

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE AI COMPUTER QUANTISTICI

1.1 Elementi base

Richard Feynman osservò, agli inizi degli anni 80, che certi fenomeni governati dalla meccanica quantistica non potevano essere simulati efficientemente con un computer classico (*R. Feynman, 1982*). Inoltre se la tecnologia avesse continuato a conformarsi alla legge di Moore, allora la continua miniaturizzazione dei circuiti avrebbe raggiunto un punto in cui ciascun elemento avrebbe avuto le dimensioni di alcuni atomi. A questo punto nasce un problema: su scala atomica, le leggi fisiche che governano il comportamento e le proprietà dei circuiti sono di natura quantistica, non classica. Allora perché non concepire un computer basato proprio sui principi della fisica quantistica? Feynman stesso fu il primo a dare una risposta a questa domanda con un modello astratto in cui un sistema quantistico agisce come un simulatore per la fisica quantistica. Negli stessi anni Deutsch pubblicò un lavoro teorico di cruciale importanza in cui mostrava che qualsiasi processo fisico poteva essere modellato perfettamente da un computer quantistico (*D. Deutsch, 1985*). Si cominciò quindi a comprendere che un computer quantistico può offrire molto di più di un qualsiasi computer classico tradizionale poiché supporta un tipo interamente nuovo di computazione con algoritmi basati su principi quantistici.

Per spiegare in cosa un computer quantistico è così differente dal suo analogo classico si può cominciare col considerare il costituente basilare dell'informazione, il *bit quantistico* o *qubit* (M.A. Nielsen, 2000).

Fisicamente un bit è un sistema che può essere preparato in due stati differenti che rappresentano due valori logici: sì o no; vero o falso o semplicemente 0 o 1. Per esempio, in un computer classico, la tensione applicata alle armature di un condensatore rappresenta un bit d'informazione: il condensatore carico denota il bit 1 e quello non carico il bit 0. Quantisticamente, un bit d'informazione può essere codificato usando un sistema a due livelli, tipo gli stati di spin $\frac{1}{2}$, le due polarizzazioni della luce, i differenti stati elettronici di un atomo oppure, come nel nostro caso, gli stati di flusso di dispositivi superconduttori, gli SQUID, che sfruttano gli effetti Josephson (F. Chiarello, 2000). Inoltre il sistema in esame può essere preparato in una sovrapposizione coerente dei due stati, cioè può essere contemporaneamente sia nello stato 0 che 1 con una certa probabilità. Usando la notazione di Dirac si può scrivere

$$|\Psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \quad (1.1)$$

dove a e b sono numeri complessi tali che $|a|^2 + |b|^2 = 1$, quindi la probabilità dello stato $|0\rangle$ è $|a|^2$ e dello stato $|1\rangle$ è $|b|^2$.

In generale, $|\Psi\rangle$ rappresenta un bit quantistico o qubit.

Un *bit quantistico* è un vettore unitario appartenente ad uno spazio vettoriale complesso bidimensionale dove è stata fissata una base ortonormale denotata con $\{|0\rangle, |1\rangle\}$.

Con un qubit è possibile codificare solo un bit classico; quindi un qubit contiene esattamente la stessa quantità d'informazione di un bit classico anche se in partenza possiede un numero maggiore di stati di cui è combinazione lineare. La ragione di ciò è che l'informazione può essere estratta solo attraverso una misura. Quando in meccanica quantistica si misura uno stato $|\Psi\rangle$, si forza il sistema a collassare in uno degli autostati dell'operatore di misura e poiché il qubit vive in uno spazio bidimensionale il risultato della misura può essere solo uno dei due stati di base, come nel caso classico, in cui invece la misura non cambia lo stato. L'operazione di misura, di cui parleremo

più avanti, va fatta solo quando è necessario perché distrugge la sovrapposizione coerente; quindi non è possibile misurare un qubit prima in una base e poi in un'altra.

E' soltanto quando si esaminano sistemi a più qubit interagenti tra loro, cioè un *registro quantistico*, che ci si rende conto della reale differenza tra un computer quantistico e il suo analogo classico: queste nuove macchine possono offrire una potenza computazionale maggiore di quelle classiche che nasce dal *parallelismo quantistico*. Classicamente il tempo necessario per eseguire certe computazioni decresce se si usano più processori in parallelo. Per avere un decremento esponenziale in tempo si deve incrementare esponenzialmente il numero di processori e lo spazio fisico.

