

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Scuola Dottorale in Scienze Matematiche e Fisiche
Sezione di Fisica

XXII ciclo

Discriminazione tra eventi sismici naturali ed esplosioni nucleari sotterranee

Coordinatore:

Prof. Guido Altarelli

Relatore interno:

Prof. Wolfango Plastino

Relatore esterno:

Prof. Rodolfo Console

Valerio Materni

A.A.
2009

Il lavoro svolto in questa tesi di dottorato è stato condotto all'interno del gruppo di ricerca "Metodi e misure per la geofisica dell'ambiente" dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, coordinato dal Dottor Massimo Chiappini.

Indice

Introduzione	1
1 Il Discriminante $m_b : M_s$	7
1.1 Generalità sui metodi di identificazione	7
1.2 Fattori che influiscono sul discriminante $m_b : M_s$	11
1.3 Effetti di sorgente	12
1.3.1 Calibrazione delle magnitudo spettrali	16
1.4 Effetto spettrale sulle relazioni $m_b : M_s$	17
1.5 Modello di sismogramma sintetico del discriminante $m_b : M_s$	19
1.6 Commenti	23
2 Metodo di Discriminazione Regionale	25
2.1 Scelta del database	27
2.2 Costruzione teorica dell'ampiezza per le onde di Rayleigh come modello utilizzato nel metodo regionale	28
2.2.1 Le sorgenti esplosive	30
2.2.2 Le correzioni di scala	35
2.3 Determinazione sperimentale dei parametri	37
2.4 Verifica quantitativa del metodo di discriminazione	47

3	Analisi discriminante	51
3.1	La funzione discriminante per p gruppi	52
3.2	Analisi discriminante come metodo indipendente di ottimizzazione (fase di <i>learning</i>)	59
3.3	Classificazione a posteriori (fase di <i>test</i>)	63
3.3.1	Classificazione di un insieme di terremoti generici	63
3.3.2	Classificazione di un insieme di eventi non <i>screen-out</i>	71
3.4	Analisi discriminante come metodo di verifica su dati regionali	73
3.5	Test nucleare del 2009-05-25 condotto dalla R.P.D. della Corea	76
3.5.1	Determinazione dei parametri di sorgente	79
	Conclusioni	81
	Appendice A:	
1	Modelli di sorgenti dei terremoti	85
2	Modelli di sorgenti esplosive	88
	Appendice B:	
	Funzione della sorgente esplosiva di Mueller-Murphy e leggi di scala	91
	Appendice C:	
	Eccitazione delle onde superficiali e delle onde di volume nelle esplosioni e nei terremoti	93

Appendice D:	
Problema degli autovalori per il vettore “ <i>Stress Motion</i> ”	97
Glossario	99
Bibliografia	103

INTRODUZIONE

Gli esperimenti nucleari hanno causato preoccupazioni nel mondo fin dal primo *test* che si svolse, più di sessanta anni fa negli Stati Uniti (“*Trinity*”, 6 Agosto 1945).

Da allora più di 2000 esplosioni nucleari sono state condotte da otto Stati per sostenere lo sviluppo di un gran numero di tipologie d'armi nucleari (bomba atomica, all'idrogeno, al neutrone ed al cobalto).

Il rapporto tra la sismologia e le esplosioni nucleari è stato fin da subito molto stretto. Da una parte, infatti, le esplosioni nucleari hanno contribuito ad un miglioramento nel processo di localizzazione e fornito “semplici” sorgenti che generano segnali in grado di propagarsi in tutto il mondo, dall'altra parte la sismologia ha fornito uno strumento chiave per il controllo delle esplosioni nucleari. Subito dopo la prima esplosione nucleare sotterranea condotta nel 1958, la sismologia ha infatti iniziato a sviluppare un particolare ramo di studio per il monitoraggio di tali esplosioni, denominato “*Detection Seismology*”.

Durante la Guerra Fredda, la diplomazia internazionale si era già interessata agli studi per il rilevamento sismico delle esplosioni nucleari sotterranee. I primi negoziati internazionali sulle misure tecniche da intraprendere per la verifica del Trattato furono già avviati dal 1976, con l'effettiva partecipazione dell'allora Istituto Nazionale di Geofisica (ING), alla conferenza del Disarmo di Ginevra. Tuttavia le condizioni politiche non erano ancora tali da poter discutere un divieto totale degli esperimenti nucleari; solo nel 1993 sono cominciati i negoziati politici per tale Trattato. Da allora in poi, le cose si sono evolute in tempi relativamente brevi: nel 1996, l'Assemblea generale delle Nazioni Unite ha adottato il *Comprehensive-nuclear-Test-Ban-Treaty* (CTBT), Trattato per la proibizione totale delle esplosioni nucleari e la sua rispettiva organizzazione (CTBTO). Il CTBT è stato aperto alla firma nel 1996 e da allora è stato firmato da 181 Stati e ratificato da 149, anche se per la sua entrata in vigore è ancora necessaria la ratifica da parte di nove Stati, per tre dei quali manca ancora la firma (Corea del Nord, Pakistan ed India).

Il CTBT prevede un complesso sistema di verifiche, incentrato su un regime ispettivo e su un Sistema Internazionale di Monitoraggio (IMS), costituito da una rete di stazioni di rilevamento (Figura 1), su scala globale, i cui dati afferiscono ad un unico Centro Dati Internazionale (IDC). In attesa dell'entrata in vigore del CTBT, la responsabilità della preparazione della struttura tecnica su cui sarà basato il sistema di verifiche è stata affidata alla Commissione Preparatoria del CTBTO, con sede a Vienna, ove è stato costituito il Segretariato Tecnico Provvisorio (PTS) della futura Organizzazione. La Commissione Preparatoria ha a sua volta un organo

consultivo (WGB) che si occupa delle questioni tecniche inerenti alla messa a punto del sistema di verifiche. Al WGB hanno costantemente dato il proprio contributo gli esperti dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV) per conto dell'Autorità Nazionale per il CTBT.

La filosofia con cui è stato progettato l'IMS non è quella di perseguire l'identificazione assoluta di tutte le esplosioni nucleari (cosa impossibile, dato che il Trattato non fa menzione di alcuna potenza di soglia), ma quella di convincere ogni potenziale evasore che esiste una rilevante probabilità che l'esperimento clandestino venga individuato.

Ogni Stato effettuerà le proprie valutazioni soggettive sull'osservanza del Trattato da parte degli altri firmatari sulla base delle informazioni di carattere oggettivo diffuse dal Centro Internazionale Dati. La decisione di effettuare un'ispezione su di un sito sospettato di essere stato sede di un esperimento nucleare clandestino, in violazione al Trattato, spetta poi al Consiglio Esecutivo degli Stati parte (di cui l'Italia è membro permanente), in conformità a richieste formali presentate dai Governi di singoli Stati. Nel caso di esito negativo dell'ispezione, effettuata da una squadra di Esperti internazionali e con attrezzature di proprietà del CTBTO, lo Stato promotore della richiesta è tenuto al pagamento di tutte le spese collegate all'ispezione stessa.

Va tenuto presente che nel processo che porta alla decisione di effettuare un'ispezione in sito (OSI) il Segretariato Tecnico non ha alcun potere decisionale, ma soltanto il compito di fornire agli Stati membri i dati necessari alle loro valutazioni, nonché funzioni consultive in favore del Consiglio Esecutivo degli Stati parte. Appare quindi evidente che ogni Stato realmente interessato all'osservanza del CTBT si doti di proprie strutture tecnico-scientifiche che siano in grado di svolgere le necessarie analisi sui dati rilevanti a identificare la natura di eventi sospetti (in particolare la discriminazione fra eventi esplosivi ed eventi sismici naturali).

FONDAMENTI TECNICO-SCIENTIFICI

Sono quattro le metodologie previste nell'IMS: sismologica (per le esplosioni sotterranee), idroacustica (per le esplosioni negli oceani), infrasonica e radionuclidica (per le esplosioni nell'atmosfera). Non sono escluse, inoltre, sinergie fra queste metodologie per l'identificazione di alcune classi di eventi.

Il problema principale del controllo delle esplosioni nucleari sotterranee, che per tanti anni è stato l'elemento principale sostenuto da chi intendeva procrastinare la stipulazione del Trattato di proibizione totale, non consiste tanto nella detezione delle esplosioni, ma nella discriminazione tra queste ed eventi sismici naturali. Infatti, le moderne tecniche sismografiche, grazie soprattutto all'impiego degli *arrays* (insiemi di sensori sismici che operano

come un'antenna ricevente) consentono il rilevamento a distanza telesismica di esplosioni anche piuttosto piccole (di potenza inferiore a 1 kt). Però nel mondo avvengono ogni giorno decine di terremoti che emettono onde elastiche di intensità paragonabile o superiore a quella di tali piccole esplosioni. La distinzione fra esplosioni e terremoti è basata innanzitutto sulla precisa localizzazione ipocentrale: le esplosioni in aree oceaniche verrebbero prontamente rivelate dalla rete idroacustica e quelle a profondità superiore a pochi chilometri non sono praticamente fattibili. Esistono inoltre svariati metodi, tutti basati sul contenuto spettrale delle onde sismiche, che permettono di distinguere tra sorgenti artificiali e sorgenti naturali: essendo l'esplosione una sorgente tipicamente impulsiva e concentrata nello spazio essa emette energia elastica caratterizzata da treni d'onde di più breve durata e con frequenze superiori a quelle dei terremoti. Per di più queste onde hanno sempre una prima fase caratterizzata da movimento compressivo (diretto dalla sorgente verso il ricevitore) se vengono emesse da un'esplosione. La discriminazione delle esplosioni dai terremoti con metodi sismologici dipende molto dall'energia elastica trasmessa dall'evento: essa è tanto più incerta quanto più modesta è l'energia in gioco.

La sinergia tra le metodologie indicate è un punto fondamentale di cui si è tenuto conto nel progetto del sistema di controllo. Per esempio, la minore efficacia della rete sismologica nelle aree oceaniche rispetto a quella ottenibile sulle aree continentali, verrebbe compensata dalla particolare sensibilità della rete idroacustica nei confronti delle esplosioni condotte nei mari e nelle piccole isole. E' ovvia inoltre l'integrazione fra le tecniche degli infrasuoni e della radioattività dell'aria nei riguardi delle esplosioni nucleari in atmosfera, consentendo di ottenere una rapida e precisa localizzazione mediante la prima, e una più sicura identificazione della natura dell'evento con la seconda.

CONTROLLO DEL TRATTATO IN UNA PROSPETTIVA NAZIONALE

Come si è detto, l'identificazione della natura esplosiva di un evento sismico è un processo che, soprattutto per eventi sismici di debole energia, non porta con immediatezza ad un risultato certo. E' ben noto che tutte le metodologie sismologiche comunemente adoperate (profondità della sorgente, rapporto fra magnitudo m_b ed M_s , rapporto spettrale, ecc.) realizzano discriminanti fra popolazioni di eventi che presentano fasce di incertezza entro le quali la discriminazione ha soltanto significato statistico.

Nell'IDC, la struttura tecnica che effettua le analisi dei dati provenienti dall'IMS, viene normalmente impiegato il concetto dello *screening*, ovvero

l'assegnazione con alto valore di affidabilità di un evento alla categoria degli eventi naturali, se vengono soddisfatti criteri oggettivi prestabiliti. Lo *screening* è pertanto un processo automatico. Al fine di evitare il pericolo che un'esplosione venga classificata come evento naturale, i criteri dello *screening* sono definiti in maniera molto conservativa. Questo comporta che ogni giorno decine di eventi sismici rilevati non rientrino fra quelli dichiarati come naturali dal processo di *screening*.

Risulta evidente da quanto detto che i prodotti grezzi forniti dall'IDC non sono direttamente utilizzabili dall'Autorità Nazionale di ciascun Paese per prendere decisioni politiche sulla natura di un evento sospetto. Il numero di eventi che non superano il processo di *screening* è talmente grande da rendere impensabile la dichiarazione di sospetto evento nucleare a ciascuno di essi.

Il presente lavoro di ricerca si colloca proprio all'interno di tale contesto, ed è stato sviluppato nell'ambito delle attività che l'INGV svolge presso l'Unità Tecnica Operativa del Ministero degli Affari Esteri. L'INGV infatti non solo gestisce il Centro Nazionale Dati ma esso fa parte integrante della struttura nazionale di attuazione del Trattato ai sensi della L. 197/2003. Lo scopo è stato quello di sviluppare una metodologia innovativa per la discriminazione fra eventi sismici naturali ed esplosioni nucleari sotterranee, basata sia su una rigorosa modellazione fisica delle sorgenti sismiche, sia su un'accurata analisi sperimentale dei dati rilevati dall'IMS.

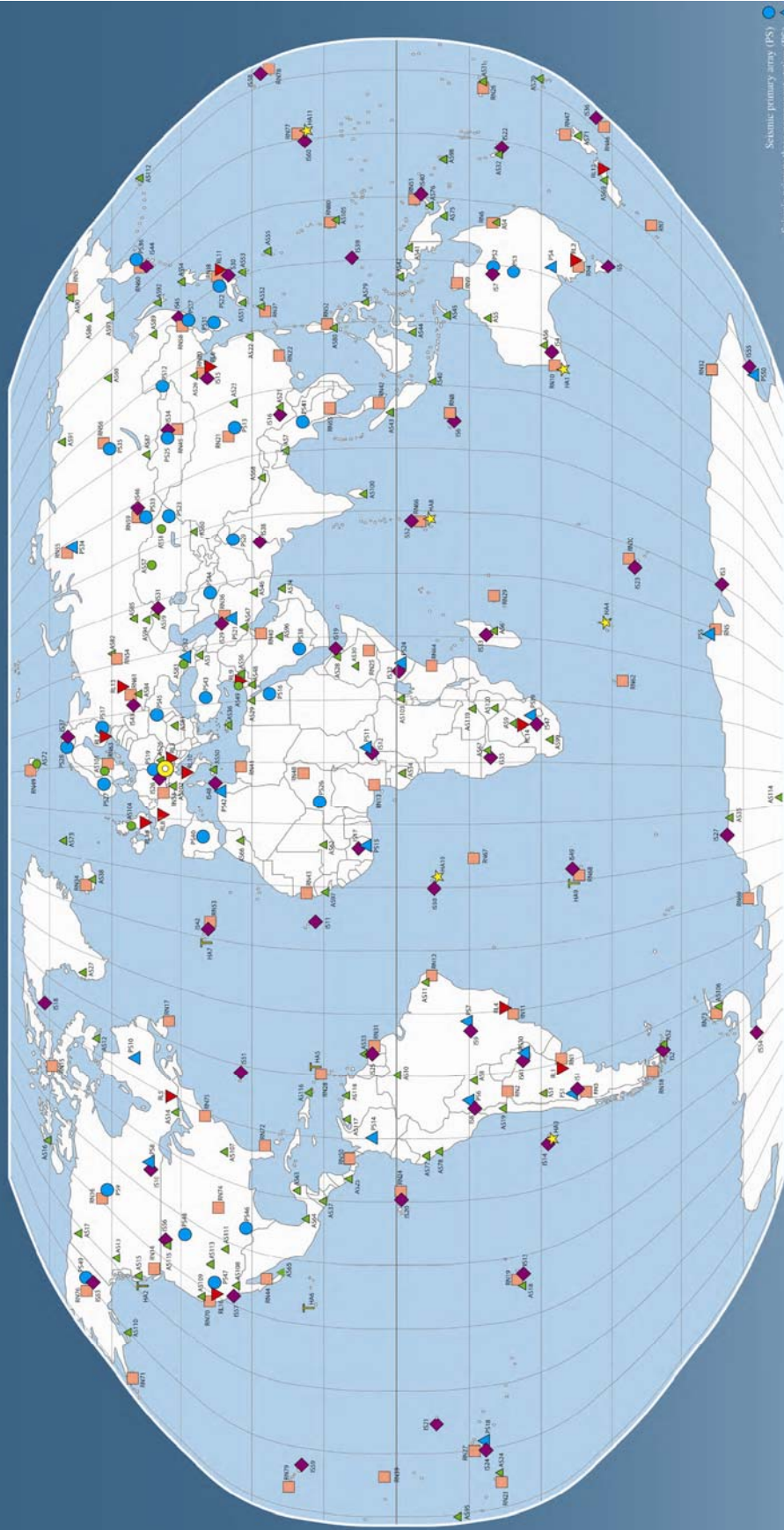
In particolare possono essere individuate due fasi tra loro complementari di questo lavoro: una fase prettamente fisica e sperimentale legata al tentativo di estensione regionale del discriminante $m_b : M_s$ ed un'altra fase legata ad una trattazione su basi statistiche, della discriminazione attraverso il metodo detto della "Analisi Discriminante".

Vale la pena notare come non siano state specificate una prima o una seconda fase, in quanto, come si vedrà in seguito, si potrà parlare di fasi correlate o non correlate.

Nel capitolo 1 verrà descritto il discriminante $m_b : M_s$ e le considerazioni scientifiche che ne stanno alla base. Nel capitolo 2 sarà trattato un nuovo metodo discriminante, anch'esso basato, ma con impostazione diversa, sull'osservazione delle onde di volume e di quelle superficiali.

Nel capitolo 3 parleremo del metodo "Analisi Discriminante" e nella restante parte saranno illustrate le metodologie adottate, con esempi della loro applicazione, in particolar modo all'evento esplosivo del 2009-05-25 condotto nella Repubblica Popolare Democratica della Corea.

INTERNATIONAL MONITORING SYSTEM



- Seismic primary array (PS)
 - ▲ Seismic auxiliary array (AS)
 - ★ Hydroacoustic (hydrophone) station (HA)
 - ◆ Hydroacoustic (T-phase) station (HT)
 - Infrasound station (IS)
 - Radionuclide station (RS)
 - Radionuclide Laboratory (RL)
- International Data Centre, CTBTO PrepCom, Vienna

The Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty (CTBT) of 1996 bans nuclear explosions in all environments. Explosions in the atmosphere, under water and in outer space were banned in 1963. CTBT prohibits them underground as well. Under CTBT, a global system of monitoring stations, using four complementary technologies, is being established to verify compliance with the Treaty. Supported by 16 radionuclide laboratories, this network of 321 monitoring stations will be capable of registering shock waves emanating from a nuclear explosion underground, in the sea and in the air, as well as detecting radioactive debris released into the atmosphere. The location of the stations has been carefully chosen for optimal and cost-effective global coverage.

The monitoring stations will transmit, via satellite, the data to the International Data Centre (IDC) within CTBTO PrepCom in Vienna, where the data will be used to detect, locate and characterize events. These data and IDC products will be made available to the States Signatories for final analysis.

Overleaf is a listing of the 327 facilities of the international monitoring system and brief descriptions of their characteristics and capabilities.

The location and presentation of material in this copy do not imply the acceptance of any opinion on the part of the Preparatory Commission for the Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty Organization (CTBTO PrepCom) concerning the legal status of any country, territory, city or area or its boundaries.

Chart 1, revised July 2007

Figura 1 : Sistema Internazionale di Monitoraggio (IMS)

CAPITOLO 1

IL DISCRIMINANTE $m_b:M_s$

1.1 Generalità sui metodi di identificazione

In questa sezione, ci si appresta a fare una rassegna sugli attuali metodi di identificazione, tra cui il metodo del criterio $m_b:M_s$ che verrà poi approfondito, in quanto risulta essere il principale metodo di identificazione utilizzato dalla CTBTO.

