigma simulativo standard. Risultano infatti ancora inesplorati (in particolar modo in ambito RPC) gli aspetti di aerodinamica interazionale con fusoliera e rotore di coda che potrebbero essere di estremo interesse, specie nei casi in cui l'approssimazione di piccole perturbazioni dovesse risultare poco realistica; risultano altresì poco applicati in questo campo i modelli aerodinamici ad alta fedeltà che sono attualmente disponibili (CFD, BEM) per applicazioni di risposta, principalmente a causa dell'onere computazionale richiesto che risulta essere troppo elevato, specie se applicati a strumenti di ausilio in ambito progettuale.

Volendo riassumere in breve le indicazioni ricavate dalle indagini numeriche si può affermare che

- La corretta simulazione della dinamica elastica di fusoliera e di rotore è strettamente necessaria per cogliere il fenomeno del *vertical bouncing* ed in generale i fenomeni di RPC. Tuttavia, a causa della risposta in frequenza del pilota, vi è scarsa dipendenza di questi fenomeni dai modi ad alta frequenza del velivolo: questo permette di mantenere entro limiti accettabili il numero delle variabili del problema.
- L'aerodinamica quasi stazionaria di rotore sembra fornire buoni risultati nella predizione delle forze generate dal rotore: essa risulta essere quindi un valido strumento di indagine in fase preliminare, specie in relazione alla sua semplicità.
- Gli aspetti aerodinamici importanti alle alte frequenze (aerodinamica non stazionaria e presumibilmente BVI e stallo dinamico) non hanno grande impatto sulla dinamica degli RPC a causa delle basse frequenze tipiche di questi fenomeni.
- Per elicotteri di vecchia generazione (quali il BO-105) l'effetto della servoelasticità sembra essere tipicamente stabilizzante (consistendo essenzialmente in molle, smorzatori e inerzie equivalenti aggiuntive), anche se sono state osservate particolari condizioni in cui la risposta viene esaltata dalla dinamica dei comandi. In generale, passando all'analisi di elicotteri di nuova generazione, con sistemi AFCS più complessi, l'analisi di questi aspetti assu-

me un rilievo assai maggiore ed è possibile che possano presentarsi delle instabilità legate all'accoppiamento pilota-controlli.

- Il modello di pilota risulta essere fondamentale nella comprensione e nella corretta quantificazione dei fenomeni di RPC. Attualmente i pochissimi modelli reperibili sono identificati a partire da rilievi sperimentali (prove con *shaker*) e sono specifici per particolari tipi di *cockpit*. Quindi la loro applicazione ad altre categorie di elicotteri risulta essere affetta da numerose incertezze. Oltre alla posizione assunta dal pilota, anche la sua stazza gioca un ruolo importante negli accoppiamenti con la macchina, mentre solo a livello concettuale (allo stato dell'arte della biodinamica) è ipotizzabile l'influenza del carico di lavoro richiesto al pilota e delle condizioni di volo.

Queste indicazioni, per quanto generiche, sono tuttavia sufficienti per ricavare delle linee guida alle quali attenersi in fase progettuale: in particolare si ritiene sia auspicabile, per gli elicotteri di nuova generazione, di prestare particolare attenzione al posizionamento del seggiolino del pilota e alla sua costruzione. E' infatti stato osservato che possono sussistere notevoli differenze nel comportamento aeroelastico del sistema, semplicemente come conseguenza dello spostamento dello stesso di pochi centimetri. Ai fini di limitare il rischio di RPC risulta quindi utile valutare l'ampiezza dei vari modi propri della struttura in corrispondenza della posizione del pilota, nonché le frequenze di tali modi, cercando di evitare che esse (ed in particolare quelle associate a modi con elevata componente verticale) siano vicine alla frequenza propria del pilota. Per quanto riguarda il seggiolino, invece, appare ovvio che esso possa contribuire sensibilmente all'abbattimento del carico vibratorio al quale è soggetto il pilota.

Analoghe misure possono essere attuate, in fase progettuale, nella definizione della geometria del telaio nella zona dell'*hub* e del castello motore, laddove vengono scaricati i carichi del rotore principale. Essi sono infatti la causa principale delle vibrazioni trasmesse alla fusoliera ed è stato osservato come la modifica di determinate componenti delle forme modali in quei punti sia altrettanto efficace per l'alleviamento del RPC rispetto alla modifica delle forme modali in prossimità del seggiolino.

Dal punto di vista della progettazione del *cockpit*, una valida soluzione potrebbe essere quella di riconfigurare lo schema classico posizionando il comando del collettivo in una posizione differente ed eventualmente con una tipologia di comando differente. Ad esempio dalle analisi svolte inclu-

dendo l'effetto della barra del ciclico è risultato evidente che i comandi ad escursione orizzontale risultano essere meno affetti dai problemi di accoppiamento: si potrebbe suggerire quindi l'adozione di un comando simile alla manetta di un aereo per il comando collettivo.