Per capire questa differenza, si immagini un oggetto fisico macroscopico che si frantuma in n pezzi ciascuno dei quali va in una differente direzione. Classicamente lo stato di un questo sistema può essere descritto completamente specificando separatamente lo stato (posizione o la quantità di moto) di ciascuna particella componente. Lo stato di singola particella può essere rappresentato da un vettore generico in uno spazio vettoriale a due dimensioni. Quindi il sistema, composto da n pezzi, è un registro di n bit classici, gli stati accessibili sono 2^n e sono realizzati *uno alla volta* dagli n bit. Invece, usando n qubit, gli stati sono simultaneamente presenti nello stato di sovrapposizione (*parallelismo quantistico*). Si fissi ora l'attenzione su un registro composto da tre bit. Un qualsiasi registro classico di questo tipo può immagazzinare, ad un certo tempo, *solo una* delle otto possibili configurazioni quali 000, 001, 010, ..., 111. Un registro quantistico, invece, immagazzina tutti gli otto stati contemporaneamente perché lo stato Ψ è:

$$|\Psi\rangle = a|000\rangle + b|001\rangle + c|010\rangle + \dots \quad (1.2)$$

e contiene tutti gli stati di base possibili.

Se si aggiungono qubit al registro, si incrementa esponenzialmente la sua capacità di immagazzinare informazione; in generale, se si hanno n qubit gli stati accessibili sono 2^n *simultaneamente*. Gli stati quantistici, a differenza di quelli classici, si combinano attraverso il prodotto tensoriale. Se si considerano gli spazi vettoriali bidimensionali V e W , dove si è fissata una base $\{v_1, v_2\}$ e $\{w_1, w_2\}$ rispettivamente, il loro prodotto

tensoriale ha come base $\{v_1 \otimes w_1, v_1 \otimes w_2, v_2 \otimes w_1, v_2 \otimes w_2\}$ e la dimensione dello spazio risultante è $\dim(X) \times \dim(Y)$.

Come si è visto, un sistema classico a n particelle può essere scritto come somma dei singoli pezzi. Quantisticamente non sempre esiste un analogo: non è possibile scrivere,

per esempio, lo stato $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ come il prodotto tensoriale di stati dei componenti, ossia

$$|00\rangle + |01\rangle = (a|0\rangle + b|1\rangle) \otimes (c|0\rangle + d|1\rangle) \quad (1.3)$$

perchè

$$(a|0\rangle + b|1\rangle) \otimes (c|0\rangle + d|1\rangle) = ac|00\rangle + ad|01\rangle + bc|10\rangle + bd|11\rangle \quad (1.4)$$

e affinché valga l'uguaglianza deve essere $ad = 0$ che implica $ac = bd = 0$ quindi non c'è soluzione. Stati come questi, che non possono essere decomposti in tale modo e non hanno un analogo classico, sono detti *stati entangled*.

Quindi l'*entanglement* è un fenomeno puramente quantistico in cui ogni stato quantistico di un insieme di due o più sistemi fisici dipende dagli stati degli altri sistemi, anche se questi sono separati spazialmente. Uno stato *entangled* implica la presenza di correlazioni tra le quantità fisiche osservabili dei sistemi coinvolti.

Infatti una conseguenza dell'*entanglement* è che la misura di un qubit ha effetto sulla probabilità di misura dell'altro. A titolo d'esempio si consideri lo stato entangled

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle):$$

- se si misura il 2° qubit e si trova $|0\rangle$, il primo qubit è certamente in $|0\rangle$;
- se si misura il 2° qubit e si trova $|1\rangle$, il primo qubit è certamente in $|1\rangle$;
- se non si misura il 2° qubit, il primo qubit ha probabilità 1/2 di essere in $|0\rangle$ e 1/2 di essere in $|1\rangle$.

Sono appunto questi stati a contribuire alla crescita esponenziale dello spazio degli stati con il numero di qubit, rendendo possibile una capacità di calcolo esponenziale che non ha analogo classico.