Il primo passo del monitoraggio sismico consiste nella localizzazione di un segnale proveniente da un evento sismico (localizzazione basata sulle proprietà cinematiche, *travel-path* e *travel-time*), il passo successivo è quello dell' identificazione.

L'identificazione consiste nel distinguere, cioè discriminare, un'esplosione nucleare sotterranea dalle altre sorgenti sismiche.

Le differenze fisiche tra sorgenti naturali e sorgenti esplosive (nel meccanismo, nella simmetria e nelle dimensioni spaziali e temporali) fa sì che anche i loro segnali differiscano; sono proprio tali differenze nelle loro proprietà dinamiche ad essere utilizzate per la discriminazione.

Si definiscono *discriminanti sismici* quei metodi che utilizzano registrazioni sismografiche per la distinzione tra sorgenti naturali ed esplosive; essi possono essere raggruppati in categorie in base alla loro diversa natura.

Brevemente:

- 1 Discriminanti generali; non sono riconducibili né a proprietà geometriche né a proprietà temporali e sono:
 - luogo dell'evento;
 - profondità dell'evento.

- 2 Discriminanti spettrali; legati alla forma temporale del segnale e applicabili a dati provenienti da singole stazioni:
 - contenuto in frequenza del segnale e dispersione;
 - rapporto spettrale, SR;
 - terzo momento della frequenza, TMF;
 - criterio $m_b : M_s$.

3 Discriminanti legati al meccanismo focale della sorgente; legati cioè alla forma del tensore momento sismico (applicabili a dati provenienti da rete sismica dotata di strumenti a lungo periodo e non):

- meccanismo focale;
- polarità del primo impulso dell'onda P ;
- eccitazione relativa delle fasi sismiche.

4 Altri discriminanti:

- complessità della forma d'onda;
- frequenza di taglio;
- onde P a larga banda;
- onde di Love;
- onde S ;
- discriminanti regionali.

Questo potrebbe però far pensare che non vi siano grandi difficoltà nel trovare criteri per distinguere tra i due tipi di sorgente; esistono tuttavia numerosi problemi pratici che devono essere tenuti in considerazione, tra cui i più importanti sono i seguenti:

- la superficie terrestre è in gran parte coperta dal mare e la creazione di stazioni sismiche permanenti sul letto del mare è estremamente problematica, cosicché non è facile realizzare una distribuzione ottimale delle stazioni per il monitoraggio;
- il rumore sismico rende spesso difficilmente leggibili i sismogrammi e quindi una corretta identificazione dell'evento in esame;
- i dati disponibili per le esplosioni provengono da un numero molto ridotto di siti per i *test* nucleari, collocati principalmente in zone asismiche; non si ha quindi la garanzia che metodi che funzionano in questi siti possano funzionare anche altrove;
- alcune delle fasi sismiche utili per la distinzione tra i terremoti e le esplosioni vengono rapidamente attenuate con la distanza.

Alcuni dei problemi appena elencati possono essere in parte superati utilizzando la registrazione telesismica, che fornisce degli importanti vantaggi:

- le esplosioni possono essere monitorate da aree esterne al Paese che sta effettuando un *test* nucleare sotterraneo;
- è necessario per l'identificazione dell'evento sismico in esame un numero di stazioni di registrazione relativamente basso;
- si dispone di una scelta più ampia di possibili siti per le stazioni e tra questi possono essere selezionati i più idonei; i siti migliori sono quelli in cui le perdite dovute alla dispersione ed alla attenuazione anelastica del segnale della crosta e nel mantello superiore sono più basse e dove il rapporto segnale-rumore, S/N (*signal to noise ratio*), per una data magnitudo è alto.

Tra tutti i discriminanti, il criterio $m_b : M_s$ ha un ruolo prominente tra i metodi sismici nell'identificazione di esplosioni nucleari all'interno della CTBTO.

È quindi importante che tale metodo sia quantitativamente supportato da base fisiche; solo descrivendo le proprietà del discriminante con un modello quantitativo, infatti, si possono predire con una certa confidenza i suoi limiti di validità. È questo lo scopo che ci prefiggiamo in questa prima parte del capitolo; per far ciò ci baseremo principalmente su un lavoro pubblicato da Stevens (1985) e marginalmente su altri.

Tale discriminante è fondato sull'osservazione che, per una data magnitudo delle onde di volume, m_b , le esplosioni possiedono un valore della magnitudo delle onde superficiali di Rayleigh, M_s , molto più piccola di quella dei terremoti (figura 1.1); tale criterio viene generalmente riconosciuto valido per valori di magnitudo $m_b > 4.5$.

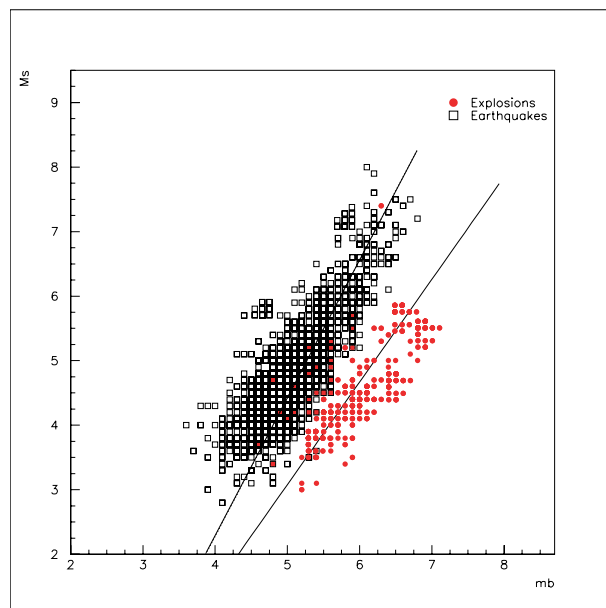


Figura 1.1: Distribuzione delle due popolazioni, terremoti ed esplosioni, con le rispettive rette di regressione (Kaverina and Prozorov, 1995)

Per raffinare le basi teoriche del metodo $m_b : M_S$ non si può prescindere dall'utilizzo di appropriati modelli di sorgenti (Appendice A). Nel caso dei terremoti è chiaramente importante utilizzare un modello di sorgente analiticamente valido e relativamente libero da assunzioni non fisiche. Per far ciò verrà utilizzato lo spettro teorico della sorgente (e la storia temporale) ottenuto da simulazioni numeriche tridimensionali di terremoti (Day, 1979, 1982). Per le sorgenti che verranno di seguito trattate quindi si ipotizzerà:

- un rilascio uniforme dello *stress* (negli eventi naturali);
- una concentrazione isolata dello *stress* (negli eventi naturali);
- una multipla concentrazione dello *stress* (negli eventi naturali).

Nel caso delle esplosioni sono due i modelli di sorgenti che verranno presi in considerazione: il primo rappresentato da una simulazione numerica unidimensionale (simmetria sferica) di Cherry (1975), il secondo invece da un modello empirico di sorgente esplosiva di Mueller e Murphy (1971).

Il confronto e la separazione tra terremoti ed esplosioni verranno fatte in termini di contributi dovuti a differenze tra:

- i meccanismi di sorgente (doppia coppia rispetto terna di coppie isotrope);
- struttura elastica nella regione di sorgente;
- spettro della sorgente.

Successivamente questi fattori verranno analizzati separatamente, effettuando valutazioni di m_b nel dominio del tempo utilizzando sismogrammi sintetici che incorporano, simultaneamente, effetti dovuti alla riflessione sulla superficie libera, alla struttura crostale, al meccanismo di sorgente e alla sua limitatezza.

Per ultimo è utile osservare come, in tale modello, i terremoti e le esplosioni qui considerati riguardino generalmente aree simili così che il percorso e gli effetti di attenuazione si possono considerare gli stessi per ogni sorgente.

1.2 Fattori che influiscono sul discriminante ***$m_b : M_s$***

Le osservabili che sono utilizzate per la discriminazione delle esplosioni e dei terremoti sono le magnitudo delle onde di volume P e delle onde superficiali (Rayleigh). Si consideri la propagazione di energia sismica dalla sorgente ad un punto ricevente e la definizione delle magnitudo dell'onda di volume e dell'onda di superficie, in accordo alle formule classiche richiamate nella sezione 1.5. Separando la sorgente e gli effetti del tragitto e trascurando l'interferenza delle fasi riflesse, le magnitudo delle onde di volume e di superficie possono essere approssimate dalle seguenti espressioni (Appendice C)

$$\begin{cases} m_b^x(f_2) = \log | M_x(f_2) / (\rho_x \alpha_x^3)^{\frac{1}{2}} | + C_b \\ m_b^q(f_2) = \log | M_q(f_2) F_P / (\rho_q \alpha_q^3)^{\frac{1}{2}} | + C_b \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} M_s^x(f_1) = \log | M_x(f_1) \chi_x(f_1) | + C_s \\ M_s^q(f_1) = \log | M_q(f_1) \chi_q(f_1) | + C_s \end{cases} \quad (1.2)$$

dove con x e q indichiamo rispettivamente le esplosioni ed i terremoti. $M_x(f)$ e $M_q(f)$ sono gli spettri delle esplosioni e dei terremoti (che a

parità di momento sismico coincidono nel limite di lungo periodo); f_1 e f_2 sono le frequenze alle quali le ampiezze delle onde di superficie e di volume vengono rispettivamente misurate; ρ_x e α_x sono la densità e la velocità dell'onda P per le esplosioni, mentre ρ_q e α_q sono la densità e la velocità dell'onda P per i terremoti; F_p è il fattore della radiazione dell'onda P il quale dipende dall'orientazione del piano di faglia; χ_x è la funzione di eccitazione dell'onda superficiale dell'esplosione e dipende dalla profondità e dalla frequenza, mentre χ_q è la funzione di eccitazione dell'onda superficiale del terremoto che dipende dalla profondità, dall'orientazione del piano di faglia e dalla frequenza. Le funzioni C_b e C_s dipendono dal percorso, possono dipendere dalla frequenza, ma di certo non dipendono dalla sorgente.

1.3 Effetti di sorgente

Il discriminante $m_b : M_s$ è basato sull'osservazione che la differenza tra la magnitudo delle onde di volume e la magnitudo delle onde di superficie ($m_b - M_s$) è solitamente più grande per le esplosioni che per i terremoti. Utilizzando la (1.1) e la (1.2), la differenza tra ($m_b - M_s$) per un terremoto e ($m_b - M_s$) per un esplosione può essere scritta come

$$\begin{aligned} & (m_b^x - M_s^x) - (m_b^q - M_s^q) = \\ & \log \left[\left| \frac{M_x(f_2)M_q(f_1)}{M_x(f_1)M_q(f_2)} \right| \left(\frac{\rho_q \alpha_q^3}{\rho_x \alpha_x^3} \right)^{\frac{1}{2}} \left| \frac{\chi_q(f_1)}{F_p \chi_x(f_1)} \right| \right] \end{aligned} \quad (1.3)$$

Il primo fattore di questa espressione fornisce l'effetto delle differenze dello spettro della sorgente, che verranno considerate successivamente. Il secondo fattore descrive le proprietà elastiche della regione alla sorgente. Questo può rappresentare il contributo principale al successo di questo discriminante. Infatti, poiché le esplosioni vengono fatte detonare a profondità minori rispetto alla maggior parte dei terremoti, è probabile che si verifichino in materiali a più bassa velocità, quindi il fattore $(\rho_q \alpha_q^3 / \rho_x \alpha_x^3)^{\frac{1}{2}}$ contribuirà a migliorare la discriminazione.

Consideriamo ad esempio una simulazione teorica di un'esplosione in tufo, ($\alpha_x = 2400 \text{ m/s}$, $\rho_x = 1915 \text{ kg/m}^3$), e un terremoto in una roccia cristallina ($\alpha_q = 6000 \text{ m/s}$, $\rho_q = 2700 \text{ kg/m}^3$), la differenza delle proprietà del materiale contribuisce di 0.7 unità di magnitudo nella separazione $m_b : M_S$. La funzione χ_x contiene un fattore β_x^2 / α_x^2 , dove β_x è la velocità di taglio nella regione della sorgente (Appendice C), quindi la discriminazione risulta ulteriormente aumentata per esplosioni in mezzi con un alto rapporto di Poisson. Il terzo fattore nella (1.3) rappresenta la separazione causata dalla differenza nel meccanismo focale tra i terremoti e le esplosioni (doppia coppia rispetto a terna di coppie). Questo fattore è altamente variabile, poiché dipende fortemente dall'orientamento del piano focale. Per evitare le influenze associate alle orientazioni specifiche della sorgente esaminiamo la distribuzione di frequenza del fattore del meccanismo focale nel caso di un insieme di terremoti. In questo studio si è assunto che la distribuzione delle orientazioni della faglia sia uniforme, nel senso che le osservazioni sono effettuate con un angolo di *takeoff* ed un azimuth distribuiti uniformemente sulla sfera focale. I valori di m_b e M_S qui utilizzati, a differenza di quelli utilizzati solitamente in altri studi di discriminazione, sono valori medi per un azimuth fissato; di conseguenza la distribuzione di frequenza sarà calcolata dai valori medi di m_b e M_S piuttosto che dai valori variabili di m_b e M_S registrati individualmente dalle stazioni. La distribuzione della frequenza è stata calcolata ipotizzando la struttura più semplice possibile: un semispazio uniforme con velocità dell'onda P di 6 km/s .

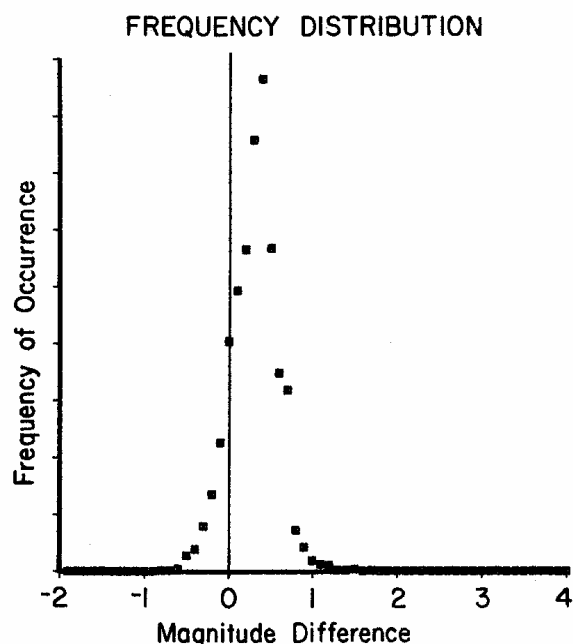


Figura 1.2: Distribuzione di frequenza delle differenze tra le magnitudo dei terremoti e delle esplosioni dovuta ai differenti meccanismi di sorgente (Stevens and Day, 1985)

La figura 1.2 mostra la funzione di distribuzione per coppie di eventi con M_S e m_b mediati sull'azimuth per terremoti uniformemente distribuiti con profondità della sorgente (1-25 km) ed angolo di *takeoff* ($10^\circ - 30^\circ$). I punti molto vicini ai piani nodali (valori più piccoli di 1/5 della ampiezza massima) non sono utilizzati per la media delle magnitudo sull'azimuth. La profondità delle sorgenti delle esplosioni per ciascun caso è 1 km. L'asse orizzontale rappresenta la separazione stimata nel piano $m_b : M_S$ tra un'esplosione ed un terremoto con la stessa m_b (oppure la stessa M_S). L'asse verticale va pensato come il numero di osservazioni di coppie di eventi con una data separazione quando gli effetti dello spettro della sorgente, delle proprietà materiali regionali della sorgente e delle fasi riflesse sono trascurati/e.

La distribuzione di frequenza ha un picco a circa 0.35 unità di magnitudo, dimostrazione che, in media differenze del meccanismo focale, aumentano la separazione tra terremoti ed esplosioni. Per comprendere meglio il contributo del meccanismo focale è stata tracciata una distribuzione di frequenza bidimensionale, separando il contributo dell'onda di volume dal contributo dell'onda di superficie.

Il profilo rappresentato in figura 1.3 mostra la frequenza degli eventi come una funzione della differenza M_S (distribuzione di frequenza data da $\log(\chi_q / \chi_q)$ in funzione della differenza m_b (distribuzione di frequenza data da $\log(F_p)$).

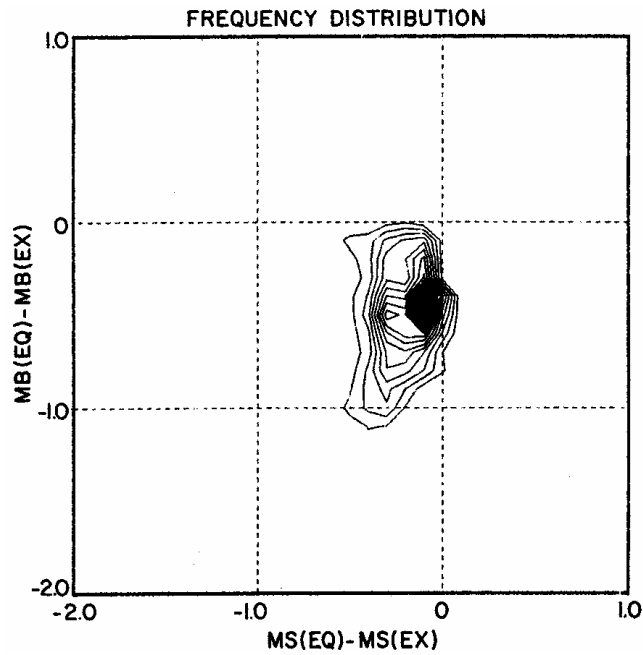


Figura 1.3: Plot della distribuzione del profilo di frequenza nel piano $m_b : M_S$ (Stevens and Day, 1985)

Queste distribuzioni valgono per un dato intervallo di profondità ed angolo di *takeoff* e sono mediate sull'azimuth. Per tutte le coppie di eventi, la magnitudo m_b delle esplosioni è più grande della m_b dei terremoti. Questo risultato deriva semplicemente dal modello di radiazione di doppia coppia. Un risultato più sorprendente è che quasi tutti i terremoti hanno valori di M_S leggermente più piccoli che le esplosioni.

Per le coppie di eventi trattati si trovano le seguenti relazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle M_S^q - M_S^x \rangle = \langle \log_{10}(\chi_q / \chi_x) \rangle \cong 0.1 \\ \langle m_b^q - m_b^x \rangle = \langle \log_{10}(F_p) \rangle \cong -0.45 \end{array} \right. \quad (1.4)$$

Questo risultato è sorprendentemente stabile. Iterando questo calcolo per diversi intervalli di profondità (5-10, 15-20 e 25-50 km) si trova che, sebbene la forma della distribuzione (figura 1.3) vari parecchio, il picco della distribuzione si presenta sempre in uno stretto *range* con

$$\langle \log_{10}(\chi_q / \chi_x F_q) \rangle \cong 0.35 \quad (1.5)$$

con uno *scatter* approssimativamente di ± 0.5 unità di magnitudo.

L'analisi precedente è stata effettuata per un semispazio uniforme e non si sono considerati gli effetti delle variazioni strutturali. Von Seggern and Rivers (1979), tuttavia, trovarono un risultato simile per il modello della Terra di Gutenberg. Essi calcolarono il valore quadratico medio di χ_q / χ_x e trovarono che il valore del logaritmo di $(\chi_q / \chi_x)_{rms}$ varia tra -0.3 e -0.1 al di sopra dei 40 km di profondità.