L'altra classe di metodi di prevenzione ipotizzata è quella dei controlli, dalla banale adozione di *notch filter* nella servoelasticità, grazie al quale è possibile ridurre il contenuto armonico a determinate frequenze quali ad esempio quelle proprie del pilota, all'inclusione di logiche più sofisticate all'interno degli AFCS che vadano ad agire sul comando impartito dallo *swashplate* o alternativamente su altri tipi di attuatori (rigidezze variabili di pala, flap d'estremità etc.). Questi sistemi, di complessità crescente, presentano ciascuno vantaggi e svantaggi: il *notch filter* a fronte di una semplicità realizzativa che lo rende adatto anche a soluzioni di tipo *retrofit*, presenta l'inconveniente di essere di difficile taratura, in quanto la frequenza da abbattere non è determinabile a priori. Inoltre se fatto intervenire troppo pesantemente può pregiudicare la manovrabilità del mezzo.

Per quanto riguarda le altre soluzioni sono sicuramente di più difficile (e spesso impossibile) implementazione su elicotteri già esistenti e richiedono un maggiore sviluppo. Tuttavia nell'ottica della progressiva complicazione dei sistemi di controllo già in atto da diversi anni, risultano essere di estremo interesse, in quanto consentono la potenziale (anche se non di facile attuazione) contemporanea soluzione di diversi problemi quali ad esempio instabilità, vibrazioni, rumore etc.

Si ritiene inoltre fondamentale l'utilizzo di simulatori di volo per addestrare i piloti a riconoscere l'insorgenza di RPC ed agire di conseguenza: i simulatori attualmente esistenti hanno una dinamica fortemente semplificata che potrà e dovrà essere arricchita nel futuro al fine di rendere la simulazione più aderente alla realtà specie in senso aeroelastico.

Infine si vuole dare un breve cenno alle più interessanti linee di ricerca futura nel campo. La modellazione di pilota effettuata tramite modelli realistici, basati sulla soluzione della dinamica di un corpo articolato equivalente al corpo umano, sembra essere la via più interessante per giungere alla definizione di un modello di pilota universale: il maggiore ostacolo in tal senso è rappresentato dalla difficoltà di reperire dati affidabili riguardo le proprietà elastiche, di smorzamento e massa relative alle varie sezioni del corpo, anche se risultati incoraggianti sono stati già prodotti in tale direzione.

Per quanto riguarda la modellazione aeroelastica, invece, le direzioni più interessanti da seguire sono quelle relative a modelli di ordine ridotto per la derivazione delle forze di rotore a partire da modelli complessi (BEM, CFD). Questi infatti permettono di catturare una vasta gamma di fe-

nomeni altrimenti trascurati da modelli più semplici, mantenendo tuttavia un numero di variabili sufficientemente basso da poter essere utilizzati per analisi preliminari e in applicazioni che richiedano il calcolo in tempo reale delle forze (controlli, simulatori di voli etc.). L'altro campo di indagine di estremo interesse è quello dell'aerodinamica interazionale che pur richiedendo costi computazionali elevati permette tuttavia analisi estremamente realistiche.

Bibliografia

- [1] J. C. Houbolt, G. W. Brooks, Differential Equation of Motion for Combined Flapwise Bending, Chordwise Bending and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades NASA Report 1346, 1958
- [2] R. A. Ormiston, D. H. Dowell, Linear Flap-Lag Dynamics of Hingeless Helicopter Rotor Blades in Hover, Journal of American Helicopter Society, vol. 17 n. 2, Aprile 1972
- [3] D. H. Hodges, E. H. Dowell, Nonlinear Equations of Motion for the Elastic Bending and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades, NASA Technical Note D-7818, Dicembre 1974
- [4] J. Serafini, Modellazione aeroelastica e metodi matematici per lo studio di stabilità di rotori di elicottero in volo d'avanzamento, Tesi di Laurea, Maggio 2005
- [5] L. Paroli Analisi degli effetti dell'anisotropia di pala sul comportamento aeroelastico di rotori, Tesi di Laurea, Luglio 2006
- [6] D. H. Hodges, R. A. Ormiston, Stability of Elastic Bending and Torsion of Uniform Cantilever Rotor Blades in Hover with Variable Structural Coupling, NASA Technical Note D-8192, Aprile 1976
- [7] W. Johnson, Helicopter Theory, Dover, 1980
- [8] J. G. Leishman, Principles of Helicopter Aerodynamics, Cambridge Aerospace Series, 2002
- [9] G. Padfield, Helicopter Flight Dynamics, Wiley Blackwell, 1996
- [10] M. Arra, L'elicottero, Hoepli, 2001