Per quanto riguarda la misura, si consideri il caso di un sistema a due qubit:

$$|\Psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle \quad (1.5)$$

con a, b, c, d tali che $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$.

Si misuri il primo qubit rispetto alla base $\{|0\rangle, |1\rangle\}$. L'operazione di misura proietta lo stato Ψ sul sottospazio compatibile con la misura: ad esempio, si ottiene $|0\rangle$, con probabilità pari a $|a|^2 + |b|^2$; in questo caso il risultato è il vettore $a|00\rangle + b|01\rangle$ che si deve rinormalizzare affinché la probabilità totale sia 1. I risultati possibili sono due, ciascuno con la sua probabilità. In generale, il risultato di calcolo quantistico è la sovrapposizione di distinti risultati. La misura finale provoca il collasso del sistema su uno di tali risultati, in modo casuale con probabilità legata ai coefficienti degli stati. Per estrarre il risultato dall'operazione di misura, occorre utilizzare algoritmi che modifichino la probabilità dei vari risultati in modo da selezionare automaticamente il risultato di interesse. Un esempio è l'algoritmo di Shor (*P.W. Shor, 1994*).

Una volta che il registro è preparato in una sovrapposizione coerente di stati si possono fare delle operazioni sui qubit (*quantum gates*). Tali operazioni sono trasformazioni unitarie, $UU^\dagger = I$, quindi reversibili (*R. Feynman, 1996*), che conservano l'ortogonalità tra stati accessibili al sistema; in pratica sono paragonabili a rotazioni nello spazio vettoriale. Esempi di porte logiche su singolo qubit sono:

- identità I:
$$\begin{aligned} |0\rangle &\rightarrow |0\rangle \\ |1\rangle &\rightarrow |1\rangle \end{aligned} \quad \sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

- rotazione X= negazione:
$$\begin{aligned} |0\rangle &\rightarrow |1\rangle \\ |1\rangle &\rightarrow |0\rangle \end{aligned} \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

- rotazione Z = sfasamento: $|0\rangle \rightarrow |0\rangle$
 $|1\rangle \rightarrow -|1\rangle$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

- rotazione Y=ZX $|0\rangle \rightarrow -|1\rangle$
 $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$

$$\sigma_y = \sigma_z \sigma_x = \frac{1}{i} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

dove $\sigma_0, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ sono le matrici di Pauli

- Trasformazione di Hadamard: applicata ad uno stato puro crea una sovrapposizione di stati. Applicata a n bit individualmente, genera una sovrapposizione di tutti i 2^n stati possibili, che possono essere visti come la rappresentazione binaria dei numeri da 0 a 2^{n-1}

$$\begin{aligned} & (H \otimes H \otimes \dots \otimes H) \otimes |00\dots 0\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^n}} [(|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle + |1\rangle) \otimes \dots \otimes (|0\rangle + |1\rangle)] \quad (1.10) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} x \end{aligned}$$

Nel caso di 2 bit si ha:

$$|0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \quad (1.11)$$

$$|1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle). \quad (1.12)$$

Un esempio di trasformazione non unitaria è il “no cloning”. Mentre in un sistema classico l’informazione può essere copiata perfettamente un numero illimitato di volte, un sistema quantistico non permette di realizzare copie.

Questa impossibilità è provata dal *Teorema di non clonazione* (W.K. Wootters, 1982).

Il teorema asserisce che non è possibile duplicare esattamente (*cloning*) uno stato quantistico *non noto* a priori. È invece possibile effettuare la duplicazione se lo stato

appartiene ad un insieme ortogonale di stati conosciuto a priori (ad esempio gli stati della base canonica).

Sia U una trasformazione unitaria che copia esattamente uno stato quantistico $|a\rangle$ non noto:

$$U|a0\rangle = |aa\rangle \quad \text{per } \forall |a\rangle \quad (1.13)$$

dove $|0\rangle$ è lo stato iniziale su cui verrà sovrascritto lo stato $|a\rangle$.

Siano $|a\rangle$ e $|b\rangle$ due stati quantistici ortogonali tali che anche $U|b0\rangle = |bb\rangle$ per $\forall |b\rangle$.