1.3.1 Calibrazione delle magnitudo spettrali

Partendo dai risultati precedenti, e modificando la (1.1) e la (1.2) si derivano delle espressioni per lo spettro delle magnitudo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle m_b^x(f_2) \rangle = \log |M_x(f_2) / (\rho_x \alpha_x^3)^{\frac{1}{2}}| + C_{bx} \\ \langle m_b^q(f_2) \rangle = \log |M_q(f_2) / (\rho_q \alpha_q^3)^{\frac{1}{2}}| + C_{bq} \\ \langle M_s^x(f_1) \rangle = \log |M_x(f_1)| + C_{sx} \\ \langle M_s^q(f_1) \rangle = \log |M_q(f_1)| + C_{sq} \end{array} \right. \quad (1.6)$$

Per valutare le grandezze spettrali è necessario un punto di calibrazione. Per tale scopo Stevens utilizzò le osservazioni di Murphy (1977), basate su un largo numero di esplosioni del sito *NTS*, tipicamente dell'ordine di 100 kt in tufo con valori di magnitudo m_b e M_s di 5.5 e 4.0. Con questa singola osservazione, infatti, si normalizzano tutti gli spettri di magnitudo diverse. La sorgente di Mueller–Murphy in tufo e riolite con potenza di 100 kt e con una profondità standard della sorgente (566 m) ha un'ampiezza spettrale $1.28 \cdot 10^{16}$ N m a 20 s e $1.5 \cdot 10^{16}$ N m a 1 Hz. Riportiamo di seguito i risultati a cui giunse Stevens (in unità di momento sismico, MKS)

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{bx} = C_b = -3.70 \\ C_{bq} = C_b + \langle \log_{10} F_p \rangle = -4.15 \\ C_{sx} = C_s + \log_{10} \chi_x(f_1) = -12.10 \\ C_{sq} = C_s + \log_{10} \chi_q(f_1) = -12.20 \end{array} \right. \quad (1.7)$$

Ragionando in modo rigoroso, questi valori ovviamente sono validi solo per regioni del mondo simili al sito *NTS*. Infatti, se ad esempio, si considerano regioni con bassa attenuazione delle onde di volume, i termini C_{bx} e C_{bq} saranno molto grandi. Inoltre, sono perfettamente validi solo per valori di 1 *Hz*, per le onde di volume, e 0.05 *Hz* per le onde superficiali; tuttavia, la dipendenza dalla frequenza dovuta al percorso sarà la stessa per i terremoti e per le esplosioni in aree uguali, quindi i discriminanti che dipendono da differenze di magnitudo non subiranno effetti. Lo spettro delle simulazioni numeriche dei terremoti dipende dall'orientazione del terremoto. Per calcolare le magnitudo spettrali verrà utilizzato il valore quadratico medio degli spettri del terremoto.

1.4 Effetto spettrale sulle relazioni $m_b : M_s$

Partendo proprio dalla (1.6), si traccia per tutti i modelli di terremoti ed esplosione considerati, la curva sintetica $m_b : M_s$. Il risultato è mostrato in figura 1.4. Queste curve sintetiche includono gli effetti dello spettro della sorgente, le proprietà di trasmissione nella regione della sorgente ed il meccanismo medio di sorgente ma non includono le correzioni dovute all'interferenza delle fasi di riflessione superficiali. Le linee continue in figura 1.4 indicano i terremoti, le linee punteggiate i modelli di esplosioni alle differenze finite, e le linee tratteggiate sono i modelli di esplosioni di Mueller-Murphy.

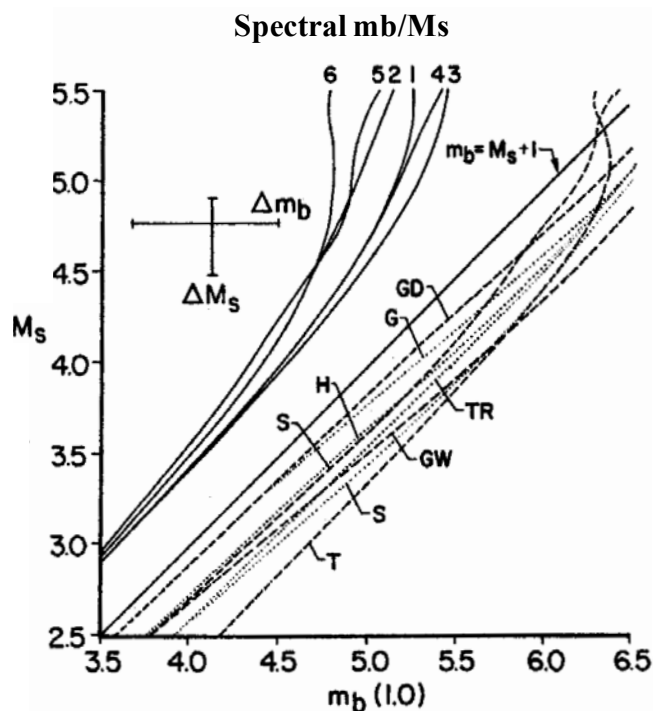


Figura 1.4: Confronto tra m_b - M_s per sorgenti spettrali comprese tra 1 e 20 s. Le linee continue, indicate con numeri, rappresentano i terremoti, le linee tratteggiate rappresentano invece sorgenti esplosive di Mueller-Murphy (in sale S, in granito G, in tufo-riolite TR ed in argilla H) ed infine le linee punteggiate sono sorgenti esplosive modellate numericamente (in sale S, in granito asciutto GD, in granito bagnato GW ed in tufo T), (Stevens and Day, 1985)

Le due popolazioni, quella dei terremoti e quella delle esplosioni, sono separate molto bene per piccoli valori di magnitudo. C'è, tuttavia, una maggiore dispersione nella popolazione dei terremoti, dovuta al fatto che si considera solo il picco della distribuzione di frequenza del meccanismo di sorgente (figura 1.2). Le barre trasversali in figura 1.4 indicano la dispersione nella popolazione dei terremoti (80% del profilo di figura 1.3) introdotto dalla variazione del meccanismo di sorgente. È utile notare che sebbene le due popolazioni medie siano ben separate, alcuni terremoti sono molto vicini alla popolazione delle esplosioni. Per la maggior parte delle sorgenti, per eventi con magnitudo $m_b < 4.5$ le differenze spettrali sono di secondaria importanza.

1.5 Modello di sismogramma sintetico per il discriminante $m_b : M_s$

In questo paragrafo si calcoleranno i sismogrammi sintetici dalle funzioni di sorgente dei terremoti e delle esplosioni dai quali è possibile stimare m_b e M_s nel dominio del tempo. Mentre la maggior parte delle caratteristiche essenziali della sorgente sono contenute nei precedenti confronti spettrali, le stime di m_b e M_s nel dominio del tempo non saranno, in generale, uguali. Le ampiezze nel dominio del tempo sono misurate utilizzando uno strumento con larghezza della banda di frequenza finita, così che le misure di frequenza sono spostate rispetto alla frequenza dominante dello strumento nella direzione dell'incremento dell'ampiezza spettrale.

Il sismogramma sintetico dell'onda di volume include gli effetti del tipo di radiazione della sorgente e dell'interferenza dovuta alle fasi di riflessione e di trasmissione che sono state trascurate o approssimate come piccole. Nei confronti nel dominio del tempo si considera l'informazione di fase che non è stata usata nei confronti spettrali. Per confrontare misure nel dominio del tempo con misure nel dominio di frequenza, si costruisce un sismogramma sintetico per un certo numero di sorgenti di terremoti e di esplosioni. Per costruire i sismogrammi delle onde di volume si utilizza il metodo modificato di Bache e Harkrider (1976). In tabella 1.1 sono indicati in dettaglio i parametri che sono stati utilizzati da Stevens per il terremoto sintetico.

LAYER	DEPTH (km)	α (km/s)	β (km/s)	ρ (g/cm ³)	Q
1	0,6	3,7	2,2	2,1	20
2	2,6	4,5	2,5	2,2	50
3	4,1	5,6	3,2	2,6	250
4	6,2	6,0	3,46	2,7	400
5	13,2	6,3	3,6	2,8	1000
6	20,0	6,4	3,7	2,9	1000
7	∞	6,6	3,8	3,0	1000

Tabella 1.1: Struttura della regione di sorgente esplosiva per sismogrammi sintetici (Stevens and Day, 1985)

Il terremoto ha una profondità di 5 km (riferito all'elenco di tabella 1, simile alla struttura S1 degli Stati Uniti orientali studiate da Bache (1980)). Il ricevitore è posizionato su una struttura con velocità superficiale di 4

km/s ad una distanza di 38° ($4200\ km$). Per l'attenuazione è stata utilizzata una t^* di $0.8s$ (Q indicata in tabella 1.1 si utilizza solo per il calcolo dell'onda di superficie). La faglia ha un meccanismo *dip – slip* di 45° ($strike = 0^\circ$, $dip = 45^\circ$, $rake = 90^\circ$) ed osservata ad un angolo di azimuth di 90° . In qualche caso teorico è stato considerato un azimuth di 270° . Sono state utilizzate le funzioni di risposta di strumenti a corto periodo della rete standard WWSSN. La massima risposta di questi strumenti si ha con un periodo di $0.62\ s$. Poiché si è interessati alle differenze della sorgente e nella regione della sorgente, si introduce un fattore di diffusione geometrico ($1/R$) invece di una funzione di trasferimento del mantello (valida a grandi distanze). Il valore numerico del fattore di diffusione geometrico è stato determinato utilizzando le *travel time* di Herrin (1968) (Appendice C), e corrisponde a $7.8 * 10^{-8}\ m^{-1}$. La velocità di fase per questa distanza ottenuta da una simile *travel time* è $13.2\ km/s$, così che l'angolo di *takeoff* del raggio iniziale del terremoto è di 27° .

Per quel che riguarda i sismogrammi sintetici delle esplosioni sono state considerate sorgenti esplosive di Mueller-Murphy in quattro differenti materiali. I sismogrammi sintetici sono stati realizzati nello stesso modo dei sismogrammi del terremoto ottenuti dal metodo di Bache e Harkrider eccetto che per le costanti del materiale nella regione di sorgente (per queste sono state fatte delle modifiche). Nei primi due strati, fino ad una profondità di $2.6\ km$, le proprietà del materiale sono identiche a quelle del materiale delle sorgenti esplosive (indicate in tabella A.1 dell'appendice A). Per la profondità delle sorgenti esplosive è stato usato il valore convenzionale proposto da Mueller-Murphy di $h = 122W^{\frac{1}{3}}$ (dove h è espresso in metri e W in *kilotoni*; Appendice B).

Le stime di magnitudo sono state fatte per assomigliare, il più possibile, a misure di magnitudo di sismogrammi reali. Per la maggior parte dei casi, come ampiezza è stata utilizzata l'ampiezza picco picco tra il primo ed il secondo estremo. Il periodo usato è il doppio dell'intervallo di tempo tra questi punti. Un'eccezione a questo metodo di misura è stata fatta per alcuni grandi terremoti, per tali casi si è utilizzata l'ampiezza del primo ciclo in quanto la durata dell'impulso è abbastanza lunga.

Per le distanze usate per i casi sintetici (38°) la magnitudo dell'onda di volume è definita come

$$m_b = \log_{10} (A/GT) + 3.2$$

dove G è il guadagno dello strumento, T il periodo e A è l'ampiezza picco picco del sismogramma in *nanometri*.

Le onde superficiali sono state calcolate utilizzando la stessa procedura usata per le onde di volume ad alta velocità, basso valore Q nel mantello a profondità di 30 km ($\alpha = 8000$, $\beta = 4500$, $\rho = 3400$, $Q = 200$). Per generare onde superficiali sintetiche si utilizza uno spettro costante includendo la risposta di uno strumento di lungo periodo. Il valore di M_s deriva dalla formula standard

$$M_s = \log(A/GT) + 1.66 \log \Delta$$

dove A rappresenta l'ampiezza picco picco (in *nanometri*) del treno d'onda dei primi 20 s . Le ampiezze dell'onda superficiale della faglia con *dip-slip* di 45° sono altamente variabili nei primi 20 km della struttura, ma ad una profondità di 5 km , M_s , è abbastanza vicina alla stima spettrale media calcolata, $M_s = \log M_0 - 12.2$, dove M_0 è il momento del terremoto (equazione (1.7)). Nel caso di esplosioni M_s varia tra $\log M_0 - 12.1$ per sorgenti in tufo/riolite e $\log M_0 - 12.2$ per sorgenti in granito. Responsabili di queste variazioni sono differenze nelle funzioni di eccitazione.

I risultati di $m_b : M_s$ nel dominio del tempo sono mostrati in figura 1.5.

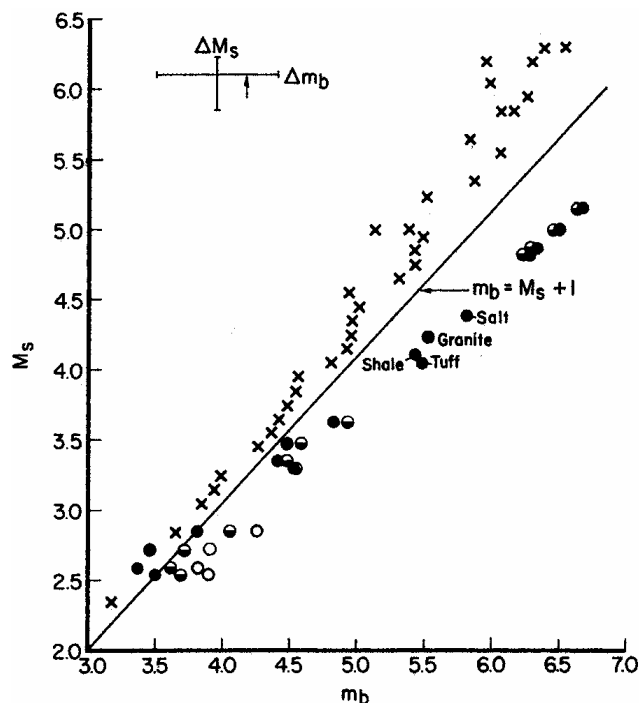


Figura 1.5: Misure nel dominio del tempo di m_b e M_s per sismogrammi sintetici di sei sorgenti esplosive (indicate con una croce). I punti invece indicano le esplosioni, (i punti mezzi pieni indicano esplosioni con pP ridotto del 50%, mentre punti vuoti con pP soppressa), (Stevens and Day, 1985)

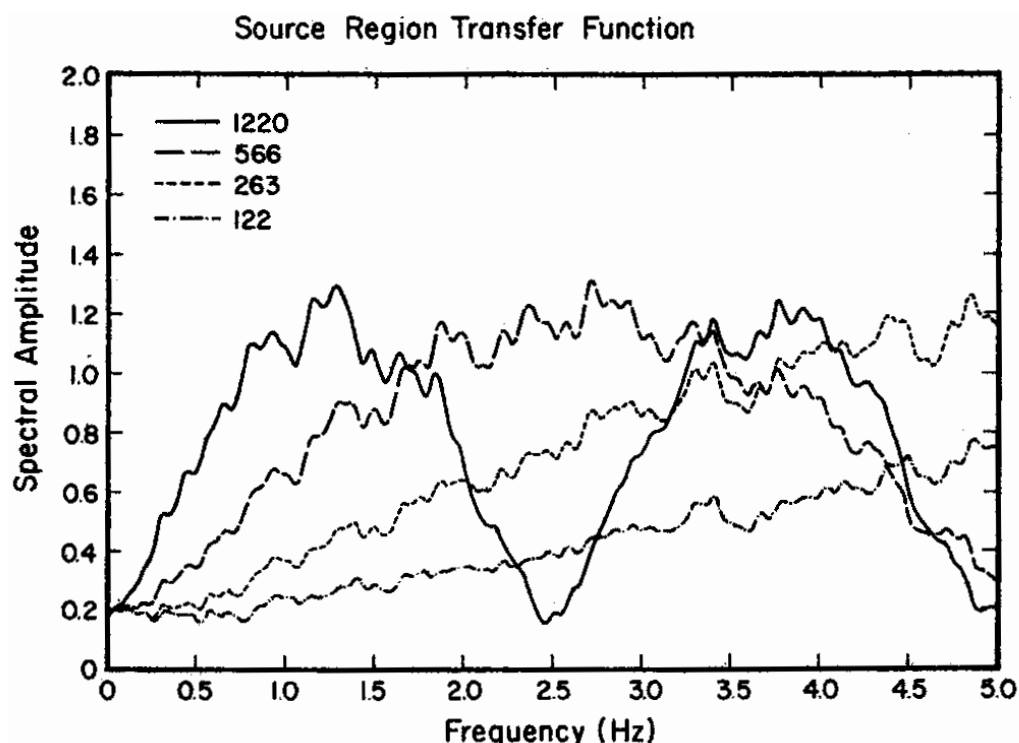


Figura 1.6: Funzione di trasferimento nella regione della sorgente nel caso di struttura granitica degli U.S orientali per profondità di 122, 263, 566 e 1220 m corrispondenti a profondità di esplosioni di potenza 1, 10, 100 e 1000 kt, (Stevens and Day, 1985)

Confrontando la figura 1.5 con la figura 1.4 ottenuta per $m_b : M_S$ nel dominio della frequenza, si nota come la separazione tra le due popolazioni, terremoti ed esplosioni, è molto chiara. La più importante differenza tra la magnitudo nel dominio del tempo e la magnitudo spettrale è la convergenza (nel primo caso) per eventi piccoli della popolazioni dei terremoti e delle esplosioni. Questo è parzialmente dovuto alla riduzione tra le differenze spettrali per piccoli eventi, ma anche all'interferenza distruttiva dell'onda pP con P . In figura 1.6 è mostrata la dipendenza in frequenza della funzione di trasferimento per le esplosioni in granito, calcolate per quattro profondità utilizzate nei sismogrammi sintetici. La funzione di trasferimento è definita come lo spettro dell'onda P che lascia il fondo della pila di strati nella regione di sorgente con velocità di 6.6 km/s nel semispazio, diviso per quello dell'onda P partente dalla sorgente, calcolata come se fosse in un spazio infinito. La funzione di trasferimento consiste di un fattore indipendente dalla frequenza dovuto al cambiamento delle proprietà del materiale e di un fattore dipendente dalla frequenza dovuto all'interferenza delle onde riflesse e trasmesse. L'interferenza delle onde p e pP risulta essere simile ad una dipendenza sinusoidale dalla frequenza della funzione di trasferimento, con il suo semiperiodo

approssimativamente uguale al tempo di ritardo $P - pP$. Il valore della funzione di trasferimento ad 1 Hz varia tra 0.2 nel caso di un'esplosione di un 1 kt ad una profondità di 122 m fino ad 1.2 per un'esplosione di 1 Mt a 1220 m , così la sola funzione di trasferimento è responsabile di differenze di magnitudo di circa 0.75 tra i due eventi. Dato che tutte le esplosioni non vengono effettuate ad una profondità standard, l'apporto dell'interferenza delle pP non è lo stesso da evento a evento. Inoltre, l'onda pP è stata qui costruita utilizzando una regione di sorgente lineare ed elastica, e quindi sarà quasi certamente modificata da contributi non lineari nella regione stessa. L'effetto della non linearità delle pP può essere approssimato dalla parziale soppressione di pP nel calcolo dei sismogrammi sintetici delle esplosioni (figura 1.5). Benché la discriminazione per gli eventi di piccola magnitudo sia migliorata, la separazione fra le popolazioni dei terremoti e delle esplosioni è ancora piccola per i piccoli eventi.