- [11] R. W. Prouty Helicopter Aerodynamics Rotor and Wing International, PJS Publications Inc, 1985
- [12] M. H. Hansen, M. Gaunaa, h.A. Madsen, A Baddoes-Leishman type dynamic stall model in state-space and indicial formulations, Risoe National Laboratory Note R-1354, Giugno 2004
- [13] F. Frunzulica, H. Dumitrescu, Aeroelastic Computation Using the Baddoes-Leishman Dynamic Stall Model, atti del SISOM 2008, Bucharest, Maggio 2008
- [14] J. M. Greenberg, Airfoil in Sinusoidal Motion in a Pulsating Stream, NACA Technical Note 1326, 1947
- [15] D. A. Peters, D. D. Boyd, C. J. He, Finite-State Induced-Flow Model for Rotors in Hover and Forward FLight, atti del XLIII Forum of the American Helicopter Society. St. Louis, Maggio 1987
- [16] T. Theodorsen, General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, NACA report 496, 1935
- [17] C. Venkatesan, P. P. Friedmann, New Approach to Finite-State Modeling of Usteady Aerodynamics, AIAA Journal, vol. 24, n. 12, Dicembre 1986
- [18] J. M. Drees, A Theory of Airflow Through Rotors and Its Application to Some Helicopter Problems, Journal of Helicopter Association of Great Britain, vol 3, n. 2, Luglio 1949
- [19] A. J. Landgrebe, An Analytical and Experimental Investigation of Helicopter Rotor Hover Performance and Wake Geometry Characteristics, USAAMRDL TR-71-24, U.S. Army, 1971
- [20] K. W. Mangler, H.B. Squire, The Induced Velocity Field of a Rotor, Rep. Memo. Aeronautical Resarch Council 2642, 1950
- [21] W. Castles, J. H. De Leeuw, The Normal Component of the Induced Velocity in the Vicinity of a Lifting Rotor and Some Examples of its Applications, NACA Report 1184, 1954
- [22] R. P. Coleman, A.M. Feingold, C. W. Stempin, Evaluation of the Induced Velocity Fields of an Idealized Helicopter Rotor, NACA ARR L5E10, 1945

- [23] M. Gennaretti, G. Bernardini, Novel Boundary Integral Formulation for Blade-Vortex Interaction Aerodynamics of Helicopter Rotors, *AIAA Journal*, vol. 45, n.6, 2007
- [24] M. Gennaretti, A. Corbelli, F. Mastroddi, A Comparison among Some Aeroelastic Models for the Stability Analysis of a Flap-Lag-Torsion Helicopter Rotor in Hover, atti del XXVI European Rotorcraft Forum, The Hague, Settembre 2000
- [25] O. Dieterich e altri, Rapporto tecnico confidenziale di GARTEUR AG16, 2008
- [26] R. L. Bielawa, Rotary Wing Structural Dynamics and Aeroelasticity, AIAA education Series, 2006
- [27] J. R. Mayo, The Involuntary Partecipation of a Human Pilot in a Helicopter Collective Control Loop, atti del XV European Rotorcraft Forum, Amsterdam, Settembre 1989
- [28] T.C. Parham, D. Popelka, D. G. Miller, A. T. Froebel, V-22 Pilot-in-the-Loop Aeroelastic Stability Analysis atti del XLVII AHS Annual Forum, Phoenix, Maggio 1991
- [29] T. C. Parham, L. M. Corso, Aeroelastica and Aeroservoelastic Stability of the BA 609, atti del XXV European Rotorcraft Forum, Roma, Settembre 1999
- [30] M. Griffin, Handbook of Human Vibration, Academic Press, 1990
- [31] M. Jump, S. Hodge, B. DangVu, P. Masarati, G. Quaranta, M. Mataboni, M. Pavel, O. Dieterich, Adverse rotorcraft-pilot coupling: The construction of the test campaigns at the University of Liverpool, atti del XXXIV European Rotorcraft Forum, Liverpool, Settembre 2009
- [32] G. Bernardini, J. Serafini, S. Ianniello, M. Gennaretti, Assessment of Computational Models for the Effect of Aeroelasticity on BVI Noise Prediction, *International Journal of Aeroacoustics*, vol. 6, n. 2, 2007
- [33] M. Gennaretti, G. Bernardini, Aeroelastic Response of Helicopter Rotors Using a 3-D Unsteady Aerodynamic Solver, *The Aeronautical Journal*, vol. 110, n. 1114, 2006