Sia, inoltre, $|c\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle + |b\rangle)$. Dalla linearità di U si ha:

$$U|c0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(U|a0\rangle + U|b0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|aa\rangle + |bb\rangle) \quad (1.14)$$

Ma se U è anche una trasformazione che duplica uno stato deve essere:

$$\begin{aligned} U|c0\rangle = |cc\rangle &= \frac{1}{2}(|aa\rangle + |ab\rangle + |ba\rangle + |bb\rangle) \\ &\neq \frac{1}{\sqrt{2}}(|aa\rangle + |bb\rangle) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Quindi non esiste alcuna trasformazione unitaria che può copiare uno stato quantistico non noto a priori.

Una trasformazione che opera su due qubit è il *controlled-not* o C_{not} : essa cambia il secondo bit solo se il primo è nello stato $|1\rangle$ e lascia gli altri invariati.

$$\begin{aligned} |00\rangle &\rightarrow |00\rangle \\ |01\rangle &\rightarrow |01\rangle \\ |10\rangle &\rightarrow |11\rangle \\ |11\rangle &\rightarrow |10\rangle \end{aligned} \quad (1.16)$$

E' stato dimostrato che il control-not più le trasformazioni unitarie su singolo qubit formano un set universale di trasformazioni, che bastano a costruire qualsiasi altra operazione. L'insieme di tutte le operazioni unitarie sui bit quantistici, secondo una precisa sequenza stabilita in precedenza, costituisce un algoritmo. La potenza di un algoritmo quantistico nasce dal parallelismo quantistico. Infatti le stesse operazioni matematiche sono applicate simultaneamente a tutti i 2^n stati presenti nello stato di sovrapposizione in un'unica fase computazionale, mentre con un algoritmo classico si devono ripetere le stesse operazioni 2^n volte o si devono usare 2^n processori che lavorano in parallelo. Anche l'ambiente agisce sul qubit come se fosse un osservatore, provocando dissipazione (decadimento dal livello energetico più alto) e decoerenza (cancellazione dei termini di coerenza dovuto alle fluttuazioni casuali). Sono quindi necessari degli algoritmi di correzione degli errori che rettifichino i termini indesiderati dovuti all'interazione qubit-ambiente. Queste tecniche correttive, dette di *rifoccheggiamento*, sono basate su operazioni quantistiche che agiscono in direzione contraria alla perturbazione.

L'uso delle porte logiche è spiegato con un esempio di comunicazione quantistica, il *teletrasporto* (C. Bennett, 1993). Il teletrasporto quantistico permette di trasferire in un punto arbitrariamente lontano lo stato quantistico di una particella a patto di rispettare il teorema di no-cloning, ossia distruggere l'informazione nel sistema originale e di ricostruirlo a partire da informazioni puramente classiche.

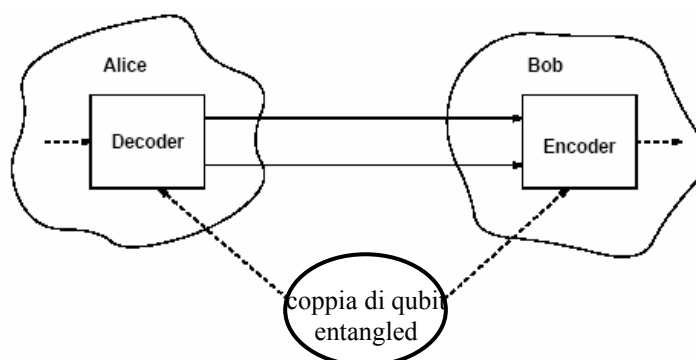


Figura 1.1 Schematizzazione del teletrasporto

Il teletrasporto di un singolo bit è stato sperimentalmente realizzato nel 1997 (*D. Bouwmeester, 1997*).

Alice (**A**) possiede un sistema quantistico, preparato in uno stato $|\phi\rangle$ non noto ad A, che vuole comunicare a Bob (**B**) utilizzando canali classici (telefono o radio). Alice e Bob hanno ognuno uno dei due qubit di una coppia entangled $|\Psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B)$.