1.6 Commenti

La trattazione fatta va comunque vista come un "caso ideale", in cui si sono trascurati il rumore, le differenze regionali, la copertura limitata delle stazioni e il rilascio dello *strain* tettonico che ovviamente aggiungono complicazioni che possono essere altamente variabili da regione a regione e da evento a evento. Tutti questi fattori incrementano la dispersione nei risultati. Inoltre, i sei modelli di terremoti utilizzati in questo studio non completano tutti i possibili casi reali. Questi modelli sono basati su delle assunzioni fisiche plausibili, comportando una storia delle rotture e un rilascio medio dello *stress* consistenti con quanto conosciuto da osservazioni dei terremoti naturali. Inoltre, in quanto sono modelli dinamici, essi sono liberi da assunzioni ad hoc riguardo la funzione temporale della sorgente.

Si fa però notare come l'ampiezza misurata, a differenza della magnitudo M_s , sia una "caratteristica pura" dell'onda e può quindi essere vista come una fotografia del segnale di arrivo, alla stazione di rilevazione. Inoltre l'ampiezza è direttamente legata all'energia trasportata dalle onde, risultando $E \propto |A|^2$.

Quindi nel capitolo 2 dedicato alla discriminazione regionale si ragionerà proprio in termini dell'ampiezza misurata; una volta acquisito un valido criterio di discriminazione, verrà scelta una corretta metodologia per la determinazione dell'utilità di metodi di verifica sismologici.

CAPITOLO 2

METODO DI DISCRIMINAZIONE REGIONALE

Le metodologie di rilevazione delle onde superficiali a distanze regionali sono attualmente oggetto di ricerca e sviluppo per la comunità di verifica internazionale.

Quest'ultima pone infatti molta importanza nella ricerca di nuove metodologie di discriminazione ed in particolar modo nelle osservazioni regionali, che rappresentano la chiave per un miglior monitoraggio per bassi valori di magnitudo. L'interesse attuale è quello di estendere l'applicabilità del discriminante $m_b : M_s$ proprio a dati regionali.

Per anni, i sismologi si sono incentrati su tecniche di dati telesismici perché erano i soli dati disponibili per molte aree remote del mondo.

Come accennato nel capitolo 1, il principale metodo di identificazione telesismico utilizzato dalla CTBTO si basa sulla differenza tra la magnitudo M_s , calcolata dall'ampiezza dell'onda di superficie di Rayleigh con il periodo di 20 s, e la magnitudo m_b calcolata mediante l'ampiezza dell'onde di volume, con periodo di 1 s. L'applicabilità di questo metodo, tuttavia, diminuisce con la ricerca delle magnitudo M_s delle onde di superficie per soglie di magnitudo m_b sempre più basse (effetto dovuto al cammino di radiazione delle onde di superficie con effetti di profondità della sorgente).

L'obiettivo è quello di estendere il criterio di discriminazione $m_b : M_s$ per le piccole magnitudo utilizzando misurazioni regionali. Assumendo che il problema della misurazione per le magnitudo M_s regionali possa essere risolto, vi sono ancora dubbi sull'efficienza del criterio $m_b : M_s$ per piccole magnitudo. Tutto questo si riassume quindi nel fatto che le procedure per l'individuazione delle onde di superficie a distanze regionali ai fini della discriminazione, sono attualmente un punto di ricerca e sviluppo nella comunità scientifica.

Parte di questo lavoro di dottorato si inserisce quindi in questo contesto.

Scopo di tale lavoro è stato quello di sviluppare una metodologia innovativa per la discriminazione fra eventi sismici naturali ed esplosioni

nucleari basata sia su una rigorosa modellazione fisica delle sorgenti sismiche, sia su un'accurata analisi sperimentale dei dati rilevati dal sistema di monitoraggio IMS.

La metodologia prescelta per l'individuazione della natura delle sorgenti sismiche si basa sulla recente letteratura sull'argomento. Essa tende a valorizzare l'informazione contenuta nelle registrazioni sismiche a larga banda, per quanto riguarda soprattutto il contenuto in onde sismiche superficiali rilevabili a distanze relativamente brevi (entro alcune migliaia di *km*) dalle sorgenti, e per questo particolarmente adatte all'analisi degli eventi di piccole dimensioni, come quelli costituiti dall'esplosione di cariche nucleari al disotto di 1 *kt* di potenza.

Nel contesto del Trattato CTBT, per eventi di piccola magnitudo sono importanti stazioni vicine; in tal caso è più probabile che l'evento appaia a periodi più corti (miglioria a livello locale).

L'idea innovativa di questa tesi è essenzialmente quella di utilizzare onde superficiali a periodi più bassi, per esempio tra i 6 ed i 12 secondi, di cui i sismogrammi a distanze regionali sono particolarmente ricchi. Tale idea è giustificata da considerazioni teoriche di carattere fisiche e realizzata attraverso una calibrazione su una serie di osservazioni di eventi nucleari.

2.1 Scelta del database

Il primo passo è stato chiaramente la scelta del database necessario per lo sviluppo del metodo di discriminazione.

Non nascondiamo il fatto che le difficoltà incontrate sono state molte; legate ovviamente, oltre al reperire forme d'onda di eventi esplosivi registrati da stazioni con distanza al di sotto dei 1000 *km*, anche al rendere compatibili quei dati con gli attuali *software* di elaborazione. Tra queste difficoltà c'è, inoltre, quella di risalire ai parametri caratteristici di ogni stazione al momento della registrazione (parametri fondamentali ai fini dell'elaborazione dei segnali, e che purtroppo per ovvie cause politiche non sono mai stati resi del tutto disponibili).

La ricerca è stata effettuata presso la banca dati dell'IDC della Commissione Preparatoria della CTBTO, i cui dati sono disponibili a tutti i Centri Dati Nazionali degli Stati firmatari del Trattato, tra i quali l'Italia. Questa ricerca ha portato all'individuazione di diverse registrazioni, per le quali però non si è riusciti ad individuare i parametri di stazione; si è deciso allora di procedere in altro modo.

L'elaborazione dei dati è stata effettuata tramite il pacchetto *software* "Geotool" messo a disposizione dallo stesso IDC a tutti i Centri Dati Nazionali. Tale pacchetto consente la manipolazione delle forme d'onda digitali, il loro filtraggio in frequenza, la determinazione dell'ampiezza e del relativo periodo delle onde, e tutta una serie di analisi sismologiche tra le quali la localizzazione dell'evento.

Per la nuova procedura si prevedeva inizialmente di utilizzare i dati provenienti dall'evento esplosivo condotto dalla Repubblica Popolare della Corea del 09-10-2006. Si è poi presentata la grande occasione rappresentata dal recentissimo esperimento, sempre coreano, del 25-05-2009.

Per quest'ultimo evento, infatti, la rete IMS ha fornito registrazioni di stazioni regionali migliori rispetto al precedente (fatto questo, oltre che alla maggiore potenza dell'esplosione dovuto anche alla maggiore sensibilizzazione che in questi ultimi anni c'è stata su questo tema).

Quindi, la parte di questo lavoro riguardante il metodo di estensione regionale è stata parzialmente rivoluzionata proprio in funzione di quest'ultimo accadimento.

L'idea perseguita è stata quella di formulare il calcolo teorico dell'ampiezza dell'onda superficiale per un evento esplosivo, calibrare tale dato sulle registrazioni dell'esperimento nucleare coreano del 2009, utilizzare poi questo risultato come discriminante per dati indipendenti da quelli utilizzati per la sua costruzione e distribuiti sull'intero globo.

Per i motivi accennati precedentemente, ad oggi ancora non si sono ottenuti i parametri necessari per la formulazione del calcolo teorico dell'ampiezza del segnale esplosivo nel caso degli altri poligoni militari conosciuti, (principalmente Lopnor (China) e Kazakistan (ex URSS), e meno per il sito americano del Nevada, NTS). Indagini fatte sulla geologia dei siti hanno però dimostrato come le aree elencate abbiano caratteristiche mediamente simili, (aree desertiche, con presenza di tufo e granito). Questo porta a pensare che il tentativo di utilizzare la retta teorica formulata per la R.P.D. della Corea possa ritenersi giustificato, almeno come primo approccio.

2.2 Costruzione teorica dell'ampiezza per le onde di Rayleigh come modello utilizzato nel metodo regionale

In questo paragrafo ci si propone di ricavare un modello per il calcolo dell'ampiezza teorica per una sorgente di tipo esplosivo, partendo dagli spostamenti prodotti da un'onda di Rayleigh; all'equazione (2.1) si applicano le condizioni previste dai modelli di sorgente per un evento di tipo esplosivo. In particolar modo verrà supposto che la sorgente possa essere descritta da un tensore Momento Sismico costituito dalla sola componente Isotropica .

Rispettando la teoria delle onde superficiali ed introducendo la funzione di Green G , si ricava lo spostamento prodotto da un'onda di Rayleigh per un arbitrario momento sismico M_{pq} .

Partendo dall'equazione

$$u_n(\mathbf{x}, t) = M_{pq} \cdot \mathbf{G}_{np,q} \quad (2.1)$$

che descrive lo spostamento nel caso di sorgente puntiforme, si riscrive la trasformata in frequenza dello spostamento u_i come:

$$u_i(\mathbf{x}, \omega) = M_{pq} \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{ip}(\mathbf{x}; \xi; \omega) \quad (2.2)$$

con ω frequenza angolare dell'onda.

Esplicitando la funzione di Green, (Aki, Richards, eq. n° 7.147), unicamente per l'onda di Rayleigh, si ottiene la componente verticale dello spostamento

$$u_z^R = \sum_n \frac{r_2(z)}{8CUI_1} \sqrt{\frac{2}{\pi k_n r}} \exp \left[i \left(k_n r + \frac{\pi}{4} \right) \right] \cdot \chi(\omega) \quad (2.3)$$

dove C ed U sono le velocità di fase e di gruppo, n è un numero reale positivo ($n=0,1,2,\dots$), k_n sono i numeri d'onda, $I_1 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \rho(r_1^2 + r_2^2) dz$ è l'energia integrale per l'onda di Rayleigh, r è la distanza tra la sorgente ed il rilevatore e χ il prodotto della derivata della funzione di Green fatta rispetto ad ξ_q per le componenti del tensore Momento Sismico e con la frequenza angolare dell'onda. Pertanto χ sarà dato da:

$$\begin{aligned} \chi = & k_n r_1(h) \left[M_{xx} \cos^2 \Phi + (M_{xy} + M_{yx}) \sin \Phi \cos \Phi + M_{yy} \sin^2 \Phi \right] + \\ & + i \frac{dr_1}{dz} \Big|_h \left[M_{xz} \cos \Phi + M_{yz} \sin \Phi \right] - \\ & - i k_n r_2(h) \left[M_{zx} \cos \Phi + M_{zy} \sin \Phi \right] + \frac{dr_2}{dz} \Big|_h M_{zz} \end{aligned} \quad (2.4)$$

dove h è la profondità della sorgente, x,y,z sono le coordinate orizzontali e verticali del tensore, Φ è l'azimut e dove si è posto:

$\partial r / \partial \xi_{q_i} = -\cos \Phi$, $\partial r / \partial \xi_{q_j} = -\sin \Phi$ in cui q_i e q_j sono gli assi coordinati del piano orizzontale. Le variabili r_1 e r_2 sono le ampiezze dell'oscillazione delle particelle dovute alla propagazione dell'onda di Rayleigh, che risultano essere le autofunzioni dello spostamento radiale verticale dell'onda di Rayleigh (Appendice D).

Così scritta la relazione (2.3) descrive lo spostamento dovuto all'azione di un'onda di Rayleigh proveniente da una sorgente puntiforme di Momento Sismico M_0 arbitrario.

2.2.1 Le sorgenti esplosive

Per trovare l'ampiezza picco-picco dallo spostamento $u_z^R(\mathbf{x}, \omega)$, per un evento esplosivo non si può prescindere dalla rappresentazione della sorgente attraverso il Tensore Momento Sismico.

Si ipotizzi che la matrice del Tensore Momento sia composta dalla sola componente isotropica:

$$M = \begin{pmatrix} M_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & M_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & M_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

dove $M_{xx} = M_{yy} = M_{zz} = M_0^x(t)$ è una funzione a gradino di ampiezza M_0^x e la sua trasformata in frequenza sarà:

$$M_0^x(\omega) = \frac{-M_0^x}{i\omega}$$

Trascurando i termini della sommatoria con $n > 0$ ed il fattore di fase $(\exp[i(kr + \frac{\pi}{4})])$, si ottiene la componente verticale dello spostamento prodotto da un'onda di Rayleigh per una sorgente puntiforme di tipo impulsivo:

$$|u_z^{XR}(\mathbf{x}, \omega)| = \frac{r_2(z)}{8CUI_1} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \left(\frac{-M_0^x}{i\omega} \right) \cdot \left\{ kr_1(h) + \frac{dr_2}{dz} \Big|_h \right\} \quad (2.6)$$

in cui M_0^x rappresenta il Momento Sismico dell'esplosione.

$U = C$	$I_1 = 0.6205 \rho/k$
$C = 0.92\beta$	$\alpha = 5.5 \text{ km/s}$
$\beta = 0.5308\alpha$	$\beta = 3.2 \text{ km/s}$
$r_1(0) = 0.4227$	$\rho = 2.7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
$r_2(0) = -0.6204$	$U \approx 3 \text{ km/s}$
$dr_2/dz = -0.141k$	

Tabella 2.1: Costanti di applicazione del Metodo dell'Ampiezza. I valori sono stati indicati sulla base dei risultati espressi da Taylor e Patton (2006)

Supponendo ora che il mezzo sia un solido di Poisson ($\lambda=\mu$) e sostituendo i dati in tabella 2.1, si ottiene:

$$\begin{aligned}
 |u_z^{XR}(\mathbf{x}, \omega)| &= \frac{0.6204k^2 \sqrt{2} (0.4427 - 0.141)}{8(0.5308)^2 \alpha^2 0.6205 \rho \omega \sqrt{\pi k r}} M_0^X = \\
 &= \frac{0.099k^2}{\rho \omega \alpha^2 \sqrt{k r}} M_0^X \approx \frac{1}{4} \frac{M_0^X}{\rho \alpha^{7/2} \sqrt{T_p r}}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

dove T_p è il periodo dell'onda misurato in secondi.

La funzione esprime lo spostamento dovuto all'azione di un'onda di Rayleigh a distanza r da una sorgente, posizionata nel primo strato superficiale terrestre (entro 19 km) (Modello di Terra di Gutenberg; Aki, Richards, box 7.7).

Una volta ottenuta la trasformata in frequenza dello spostamento, si procede nel calcolo dell'ampiezza teorica che ci si aspetta di rilevare sul sismografo. Per far ciò verrà utilizzato il Teorema di Parseval. Questo afferma che se $f(t)$ è una funzione reale, periodica di periodo T e continua a tratti, allora può essere espressa come la somma delle ampiezze delle armoniche al quadrato, tale che:

$$\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n|^2$$

dove gli a_n sono i coefficienti di Fourier di $f(t)$. Si noti che $f(t)$ è continua a tratti, quindi l'integrale al primo membro esiste ed è finito. Pertanto, la formula di Parseval implica che la serie numerica è convergente e la sua somma coincide con l'integrale.

Nel caso di un segnale non periodico, l'energia è proporzionale a $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$ e può essere espressa come:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) \cdot x(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right) dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \right) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (2.8)$$

sapendo che il valor quadratico medio di una grandezza $x(t)$ è dato da:

$$\langle x^2(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt = a_{ms} \quad (2.9)$$

dove a_{ms} indica l'ampiezza quadratica media.

Ponendo $|u_z^{XR}(x, \omega)| = |X(\omega)| = X$, con X indipendente da ω , si ha:

$$\begin{aligned} T \cdot a_{ms} &= \int_0^T |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_l}^{\omega_h} |X(\omega)|^2 d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_l}^{\omega_h} |X|^2 d\omega = X^2 \frac{(\omega_h - \omega_l)}{2\pi} = X^2 (f_h - f_l) \end{aligned} \quad (2.10)$$

L'ampiezza quadratica media del segnale è data da:

$$\sqrt{a_{ms}} = A_{rms} = X \sqrt{\frac{(f_h - f_l)}{T}} \quad (2.11)$$

dove $\Delta(f_h - f_l)$ è l'intervallo di frequenza di integrazione (la larghezza del filtro) e $T = T_w$ è l'intervallo di tempo su cui si considera il segnale (cioè la durata in secondi dell'osservazione).

L'ampiezza cercata nel caso di una sorgente esplosiva sarà:

$$A_{rms}^X = \frac{1}{4} \frac{M_0^X}{\rho \alpha^{7/2} \sqrt{T_p r}} \cdot \sqrt{\frac{(f_h - f_l)}{T_w}} \quad (2.12)$$

Per poter confrontare le ampiezze con quelle misurate, e calcolare le eventuali magnitudo si deve passare all'ampiezza picco-picco. Calcolando l'ampiezza massima corrispettiva nell'intervallo di misura T_w .

Supponendo che il segnale cercato sia stato filtrato da un filtro passa basso ideale con frequenza di taglio ω_c , la funzione di trasferimento espressa in frequenza, sarà:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{per } \omega \leq \omega_c \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.13)$$

la cui funzione temporale corrispondente è il seno cardinale:

$$h(t) = \frac{\sin \omega_c t}{\pi t} \quad (2.14)$$

Utilizzando ancora il teorema di Parseval (2.8), ponendo $X(\omega) = H(\omega)$, si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|^2 dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^0 |H(\omega)|^2 d\omega + \int_0^{\omega_c} |H(\omega)|^2 d\omega + \int_{\omega_c}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \right] = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_c} |H(\omega)|^2 d\omega = \frac{\omega_c}{\pi} \end{aligned} \quad (2.15)$$

dove f_c è la frequenza di taglio.

Applicando la regola di De L'Hopital, si può calcolare il massimo di $h(t)$:

$$\max[h(t)] = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \omega_c t}{\pi t} = 2f_c \quad (2.16)$$

Infine per le proprietà del seno cardinale l'altezza picco-picco è data da:

$$h_{pp} = 1.2 \cdot \max[h(t)] \quad (2.17)$$

pertanto si conclude che : $h_{pp} = 2.4f_c$.

Per esprimere l'ampiezza picco-picco in funzione dell'ampiezza media si dovrà però calcolare l'altezza media del segnale. Questa sarà data da:

$$h_{ms} = \frac{1}{T_w} \int_{-\infty}^{+\infty} h^2(t) dt - \left[\frac{1}{T_w} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) dt \right]^2 \quad (2.18)$$

Da cui:

$$h_{ms} = \frac{2f_c N - 1}{N^2} \quad (2.19)$$

dove T_w è l'intervallo di tempo su cui considero il segnale, $N = a \cdot T_w$ è il numero dei punti di campionamento presi in esame nel sismogramma.

Il rapporto tra le ampiezze sarà quindi:

$$\frac{A_{pp}}{A_{rms}} = \frac{h_{pp}}{h_{rms}} = \frac{h_{pp}}{\sqrt{h_{rms}}} = \frac{2.4f_c N}{\sqrt{2f_c N - 1}} \quad (2.20)$$

Tale valore è stato preso pari a 12, in base ai risultati riportati nell'articolo di Taylor e Patton (2006).