Lo stato iniziale dei sistemi di **A** e **B** è:

$$\phi \otimes \Psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(a|0\rangle + b|1\rangle) \otimes (|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B) \right] \quad (1.17)$$

dove $\phi = (a|0\rangle + b|1\rangle)$ è il generico stato di Alice da teletrasportare mentre A e B sono i qubit entangled rispettivamente di Alice e Bob. Svolgendo il prodotto tensoriale si ottiene:

$$\phi \otimes \Psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(a|0\rangle|0\rangle_A|0\rangle_B + a|0\rangle|1\rangle_A|1\rangle_B + b|1\rangle|0\rangle_A|0\rangle_B + b|1\rangle|1\rangle_A|1\rangle_B) \right]. \quad (1.18)$$

Alice:

Alice ora applica un $C_{not} \otimes I$ e una trasformazione di Hadamard $H \otimes I \otimes I$ al suo stato:

$$\begin{aligned} & (H \otimes I \otimes I)(C_{not} \otimes I)(\phi \otimes \Psi_0) \\ &= (H \otimes I \otimes I)(C_{not} \otimes I) \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(a|0\rangle|0\rangle_A|0\rangle_B + a|0\rangle|1\rangle_A|1\rangle_B + b|1\rangle|0\rangle_A|0\rangle_B + b|1\rangle|1\rangle_A|1\rangle_B) \right] \\ &= (H \otimes I \otimes I) \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(a|0\rangle|0\rangle_A|0\rangle_B + a|0\rangle|1\rangle_A|1\rangle_B + b|1\rangle|1\rangle_A|0\rangle_B + b|1\rangle|0\rangle_A|1\rangle_B) \right] \\ &= \frac{1}{2} a (|0\rangle|0\rangle_A|0\rangle_B + |0\rangle|1\rangle_A|1\rangle_B + |1\rangle|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle|1\rangle_A|1\rangle_B) + \\ &+ \frac{1}{2} b (|0\rangle|1\rangle_A|0\rangle_B + |0\rangle|0\rangle_A|1\rangle_B - |1\rangle|1\rangle_A|0\rangle_B - |1\rangle|0\rangle_A|1\rangle_B) \\ &= \frac{1}{4} \left[|0\rangle|0\rangle_A (a|0\rangle_B + b|1\rangle_B) \right] + \frac{1}{4} \left[|0\rangle|1\rangle_A (a|1\rangle_B + b|0\rangle_B) \right] + \frac{1}{4} \left[|1\rangle|0\rangle_A (a|0\rangle_B - b|1\rangle_B) \right] + \\ &+ \frac{1}{4} \left[|1\rangle|1\rangle_A (a|1\rangle_B - b|0\rangle_B) \right] \end{aligned}$$

Alice misura i primi due qubit e ottiene $|0\rangle|0\rangle$, $|0\rangle|1\rangle$, $|1\rangle|0\rangle$, $|1\rangle|1\rangle$ con uguale probabilità.

Dopo la misura di Alice, il qubit di Bob viene proiettato in uno dei quattro stati $a|0\rangle_B + b|1\rangle_B$, $a|1\rangle_B + b|0\rangle_B$, $a|0\rangle_B - b|1\rangle_B$, $a|1\rangle_B - b|0\rangle_B$ rispettivamente. A questo punto **A** manda il risultato della sua misura a **B** come due bit classici.

Da notare che quando **A** misura distrugge lo stato $|\phi\rangle$ da teletrasportare. Questa perdita di $|\phi\rangle$ è il motivo per cui il teletrasporto non viola il teorema di “no-cloning”.

Bob:

quando Bob riceve i due bit classici da **A**, opera una trasformazione unitaria secondo la tabella:

Bits ricevuti	stati	decoding
00	$a 0\rangle_B + b 1\rangle_B$	I
01	$a 1\rangle_B + b 0\rangle_B$	X
10	$a 0\rangle_B - b 1\rangle_B$	Z
11	$a 1\rangle_B - b 0\rangle_B$	Y

Tabella 1. Tabella della verità

Così Bob può ricostruire lo stato $|\phi\rangle$ di Alice applicando un'opportuna trasformazione che porta i suoi qubit della coppia entangled $|\Psi_0\rangle$ nello stato originario $|\phi\rangle$ di Alice.

Quanto è stato detto è estendibile ad un sistema costituito da più di due stati ortogonali.

1.2 Implementazione

Sono necessari cinque requisiti (*D.P. Di Vincenzo, 2001*) per poter implementare una computazione quantistica.

1. *E' necessario disporre di un sistema quantistico a due livelli, scalabile.*
2. *Deve essere possibile inizializzare lo stato in modo sicuro prima di iniziare il calcolo.*

Ci sono due modi per ottenere questa condizione:

- si può congelare il sistema quando lo stato fondamentale dell'Hamiltoniana è lo stato di interesse;
- si può fare una misura che proietta il sistema o nello stato di interesse, o in un altro stato rotazione dello stato di interesse.

3. *Il tempo di decoerenza deve essere lungo, tipicamente 10^3 - 10^4 volte maggiore del tempo di operazione.*

Il tempo di decoerenza caratterizza la dinamica del sistema interagente con l'ambiente; il sistema, perdendo la coerenza, perde la proprietà più importante per avere un computer quantistico.

4. *Si deve avere un set universale di operazioni.*

Si è visto, nel paragrafo 1.1, che il control-not più le trasformazioni su singolo qubit realizzano questa condizione.

5. *Si deve avere la possibilità di misurare lo stato del qubit in modo affidabile.*

1.3 Sistema a due livelli

Come abbiamo detto, il qubit consiste in un sistema quantistico a due livelli che possa essere posto in una sovrapposizione di stati, come ad esempio gli stati di spin di una particella con spin $\frac{1}{2}$. In generale, il sistema a due livelli che realizza il bit quantistico, può essere schematizzato con un potenziale $V(x)$ a doppia buca con barriera finita (C. Cohen-Tannoudji, 1977).

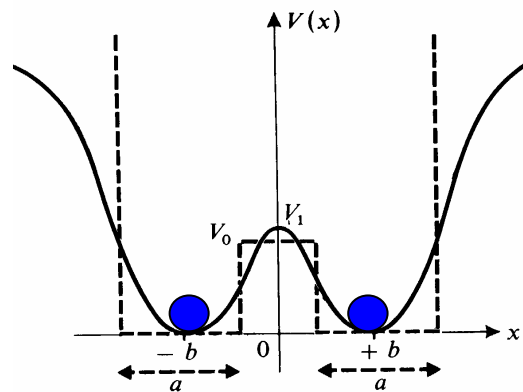


Figura 1.2 Schematizzazione di un sistema a due livelli con un potenziale a doppia buca. $V(x)$ ha due minimi (posizioni di equilibrio in meccanica classica), separate da una barriera di altezza finita.

Classicamente, gli stati di equilibrio sono gli stati a più bassa energia e nel grafico corrispondono a quelli nel fondo delle due buche con energie $E_R = E_L$ e coordinata $\pm b$. Quantisticamente, si possono approssimare le due buche con due oscillatori armonici. Indichiamo con $|L\rangle$ e $|R\rangle$ gli stati fondamentali dei due oscillatori (di sinistra e di destra rispettivamente). Se la barriera è abbastanza alta i due stati sono quasi ortogonali, cioè $|\langle L|R\rangle| \ll 1$. Se la temperatura è abbastanza bassa rispetto alla spaziatura dei livelli, tali stati costituiscono una base sufficiente a descrivere la dinamica del sistema. Se la barriera fosse infinita tali stati sarebbero indipendenti.

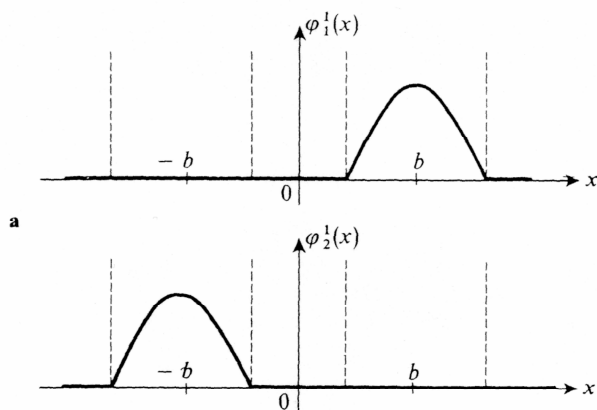


Figura 1.3 Esempio di barriera infinita. Gli stati $|L\rangle$ e $|R\rangle$ sono stazionari, con la stessa energia e localizzati ciascuno nella sua buca di potenziale.