Tenendo conto dei ragionamenti fatti si giunge alla conclusione che l'ampiezza A_{pp}^x cercata sarà:

$$A_{pp}^x = \frac{A_{pp}}{A_{rms}} \cdot A_{rms}^x = 12 \cdot \frac{1}{4} \frac{M_0^x}{\rho \alpha^{3/2} \sqrt{Tr}} \cdot \sqrt{\frac{(f_h - f_l)}{T_w}} =$$

$$3 \cdot \frac{M_0^x}{\rho \alpha^{3/2} \sqrt{T_p r}} \cdot \sqrt{\frac{(f_h - f_l)}{T_w}} \quad (2.21)$$

2.2.2 Le correzioni di scala

L'equazione (2.21) così scritta potrebbe già essere presa in considerazione. Questa, però, non tiene conto dei fattori di rilascio tettonico A_T e dell'attenuazione dell'onda K_Q .

Un'esplosione nucleare sotterranea può generare rilascio naturale di sforzo vicino al punto di detonazione. Tale fenomeno è conosciuto come rilascio tettonico e la prova della sua esistenza è data dall'arrivo delle onde di Love alla stazione di rilevazione. Le onde di Love non sono generate direttamente dalla sorgente isotropica di un'esplosione, ma possono invece essere generate in seguito dagli effetti prodotti dalla sorgente (Sykes e Wiggins, 1986). Le onde di Rayleigh invece sono generate sia dall'esplosione stessa che dal rilascio tettonico, quindi attraverso un confronto tra la magnitudo M_S^R prodotta dalle onde di Rayleigh e la M_S^L prodotta dalle onde di Love è possibile stimare il coefficiente di rilascio tettonico intorno alla sorgente. Il contributo di tale fattore al rilascio energetico dell'onda e quindi alla sua ampiezza è generalmente dipendente dalla potenza di detonazione dell'esplosione. Nell'intento di distinguere un'esplosione da un evento naturale si sceglie tale valore sufficientemente piccolo, considerando così, implicitamente, il minimo valore del rilascio energetico. In accordo con il lavoro di Taylor e Patton (2006), si pone il fattore di rilascio tettonico $\log A_T = 0.2$, che andrà a sommarsi all'ampiezza dall'onda calcolata.

Il coefficiente di attenuazione dell'onda può essere ottenuto dalla variazione di energia. Sapendo che ΔE è proporzionale alla variazione dell'ampiezza ΔA , segue che:

$$\frac{dE}{E} = 2 \frac{dA}{A} \Rightarrow \frac{\Delta E}{E} \approx 2 \frac{\Delta A}{A} \approx \frac{2\pi}{Q} \Rightarrow \frac{1}{Q} \approx \frac{\Delta A}{\pi A} \quad (2.22)$$

dove Q è il fattore di qualità del mezzo.
 Considerando che:

$$\Delta A = \frac{dA}{dx} \lambda$$

Si ha:

$$\frac{dA}{dx} \lambda = \frac{\pi A}{Q} \Rightarrow \frac{dA}{A} = \lambda \pi \frac{dx}{Q}$$

Integrando:

$$\log A \Big|_{A_0}^A = \frac{\lambda \pi x}{Q} \quad \text{da cui} \quad \log_e A - \log_e A_0 = \frac{\lambda \pi x}{Q}$$

dove λ è la lunghezza d'onda, x è il percorso effettuato dall'onda ed A sono le ampiezze finale ed iniziale.

Calcolando l'ampiezza si ottiene:

$$A(x, Q, \omega) = A_0 \exp\left[-\frac{\omega x}{2\nu Q}\right] = A_0 \exp\left[-\frac{\pi f x}{\nu Q}\right] \quad (2.23)$$

dove si è considerato che $\lambda = \nu t$ dove $\nu = U$ velocità di gruppo e che $\omega = 2\pi f$ con f frequenza dell'onda. Il fattore di attenuazione K_Q è dato dal rapporto tra l'ampiezza finale e quella iniziale:

$$K_Q = \frac{A}{A_0} = \exp\left[-\frac{\pi f x}{U Q}\right] \quad (2.24)$$

Nel caso specifico di questo lavoro, avendo lavorato direttamente con l'ampiezza del segnale, il valore di Q non è stato direttamente misurato, in quanto intrinseco in tale misura.

Un'ultima considerazione da fare sul calcolo dell'ampiezza picco-picco riguarda l'applicazione a grandi distanze. L'ampiezza fino ad ora descritta,

infatti, è stata calcolata per eventi con distanze regionali dalla sorgente; ciò comporta un errore sistematico dei risultati nell'analisi di eventi telesismici o comunque con distanze maggiori di 1000 km dal punto di nucleazione. Per completezza, si può introdurre un termine di compensazione per gli effetti dovuti alla distanza, basato su un modello di terra sferica. Semplicemente poniamo la distanza epicentrale r pari a :

$$r = r_0 \sin \Delta \quad (2.25)$$

dove Δ è l'angolo al centro della Terra tra la stazione di rilevazione e l'epicentro della sorgente ed $r_0 = 6372 \text{ km}$ è il raggio terrestre. Tenendo conto delle correzioni viste, l'ampiezza picco-picco teorica diverrà:

$$A_{pp}^X = 3 \cdot \frac{M_0^X}{\rho \alpha^{7/2} \sqrt{T_p r_0 \sin \Delta}} \cdot \sqrt{\frac{(f_h - f_l)}{T_w}} \cdot A_T \cdot K_Q \quad (2.26)$$

2.3 Determinazione sperimentale dei parametri

Il primo passo è stato chiaramente quello di reperire le forme d'onda delle stazioni "a distanze regionali" che non solo hanno registrato l'evento esplosivo del 25-05-2009, ma anche permesso una localizzazione di tale evento.

Anche in questo caso la ricerca è stata effettuata nel *database* dell'IDC delle Commissione Preparatoria della CTBTO.

Tale ricerca ha portato alla individuazione di 5 stazioni, 4 entro i 2000 km di distanza dall'epicentro ed una quinta (MKAR), ad una distanza di circa 3700 km.

Per ognuna di queste stazioni, sono state determinati sperimentalmente i parametri necessari per il calcolo delle magnitudo m_b e delle ampiezze delle onde superficiali.

Il tutto è stato riportato nelle tabelle 2.2 e 2.3.

STAZIONE	DISTANZA (°)	AMPIEZZA (nm)	PERIODO (sec)	m_b	MOMENTO SISMICO (Nm)
USRK (Russia)	3.61	94.6	0.33	5.1	$9.95 \cdot 10^{14}$
KSRS (R.della Corea)	3.97	137.08	0.45	5.2	$1.3 \cdot 10^{15}$
JNU (Giappone)	8.3	10.83	0.28	4.9	$5.8 \cdot 10^{14}$
SONM (Mongolia)	17.37	4.10	0.72	4.3	$1.13 \cdot 10^{14}$
MKAR (Kazakhstan)	33.65	2.38	0.57	4.3	$1.13 \cdot 10^{14}$

Tabella 2.2: Parametri sperimentali determinati per il calcolo della magnitudo m_b

STAZIONE	PERIODO T_p (sec)	T_w (sec)	Δf (Hz)	K_Q	AMPIEZZA $ _{M_s}$ (nm)
USRK (Russia)	7.06	206	0.08	0.05	79.9
KSRS (R.della Corea)	7.8	114	0.08	0.13	842.61
JNU (Giappone)	9.89	116.3	0.08	0.041	658.74
SONM (Mongolia)	9.86	218.7	0.08	0.018	430.45
MKAR (Kazakhstan)	9.39	139.8	0.08	0.107	191.19

Tabella 2.3: Parametri sperimentali per il calcolo delle ampiezze teoriche di ogni stazione

Per il calcolo della magnitudo delle onde di volume, m_b , è stata considerata la formula definita da Gutenberg e Richter (1945b, 1945c) come:

$$m_b = \log_{10} \left(\frac{A}{T} \right) + Q(\Delta, h)$$

dove A è la semiampiezza del moto del suolo, T è il corrispondente periodo e Q è un coefficiente di ragguglio tabulato in funzione della distanza epicentrale e della profondità ipocentrale.

Per il calcolo dell'ampiezza A_{pp} dell'onda superficiale, il segnale è stato filtrato nell'intervallo (6-12) s di periodo; in qualche caso si poteva forse ottenere una migliore lettura del segnale anche per filtri diversi, ma ricordiamo che il nostro tentativo è quello di cercare una possibile metodologia universale di analisi. I segnali elaborati sono riportati nelle figure 2.1-2.4; con filtro regionale si intende l'intervallo (0.08-0.16) Hz mentre con filtro standard si intende il filtro indicato nel manuale di procedura della CTBTO, ovvero (0.04-0.05) Hz.

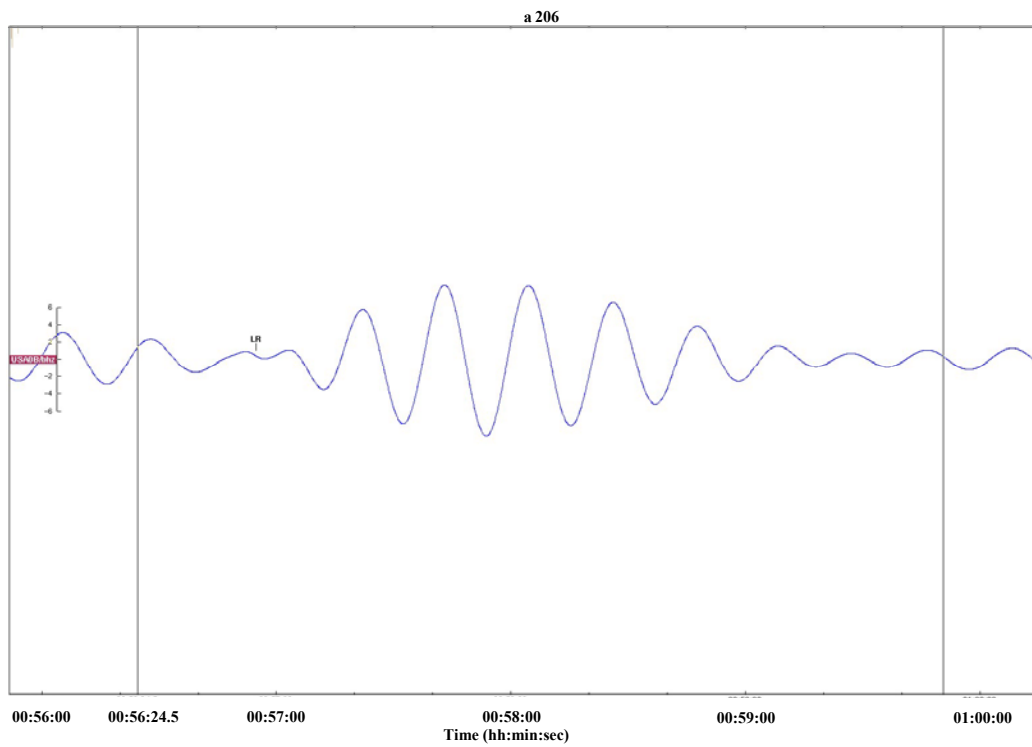
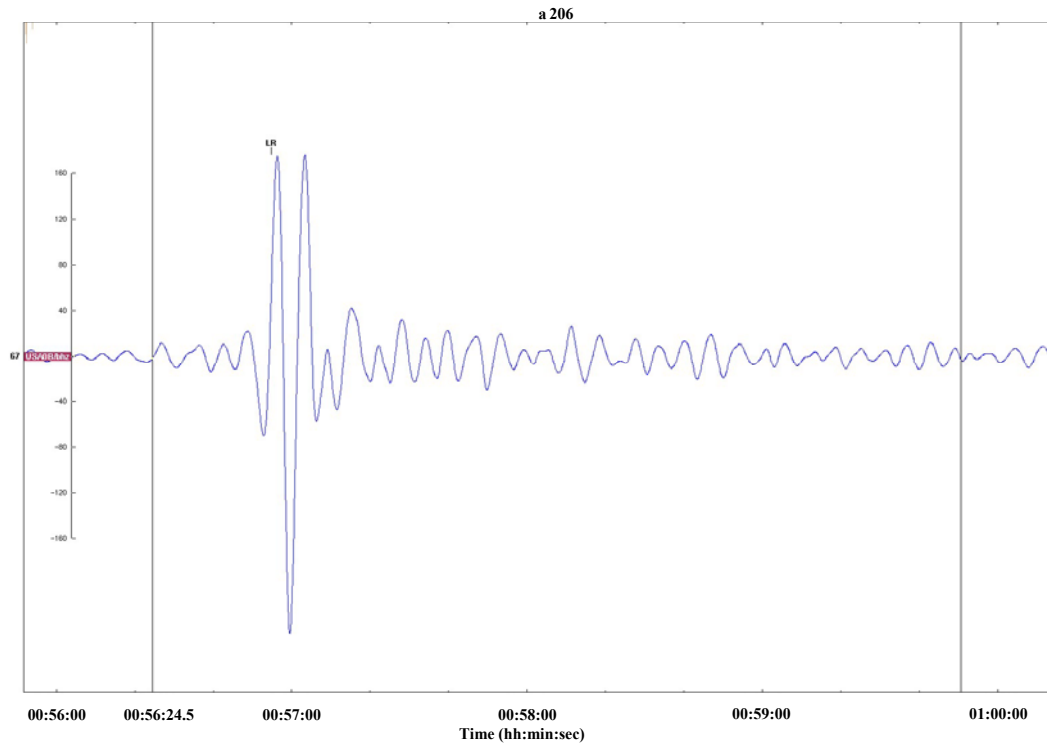


Figura 2.1: Registrazione del segnale dell'evento esplosivo coreano del 25-05-09 alla stazione USRK (Rete IMS). Applicazione del filtro regionale (sopra) e filtro standard (sotto)

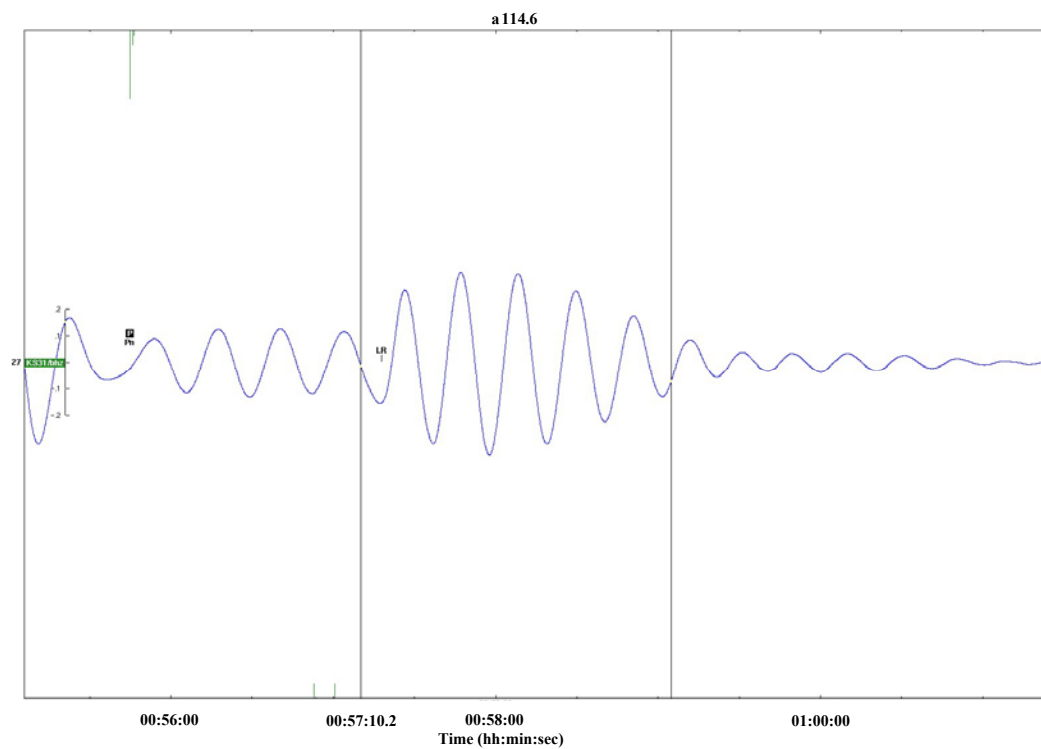
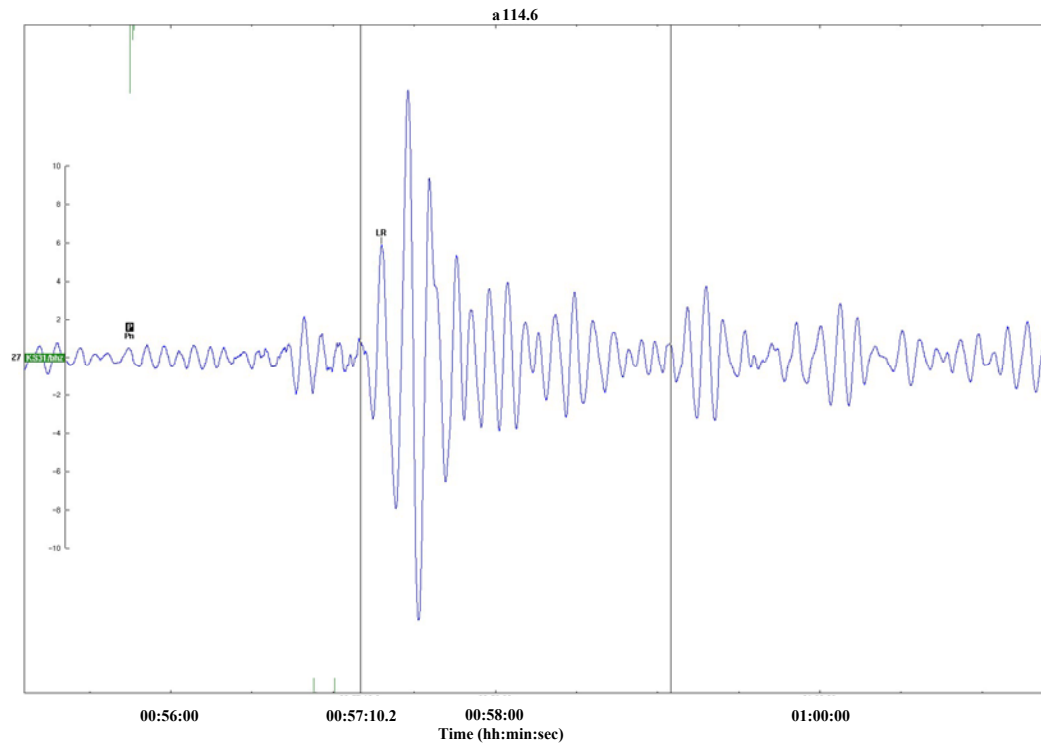


Figura 2.2: Registrazione del segnale dell'evento esplosivo coreano del 25-05-09 alla stazione KSRS (Rete IMS). Applicazione del filtro regionale (sopra) e filtro standard (sotto)

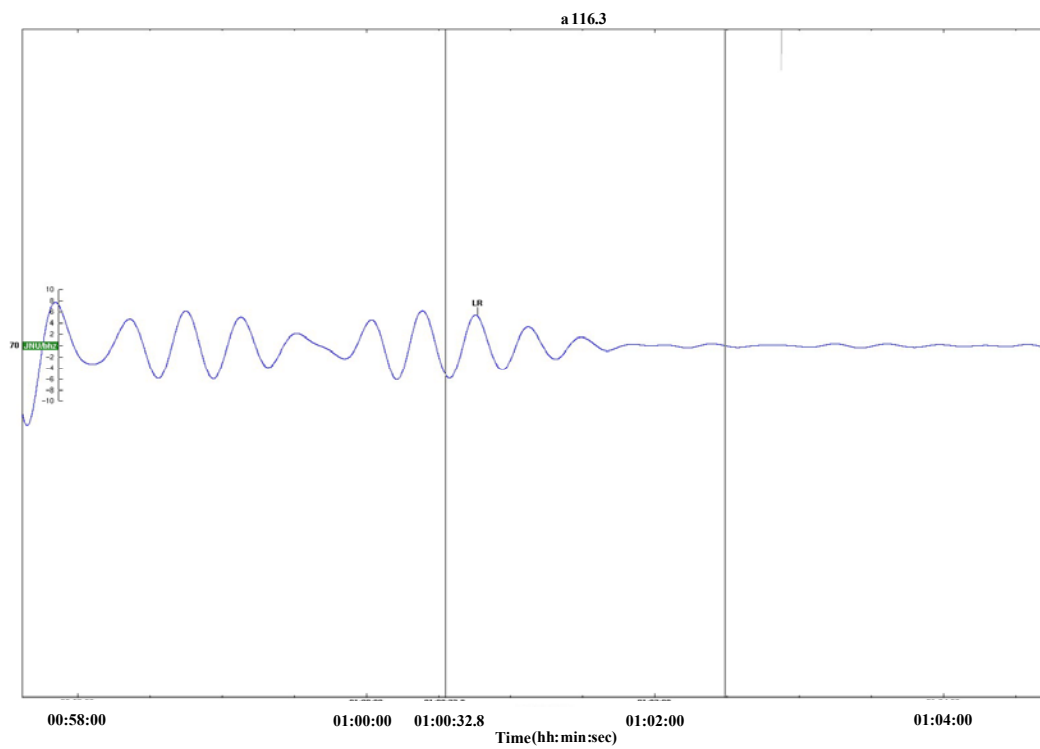
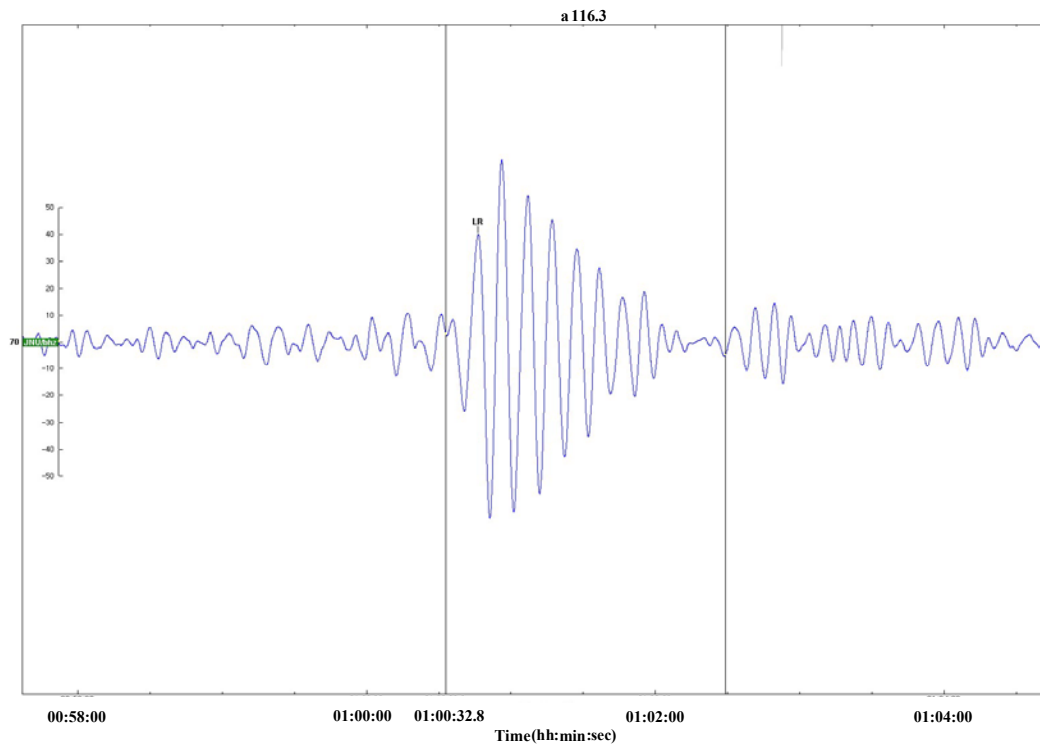


Figura 2.3: Registrazione del segnale dell'evento esplosivo coreano del 25-05-09 alla stazione JNU (Rete IMS). Applicazione del filtro regionale (sopra) e filtro standard (sotto)

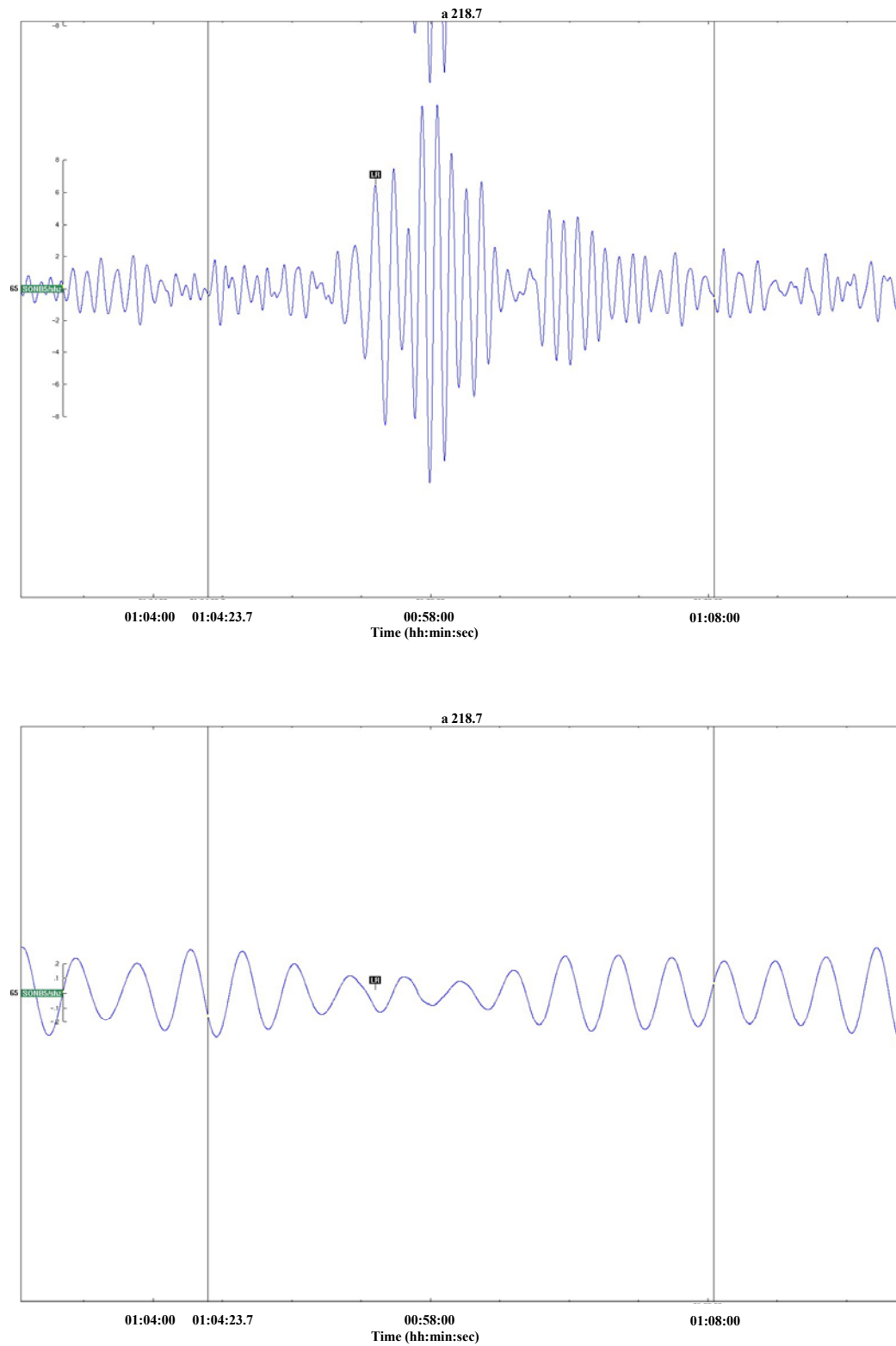


Figura 2.4: Registrazione del segnale dell'evento esplosivo coreano del 25-05-09 alla stazione SONM (Rete IMS). Applicazione del filtro regionale (sopra) e filtro standard (sotto)

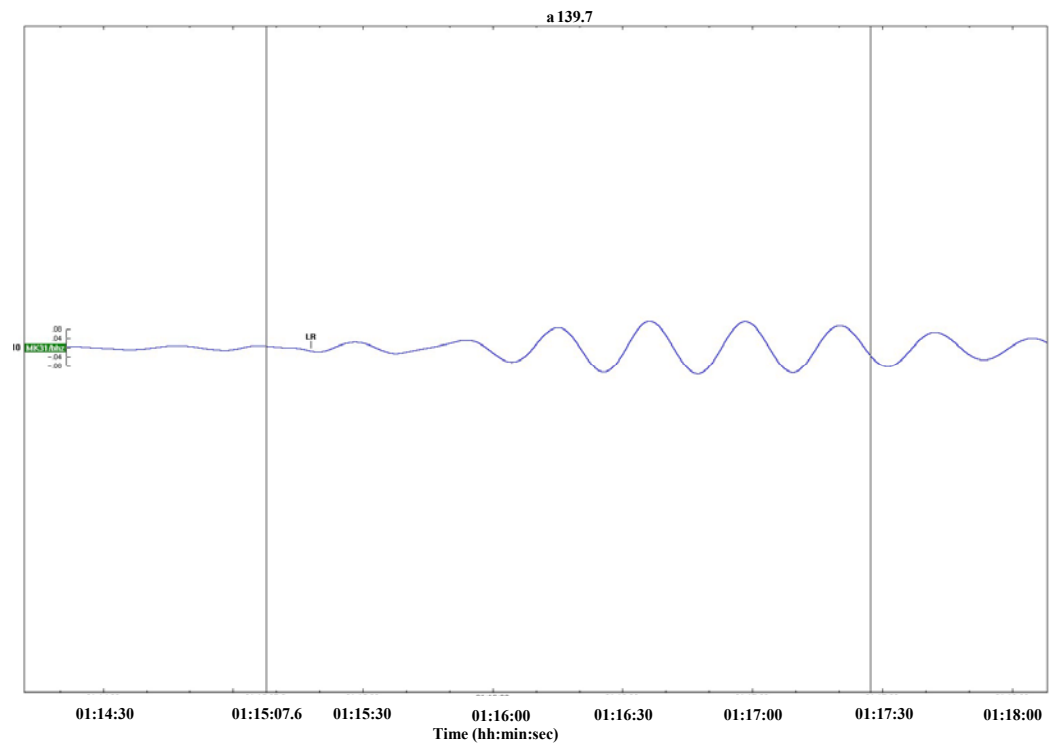
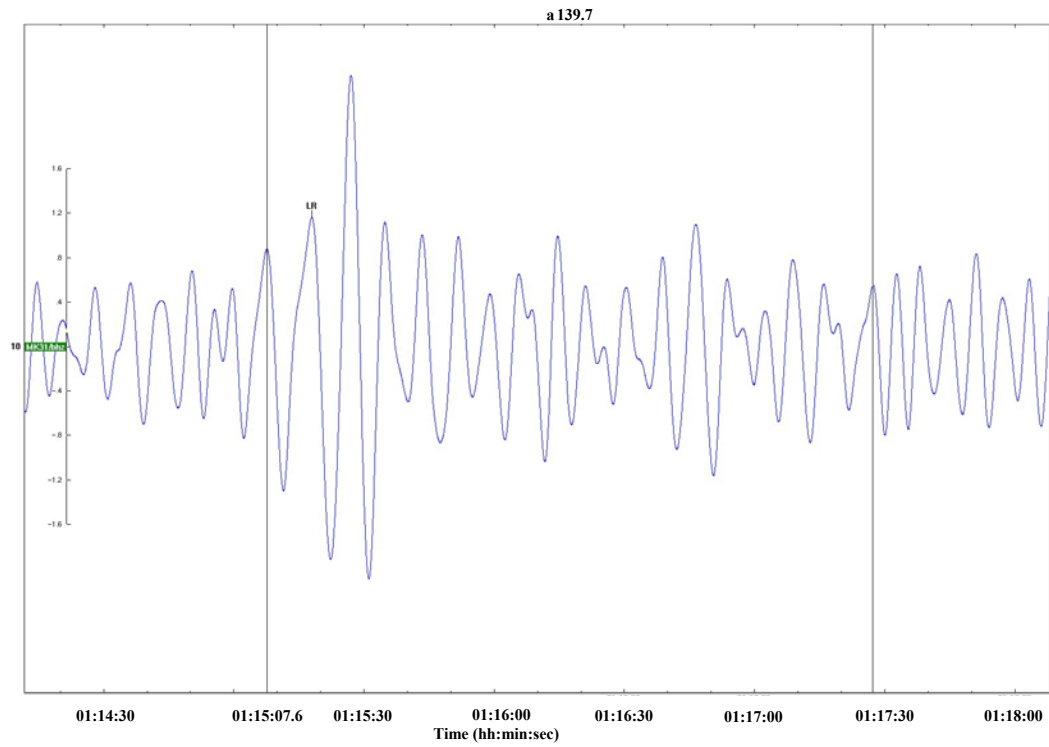


Figura 2.5: Registrazione del segnale dell'evento esplosivo coreano del 25-05-09 alla stazione MKAR (Rete IMS). Applicazione del filtro regionale (sopra) e filtro standard (sotto)

Una volta filtrati “regionalmente” i segnali, si è proceduto alla misurazione delle ampiezze delle onde di superficie rilevate a ciascuna delle stazioni in esame, ottenendo quindi per ognuna di esse la coppia $(m_b : \text{Log } A)$.

Per ogni coppia è stato possibile quindi determinare la retta relativa da utilizzare come retta decisionale.

Le equazioni delle rette infatti sono del tipo $y = mx + q_i$, dove il coefficiente angolare $m=1.18$ rimane invariante per ogni stazione presa in esame, dipendendo direttamente dalla formula per il calcolo del momento sismico M_0 , mentre il termine noto varia in funzione dei parametri (visti nella sezione 2.2) che caratterizzano l’ampiezza. Considerando infatti che le onde di volume non subiscono gli effetti di dispersione e attenuazione tipici delle onde superficiali e rispetto a quest’ultime effettuano percorsi in mezzi più omogenei nei tragitti dalla sorgente alla stazione di rilevazione, la magnitudo m_b a loro associata, è stata presa come grandezza di riferimento. Assumendo come valida la seguente relazione, (Patton, 2001) che collega il momento sismico M_0 (in $N \cdot m$) ad m_b :

$$\log_{10} M_0 = 1.18m_b + 8.98$$

notiamo come tra queste grandezze esista una relazione logaritmica. A sua volta il momento sismico entra come grandezza di base rispetto alla quale calcolare l’ampiezza delle onde di superficie.

Avendo quindi un punto sperimentale ed il coefficiente angolare è stato possibile tracciare ciascuna delle 5 rette relative alle 5 stazioni di rilevazione.

Queste rette vengono assunte dal nostro metodo di discriminazione come decisionali, nel senso che si attribuirà la classificazione di evento naturale a tutti quegli eventi per i quali, a parità di distanza epicentrale, le coppie $(m_b : \text{Log } A)$ si collocheranno al di sopra di esse.

Nelle figure 2.6-2.10, oltre ad essere riportate le rette decisionali in questione, sono indicati anche i parametri ottenuti dagli eventi naturali successivi, (sezione 2.4), registrati da stazioni in aree diverse ma a simile distanza epicentrale (nella legenda a lato delle figure sono indicate le stazioni che hanno registrato l’evento).

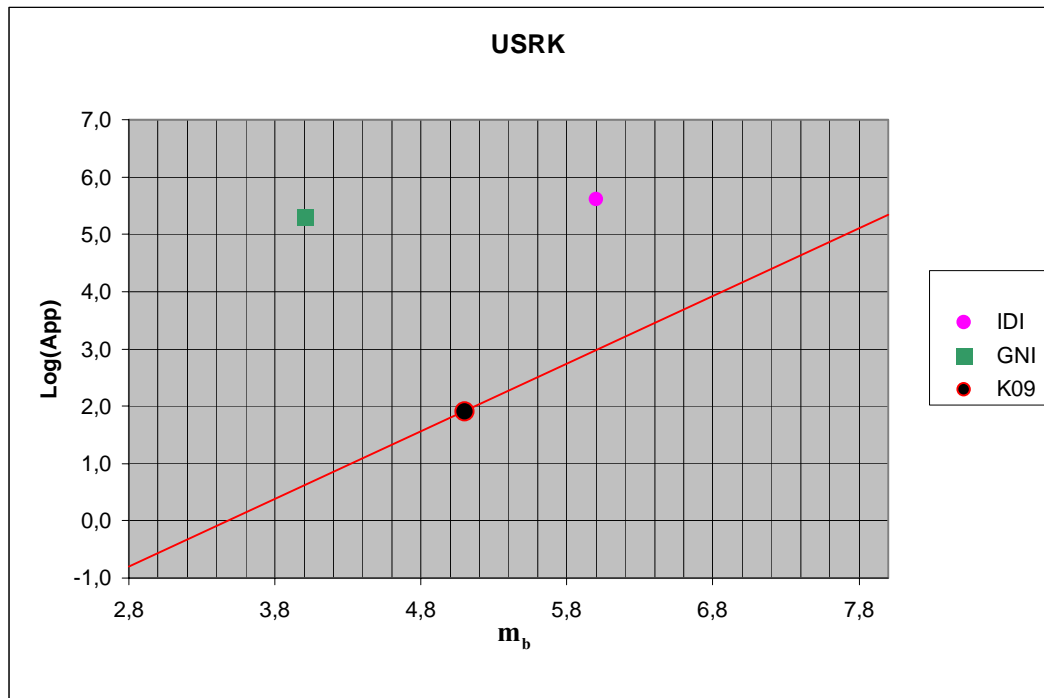


Figura 2.6: Retta di discriminazione ricavata con parametri sperimentali della stazione USRK (3.61°)