Poiché la barriera è finita c'è un accoppiamento tra le due buche che produce una perturbazione nell'Hamiltoniana. La trasparenza della barriera permette l'effetto tunnel e rimuove la degenerazione tra i livelli energetici: si passa da E_R, E_L a E_+, E_- come mostrato dal diagramma dei livelli energetici in funzione della perturbazione che agisce sul sistema.

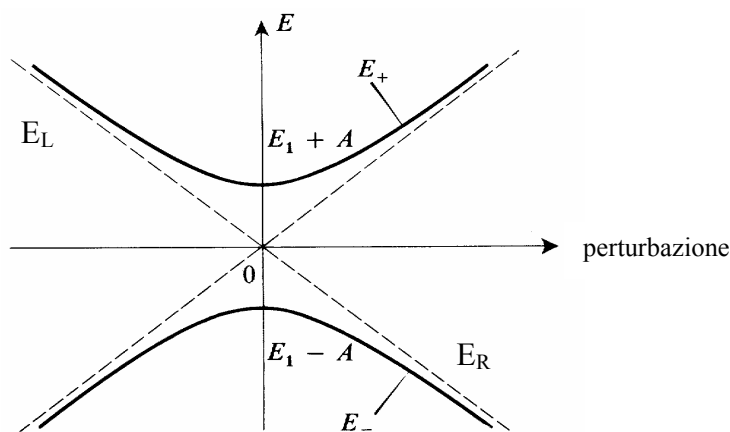


Figura 1.4 Variazione dell'energia E_R ed E_L rispetto all'intensità della perturbazione.

Come si può notare dal grafico, nel punto di degenerazione si apre una gap di ampiezza Δ (*anticrossing*) in corrispondenza della quale lo stato fondamentale si trova in una sovrapposizione coerente dei due stati quantistici $|L\rangle$ e $|R\rangle$.

I due stati $|L\rangle$ e $|R\rangle$ non sono più stazionari ma oscillano nel tempo (oscillazioni di Larmor).

$$|\Psi\rangle = \cos \Omega |L\rangle t + i \sin \Omega |R\rangle t. \quad (1.16)$$

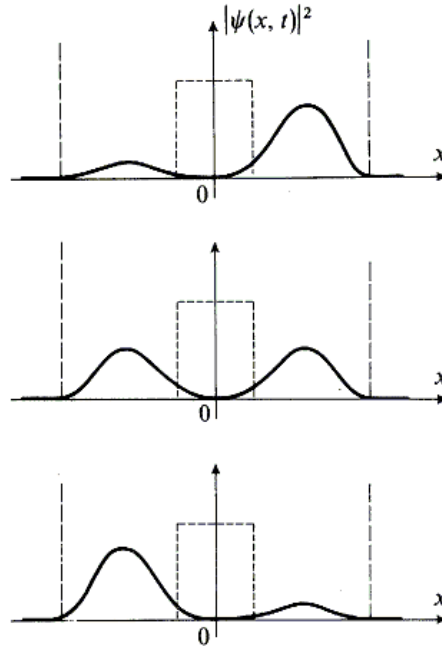


Figura 1.5 Evoluzione della funzione d'onda ottenuta dalla sovrapposizione di due funzioni d'onda stazionarie. La particella è inizialmente nella buca destra, poi attraversa la barriera di potenziale e va nella buca sinistra e inizia ad oscillare coerentemente tra i due stati (oscillazioni di Larmor).

Sono stati proposti vari sistemi fisici per la realizzazione dei qubit, quali *ioni in trappole elettromagnetiche* (J.I. Ciriac, 1995 – A.Steane, 1996), *singole molecole* lette con NMR e dispositivi *a stato solido*. Questi ultimi hanno il vantaggio di poter essere facilmente inseriti in circuiti elettronici, di essere scalabili e fabbricabili in architetture complesse. La ricerca si sta perciò concentrando su:

- quantum dot semiconduttori;
- dispositivi superconduttivi a singolo elettrone: qubit a stati di carica;
- dispositivi Josephson e interferometri quantistici (SQUID): qubit a stati di flusso magnetico.