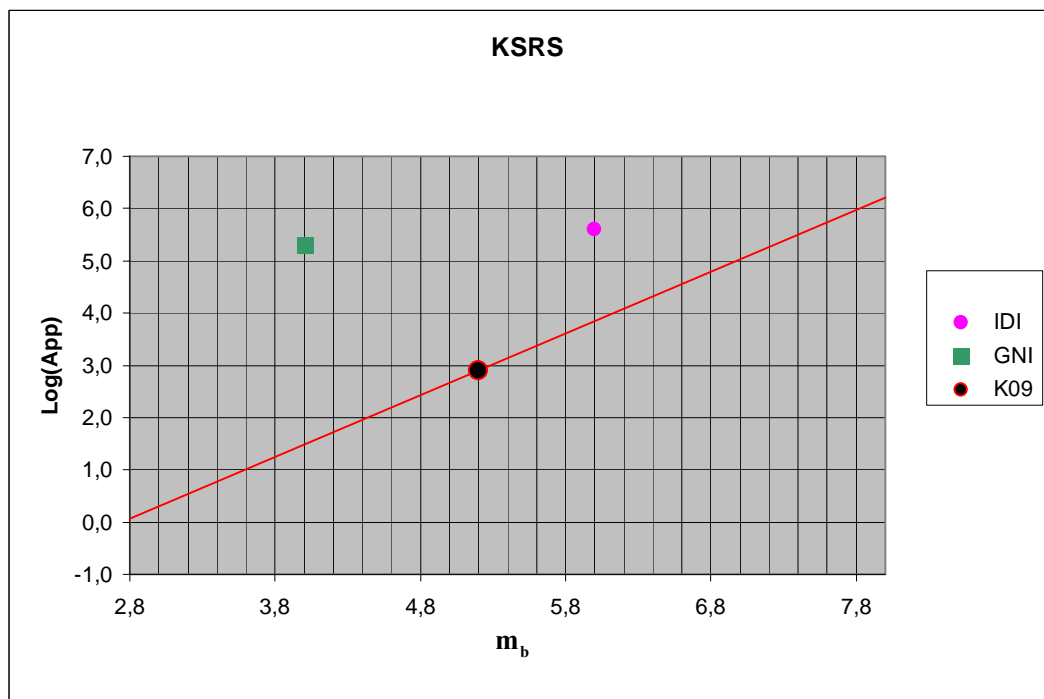


Figura 2.7: Retta di discriminazione ricavata con parametri sperimentali della stazione KSRS (3.97°)

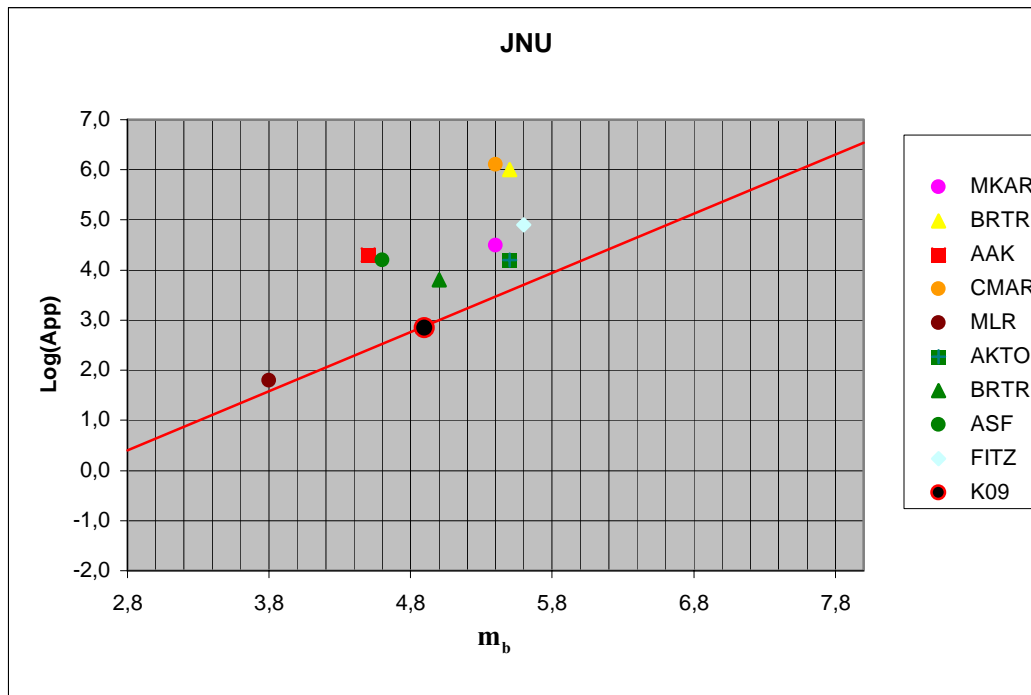


Figura 2.8: Retta di discriminazione ricavata con parametri sperimentali della stazione JNU (8.3°)

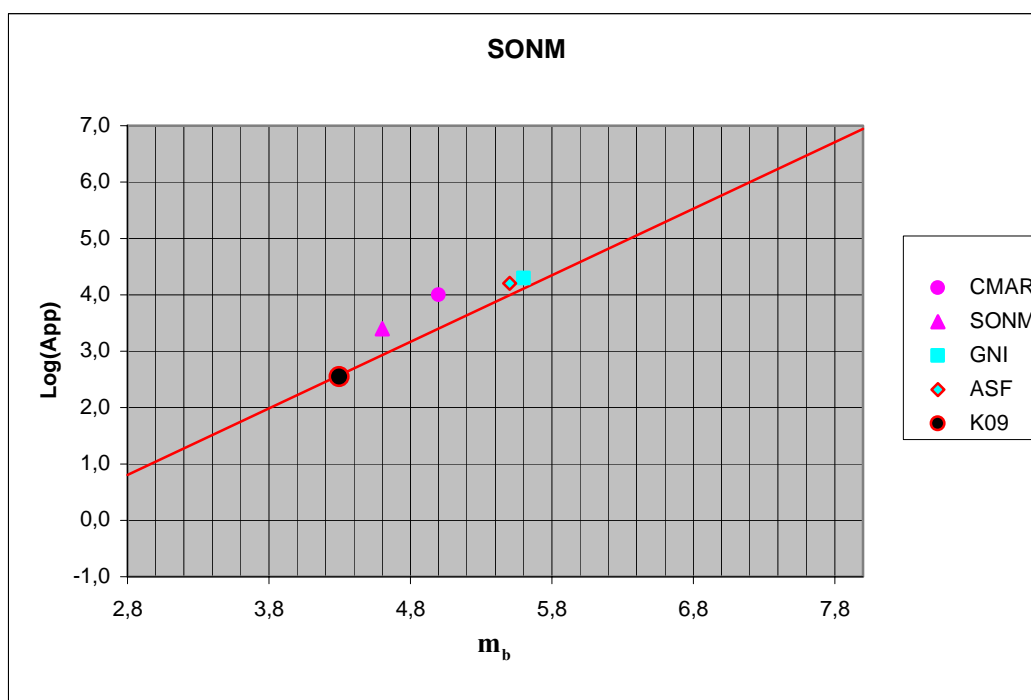


Figura 2.9: Retta di discriminazione ricavata con parametri sperimentali della stazione SONM (17.37°)

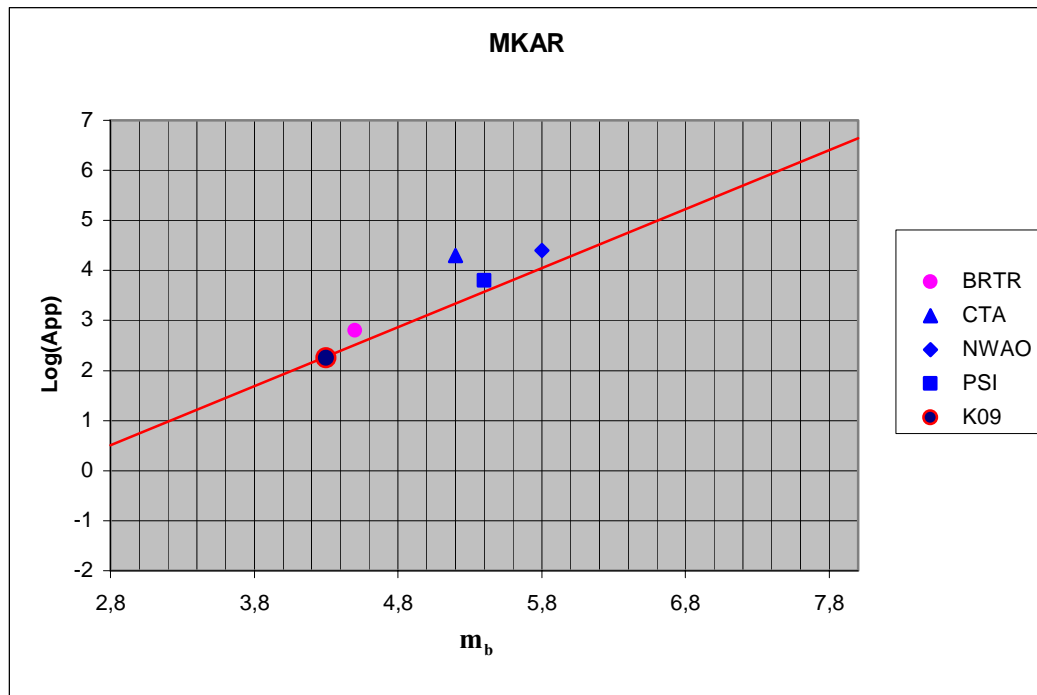


Figura 2.10: Retta di discriminazione ricavata con parametri sperimentali della stazione MKAR (33.65°)

2.4 Verifica quantitativa del metodo di discriminazione

Una volta costruito il modello, si è verificata la sua attendibilità, confrontando i dati ottenuti precedentemente da un'esplosione con dati indipendenti e provenienti da diverse aree della Terra ottenuti da terremoti. Sono stati individuati 10 eventi naturali in 6 aree diverse del mondo registrati da 20 stazioni, ognuna di esse vista come indipendente, ovvero il dato di ogni stazione è stato trattato indipendentemente dalle altre.

Per ciascuna stazione sono stati determinati sperimentalmente i valori di magnitudo m_b e di ampiezza dell'onda di Rayleigh, ovviamente filtrando tutte le forme d'onda con il solito filtro regionale (6-12) s.

Le figure 2.11-2.14 rappresentano quattro sismogrammi dei segnali sismici filtrati (ognuno riferito ad una delle 4 rette discriminanti in base alla distanza epicentrale; si è deciso di mostrare solo questi esempi per non essere ridondanti, ma chiaramente una miglora del segnale filtrato regionalmente è stata ottenuta per quasi tutti i segnali trattati). In tabella 2.4 sono stati invece riassunti i parametri sperimentali determinati per ciascuna stazione ed infine nelle figure 2.6-2.10 sono indicate le 5 rette teoriche-sperimentali ottenute dalla formulazione dell'ampiezza di ogni stazione ed i punti rispettivi ottenuti della registrazioni delle 20 stazioni. Il

punto indicato con ● indica la coppia $(m_b : \text{Log}A)$ ottenuta sperimentalmente per ciascuna retta.

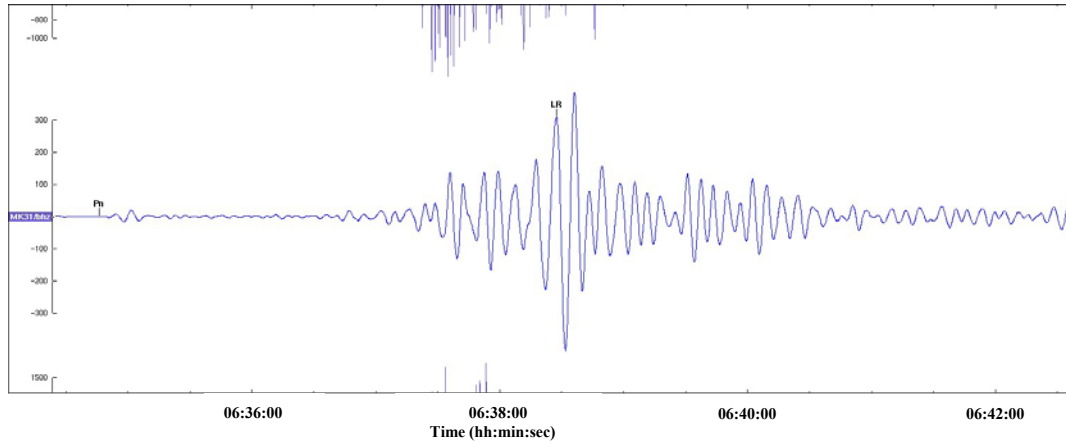


Figura 2.11: Kyrgyzstan 2008/01/01 (confrontato con le rette USRK e KSRS)

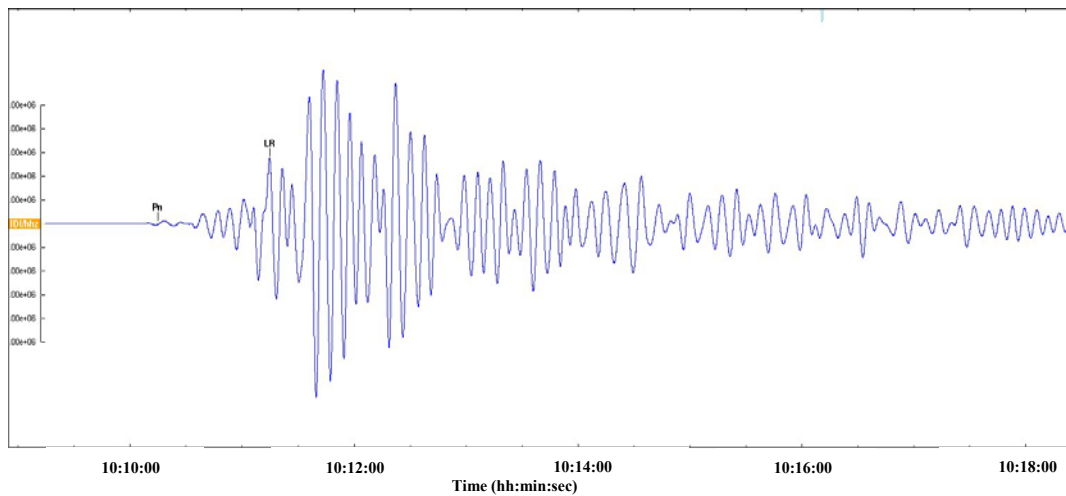


Figura 2.12: Grecia 2008/02/14 (confrontato con la retta JNU)

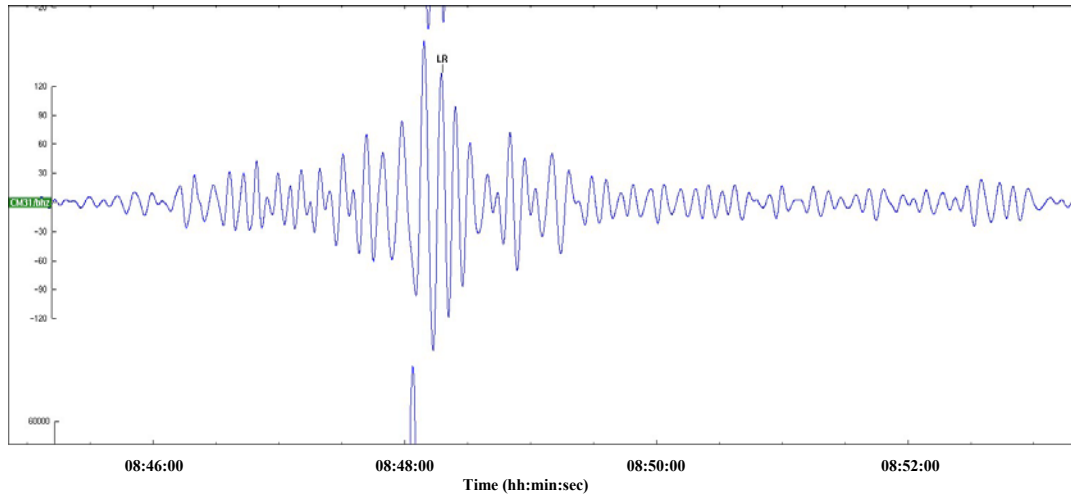


Figura 2.13: Sichuan, China 2008/05/27 (confrontato con la retta SONM)

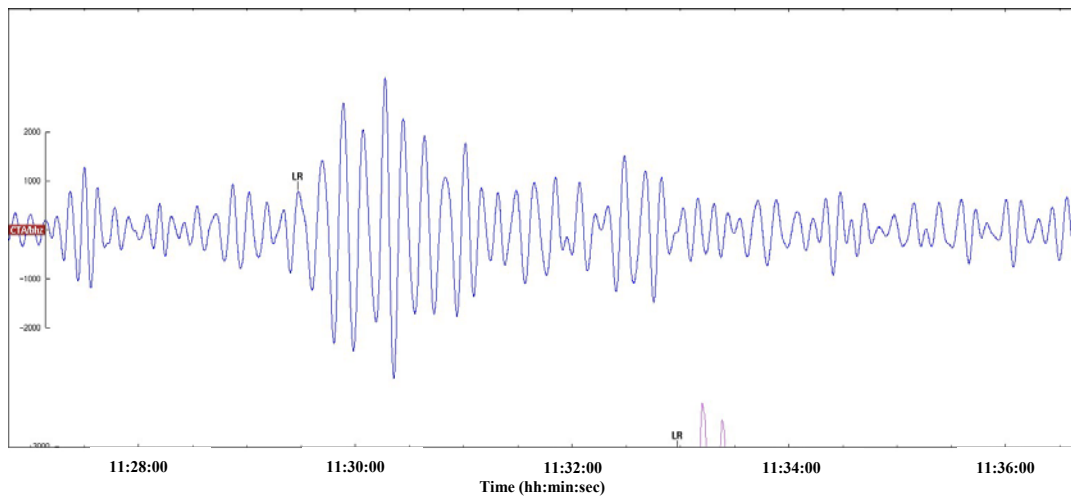


Figura 2.14: Indonesia 2008/09/16 (confrontato con la retta MKAR)

EVENTO	DATA	STAZIONE	DISTANZA (gradi)	AMPIEZZA ₀ (nm)	PERIODO ₀ (sec)	m ₀	AMPIEZZA ₁₀₀ (nm)	PERIODO ₁₀₀ (sec)
KYRGYZSTAN	2008/01/01	MKAR	9.41	83.6	0.48	5.4	29749	8.59
GREECE	2008/02/14	IDI	2.85	10873.26	1.26	6.0	432739	7.32
GREECE	2008/02/14	BRTR	9.84	79.5	0.35	5.5	122905	8.59
CHINA	2008/03/20	AAK	8.58	8.8	0.34	4.5	17211	9.00
CHINA	2008/05/12	CMAR	13.11	76.04	0.54	5.4	144044	7.73
CHINA	2008/05/27	SONM	15.10	17.84	0.83	4.6	2738	5.72
CHINA	2008/05/27	CMAR	15.44	58.32	0.77	5.0	12216	8.18
GREECE	2008/06/12	MLR	8.11	1.84	0.35	3.8	56.2	6.38
CAUCASUS	2008/10/11	GNI	3.27	31.48	0.50	4.0	200743	9.23
CAUCASUS	2008/10/11	AKTO	10.8	336.8	1.54	5.5	13268	8.84
CAUCASUS	2008/10/11	BRTR	10.11	44.56	0.59	5.0	8162	9.97
CAUCASUS	2008/10/11	ASF	13.28	24.86	1.23	4.6	7036	9.6
CAUCASUS	2008/10/11	MMAI	13.29	51.72	0.91	5.2	33322	12.42
IRAN	2008/10/25	BRTR	22.19	28.36	0.57	4.5	17.3	8.83
IRAN	2008/12/07	GNI	16.14	198.12	0.79	5.6	20219	9.29
IRAN	2008/12/07	ASF	17.36	253.56	0.91	5.5	14434	8.01
INDONESIA	2008/09/16	FITZ	9.4	189.06	0.61	5.6	74928	11.16
INDONESIA	2008/09/16	CTA	21.85	218.56	0.91	5.2	17909	13.4
INDONESIA	2008/09/16	NWAO	25.69	21.48	0.51	5.8	25358	12.16
INDONESIA	2008/09/16	PSI	30.12	83.26	0.86	5.4	6099	12.68

Tabella 2.4: Parametri sperimentali determinati per la verifica del metodo di calibrazione

L'affidabilità del metodo proposto è stata confermata dal fatto che tutti i punti sperimentali ottenuti per eventi da ritenere naturali con quasi

assoluta certezza presentano, senza esclusione, ordinate maggiori di quelle delle rette teoriche calibrate sui dati dell'esplosione coreana del 2009.

CAPITOLO 3

ANALISI DISCRIMINANTE

L'analisi statistica multivariata comprende un corpo di metodologie statistiche che permettono di analizzare simultaneamente misurazioni riguardanti diverse caratteristiche (variabili qualitative o quantitative) di un insieme di individui in esame. Gli obiettivi principali delle metodologie di analisi multivariata sono riassumibili nella sintesi delle osservazioni ovvero nella semplificazione della loro struttura (riduzione del numero delle variabili), nell'ordinamento e nel raggruppamento (classificazione) di osservazioni, nello studio delle interdipendenze tra le variabili, nella formulazione e verifica di ipotesi operative.

Le diverse tecniche di analisi multivariata possono essere distinte a seconda che facciano o meno riferimento ad un modello distributivo assunto per le osservazioni e alla base degli sviluppi inferenziali. In questo senso le tecniche collegate allo studio della dipendenza (modello lineare generale, modelli lineari generalizzati) si contrappongono ad un insieme di metodologie giustificate prevalentemente da argomenti logico-intuitivi note sotto il nome di metodi di *analisi dei dati*.

Uno schema di classificazione può rappresentare un metodo conveniente per organizzare un grande insieme di dati. Se i dati possono essere ben rappresentati da un esiguo numero di gruppi di unità, tali gruppi possono fornire una descrizione molto concisa in riferimento alla similarità e diversità presenti in essi. Le numerose tecniche di classificazione, nate soprattutto in ambiti scientifici, si propongono di fornire principalmente classificazioni oggettive e stabili: oggettive nel senso che l'analisi di uno stesso insieme di unità attraverso la stessa sequenza di metodi numerici produce la stessa classificazione; stabile in modo che la classificazione non cambia se si introducono ulteriori unità o si considerano nuove caratteristiche per descriverle.

La *cluster analysis* (o analisi dei gruppi) comprende un complesso di tecniche che consentono di raggruppare in gruppi (o *clusters*), unità di un collettivo, ritenute omogenee rispetto alle variabili su di esse rilevate (Everitt e altri (2001)). Essa consiste nel tentare di assegnare gli oggetti di indagine a diversi gruppi in modo tale che gli elementi di un gruppo siano simili tra loro, ma dissimili dagli elementi appartenenti ad altri gruppi.

Quando si assume che la popolazione sia già divisa in g gruppi e si vogliono attribuire nuove unità, è necessario riferirsi a tecniche in grado di costruire una regola di discriminazione che separi al meglio i gruppi e consenta di allocare le unità compiendo il minimo errore. L'insieme di queste tecniche danno vita all'*Analisi discriminante* (Mardia e altri (2000), Rencher (2002)).

3.1 La funzione discriminante per p gruppi

Per analisi discriminante si intende un corpo di metodologie che, considerando un universo campionario k -dimensionale \mathbf{X} suddiviso in p sottopopolazioni $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_p$, permettono di assegnare una generica osservazione x ad una delle p sottopopolazioni.

Uno tra i primi a parlare di analisi discriminante multivariata fu R.A. Fisher (1936) con riferimento all'attribuzione di alcuni reperti fossili alla categoria dei primati o a quella degli umanoidi in base a diverse misurazioni effettuate sugli stessi. Nell'approccio di Fisher l'obiettivo dell'analisi discriminante è quello di individuare la sottopopolazione di appartenenza di un'osservazione multidimensionale in base alla conoscenza campionaria del comportamento delle diverse sottopopolazioni.

Non facendo alcuna assunzione sulla forma distributiva delle p sottopopolazioni da cui vengono estratti i campioni $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_p$, l'assegnazione dell'osservazione x viene effettuata tramite una combinazione lineare $\mathbf{W} = a' \mathbf{X}$ delle k componenti della variabile \mathbf{X} rilevata, tale da rendere massima la separazione (o discriminazione) tra i p campioni. Il criterio viene utilizzato per definire la trasformazione, ovvero il vettore k -dimensionale di costanti a ; consiste pertanto nel pretendere che sia minima la differenza tra le medie di \mathbf{W} nei p campioni, in modo da rendere meno ambigua la classificazione dell'osservazione $w = a' x$.

L'informazione parziale di partenza sia dunque costituita da p campioni $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_p$ di numerosità n_j da ciascuna sottopopolazione \mathbf{X}_j con $j=1, \dots, p$:

$$X_j = \begin{pmatrix} x_{11j} & \cdots & x_{1kj} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n_j 1j} & \cdots & x_{n_j kj} \end{pmatrix} = [x_{ihj}] \quad (3.1)$$

con $i=1, \dots, n_j$, $h=1, \dots, k$ e $j=1, \dots, p$. Siano inoltre

$$\bar{X}_j = \frac{1}{n_j} X_j' u_{n_j} = (\bar{X}_{1j}, \dots, \bar{X}_{kj})' \quad (3.2)$$

la media campionaria del j -esimo campione ed

$$S_j = \frac{1}{n_j} (X_j - u_{n_j} \bar{X}_j)' (X_j - u_{n_j} \bar{X}_j) = [S_{hlj}] \quad (3.3)$$

la matrice $k \cdot k$ delle varianze e covarianze campionarie del j -esimo campione (nelle espressioni precedenti $h=l=1, \dots, k$ e $j=1, \dots, p$).

Trasformando tramite il vettore a la matrice $n_j \cdot k$ del generico vettore n_j -dimensionale

$$W_j = X_j a \quad (3.4)$$

con media e varianza campionarie date da

$$\bar{W}_j = \frac{1}{n_j} W_j' u_{n_j} = \frac{1}{n_j} a' X_j' u_{n_j} = a' \bar{X}_j \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} S_{W_j}^2 &= \frac{1}{n_j} (X_j a - u_{n_j} a' \bar{X}_j)' (X_j a - u_{n_j} a' \bar{X}_j) = \\ &= \frac{1}{n_j} a' (X_j - u_{n_j} \bar{X}_j)' (X_j - u_{n_j} \bar{X}_j) a = a' S_j a \end{aligned} \quad (3.6)$$

Complessivamente, posto $n = \sum_{j=1}^p n_j$ sia $X = (X_1', \dots, X_p')$ la matrice $n \cdot k$ di tutte le osservazioni disponibili ed inoltre sia

$$\bar{X} = \frac{1}{n} X' u_n = (\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_k)' \quad (3.7)$$

il vettore delle medie campionarie complessive ed

$$S = \frac{1}{n} (X - u_n \bar{X}') (X - u_n \bar{X}') = [S_{hl}] \quad (3.8)$$

la matrice $k \cdot k$ delle varianze e covarianze campionarie calcolate in base a tutti i p campioni.

Considerando il generico elemento (h,l) -esimo della matrice S

$$\begin{aligned} S_{hl} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ihj} - \bar{X}_h)(x_{ilj} - \bar{X}_l) = \\ &= \sum_{j=1}^p \frac{n_j}{n} S_{hlij} + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^p n_j (\bar{X}_{hij} - \bar{X}_h)(\bar{X}_{ljj} - \bar{X}_l) \end{aligned} \quad (3.9)$$

la matrice di varianze e covarianze S può dunque essere scomposta nel modo seguente

$$S = S_{(w)} + S_{(b)} \quad (3.10)$$

dove $S_{(w)}$ indica la matrice di varianze e covarianze all'interno dei p campioni (*within*) data da

$$S_{(w)} = \sum_{j=1}^p \frac{n_j}{n} S_j \quad (3.11)$$

mentre $S_{(b)}$ è la matrice di varianze e covarianze tra i p campioni (*between*). Analogamente trasformando tramite a la matrice X $n \cdot k$ di tutte le osservazioni disponibili si ottiene il vettore n -dimensionale

$$W = Xa \quad (3.12)$$

con media e varianza date dalle espressioni seguenti

$$\bar{W} = a' \bar{X} \quad (3.13)$$

$$S_w^2 = a' S a = a' S_{(w)} a + a' S_{(b)} a \quad (3.14)$$

Si voglia ora definire \mathbf{W} (ovvero determinare a) in modo tale da massimizzare le differenze tra le medie campionarie $\bar{W}_1, \dots, \bar{W}_p$. Ciò implica la massimizzazione della varianza *between* di W ovvero $a' S_{(b)} a$. Ovviamente quanto maggiori in valore assoluto sono gli elementi del vettore a , tanto più elevato è il valore della forma quadratica. Quindi affinché il problema della determinazione del massimo assoluto di $a' S_{(b)} a$ rispetto ad a sia ben definito, si considera un vincolo sulla dimensione di a dato dall'espressione $a' S_{(b)} a = 1$.

Tale vincolo corrisponde a pretendere che W abbia varianza unitaria. Pertanto per la determinazione di a bisogna risolvere il seguente problema di massimo vincolato:

$$\begin{cases} \max_a a' S_{(b)} a \\ a' S_{(b)} a = 1 \end{cases} \quad (3.15)$$

La funzione lagrangiana prende la forma seguente, dove λ è il moltiplicatore di Lagrange

$$\mathcal{L}(a, \lambda) = a' S_{(b)} a - \lambda (a' S a - 1) \quad (3.16)$$

Il problema di massimo vincolato si traduce nella soluzione del sistema

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}(a, \lambda)}{\partial a} = 2S_{(b)} a - 2\lambda S a = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}(a, \lambda)}{\partial \lambda} = a' S a - 1 = 0 \end{cases} = \begin{cases} \lambda = a' S_{(b)} a \\ a' S a = 1 \end{cases} \quad (3.17)$$

si noti che la prima equazione del sistema può essere espressa nella forma di equazione caratteristica (o equazione agli autovalori) $S^{-1}S_{(b)}a = \lambda a$ dalla quale risulta come λ sia uno degli autovalori di $S^{-1}S_{(b)}$ ed a l'autovettore ad esso associato. Inoltre, affinché si verifichi $\lambda = \max_a a'S_{(b)}a$, bisogna scegliere tra gli autovalori di $S^{-1}S_{(b)}$ quello che assume valore massimo. La variabile

$$\mathbf{W}_{(1)} = a'_{(1)} \mathbf{X} \quad (3.18)$$

definita tramite l'autovettore $a_{(1)}$ associato al maggiore degli autovalori λ_1 corrisponde dunque alla combinazione lineare delle componenti della variabile k -dimensionale di partenza che separa maggiormente i p campioni ed è detta *prima funzione discriminante lineare*. L'autovalore λ_1 equivalente alla varianza *between* della variabile $\mathbf{W}_{(1)}$ è detto potere discriminante di $\mathbf{W}_{(1)}$ e misura la capacità di $\mathbf{W}_{(1)}$ di separare le medie dei p campioni.

La definizione della seconda funzione discriminante lineare $\mathbf{W}_{(2)}$ prevede che questa soddisfi la condizione di massimo ed il vincolo precedenti, ed inoltre che sia incorrelata con $\mathbf{W}_{(1)}$. In tal caso

$$\mathbf{W}_{(2)} = a'_{(2)} \mathbf{X} \quad (3.19)$$

dove il vettore $a_{(2)}$ è dato dalla soluzione del sistema

$$\begin{cases} \max_{a_{(2)}} a'_{(2)} S_{(b)} a_{(2)} \\ a'_{(2)} S a_{(2)} = 1 \\ a'_{(1)} S a_{(2)} = 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

Indicando con μ_1 e $2\mu_2$ i due moltiplicatori di Lagrange, la funzione lagrangiana è data da

$$\mathcal{L}(a_{(2)}, \mu_1, \mu_2) = a'_{(2)} S_{(b)} a_{(2)} - \mu_1 (a'_{(2)} S a_{(2)} - 1) - 2\mu_2 a'_{(1)} S a_{(2)} \quad (3.21)$$

in questo caso la soluzione del problema di massimo vincolato è ottenuta risolvendo il sistema

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}_{(a_{(2)}, \mu_1, \mu_2)}}{\partial a_{(2)}} = 2S_{(b)} a_{(2)} - 2\mu_1 S a_{(2)} - 2\mu_2 S a_{(1)} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}_{(a_{(2)}, \mu_1, \mu_2)}}{\partial \mu_1} = a'_{(2)} S a_{(2)} - 1 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}_{(a_{(2)}, \mu_1, \mu_2)}}{\partial \mu_2} = a'_{(1)} S a_{(2)} = 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

$$= \begin{cases} S_{(b)} a_{(2)} = \mu_1 S a_{(2)} + \mu_2 S a_{(1)} \\ a'_{(2)} S a_{(2)} - 1 = 0 \\ a'_{(1)} S a_{(2)} = 0 \end{cases}$$

Premoltiplicando la prima equazione del sistema per $a'_{(1)}$ si ottiene $\mu_2 = a'_{(1)} S_{(b)} a_{(2)}$, ovvero, poiché λ_1 è autovalore di $S^{-1} S_{(b)}$,

$$\mu_2 = a'_{(2)} S_{(b)} a_{(1)} = a'_{(2)} \lambda_1 S a_{(1)} = \lambda_1 a'_{(1)} S a_{(2)} = 0 \quad (3.23)$$

e sostituendo $\mu_2 = 0$ nella stessa equazione $S_{(b)} a_{(2)} = \mu_1 S a_{(2)}$ ovvero

$$S^{-1} S_{(b)} a_{(2)} = \mu_1 a_{(2)} \quad (3.24)$$

Dall'espressione precedente $\mu_1 = \lambda_2$ risulta essere il secondo maggiore autovalore della matrice $S^{-1} S_{(b)}$, mentre $a_{(2)}$ è l'autovettore corrisponde e tale che $a'_{(2)} S a_{(2)} = 1$.

Si possono individuare tante funzioni discriminanti lineari quanti sono gli autovalori non nulli della matrice $S^{-1} S_{(b)}$, ossia un numero pari al rango

della matrice stessa $g = r(S^{-1}S_{(b)})$. In genere si considera un numero $t < g$ di funzioni discriminanti, interrompendo l'analisi quando il potere discriminante della $(t+1)$ -esima funzione discriminante lineare, ossia il valore del $(t+1)$ -esimo autovalore di $S^{-1}S_{(b)}$, diviene trascurabile. Una misura del potere discriminante complessivo delle prime t funzioni discriminanti è data dal rapporto

$$\frac{\sum_{q=1}^t \lambda_q}{\sum_{q=1}^g \lambda_q} = \frac{\sum_{q=1}^t \lambda_q}{tr(S^{-1}S_{(b)})} \quad (3.25)$$

Nel caso in cui si considerano t funzioni discriminanti lineari, l'osservazione x è assegnata individuando il valore j^* tale che, calcolato $w_{(q)} = a_{(q)}'x$ per $q=1, \dots, t$, si abbia

$$\sum_{q=1}^t |w_{(q)} - \bar{w}_{(q),j^*}| = \min_j \sum_{q=1}^t |w_{(q)} - \bar{w}_{(q),j}| \quad (3.26)$$

essendo $\bar{w}_{(q),j}$ la media di $W_{(q)}$ nel j -esimo campione, per $q=1, \dots, t$.

Da un punto di vista geometrico l'analisi discriminante consiste nel rappresentare le p nuvole k -dimensionali di n_j punti (i p campioni) in uno spazio euclideo di dimensione $t < k$ tale da evidenziare opportunamente le distanze tra i campioni. L'*output* dell'analisi discriminante deve perciò includere il rango t del nuovo riferimento (ovvero del modello discriminante), la posizione di ciascuna dimensione del modello discriminante rispetto al riferimento originario (i vettori $a_{(q)}$), la posizione dei p campioni di osservazioni nel sottospazio delle variabili discriminanti (le medie $\bar{w}_{(q),j}$).

In questo capitolo verrà applicata tale metodologia sia come metodo indipendente di verifica, (ossia ottimizzare la separazione tra le due popolazioni, terremoti ed esplosioni), sia come metodo di verifica su dati regionali (trattando cioè il problema su basi matematiche oggettive).

Nel nostro caso, in pratica l'analisi discriminante si riduce a quella di due campioni, ($p=2$), in uno spazio a 2-dimensioni ($k=2$) su un nuovo riferimento di rango 1 ($t=1$).

3.2 Analisi discriminante come metodo indipendente di ottimizzazione (fase di learning)

Individuata la metodologia, il primo passo è stato chiaramente quello della scelta del *database* da utilizzare per l'istruzione del metodo.

Nel tentativo di ottimizzare al massimo la fase di *learning*, sono stati presi in considerazione 368 eventi, distribuiti su diverse parti della superficie del globo, estratti dai bollettini del *U.S. Geological Survey Earthquake Hazards Program* (NEIC); più precisamente sono state prese in considerazione 5 zone (Kazakhstan, India, Pakistan, Cina e Nevada), contenenti tutte zone di ex-poligoni militari, nelle quali sono stati individuati 263 eventi di tipo naturale (terremoti) e 105 eventi di tipo artificiale (esplosioni nucleari sotterranee, nell'intervallo di tempo dal 1973 al 1998).

Per ciascun evento sono stati riportati i valori delle magnitudo m_b e M_s , e di una variabile indicatrice del gruppo di appartenenza, E per le esplosioni e T per i terremoti.

La distribuzione sul piano $m_b : M_s$ degli eventi è stata descritta attraverso una stima non parametrica della funzione di intensità (Adelfio e Ogata (2008), Adelfio e Chiodi (2008)), definita come il numero atteso di eventi per unità di area; in figura 3.1 (A e B) sono mostrate rispettivamente la funzione di intensità stimata mediante l'utilizzo di stimatori tipo kernel (Silverman, 1986) e le corrispondenti curve di livello.

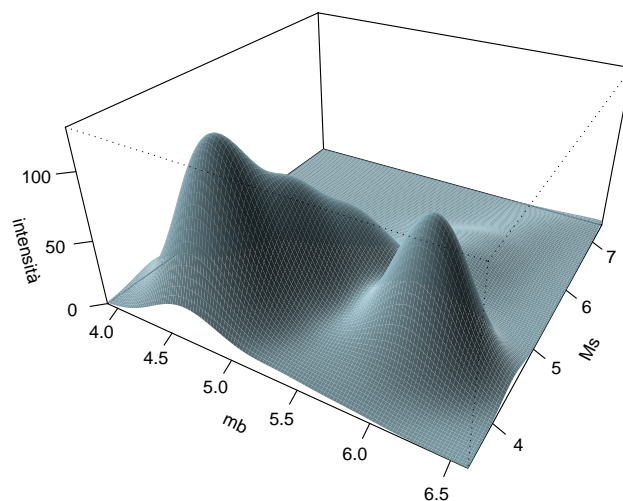


Figura 3.1_A: Funzione di intensità stimata con metodi non parametrici

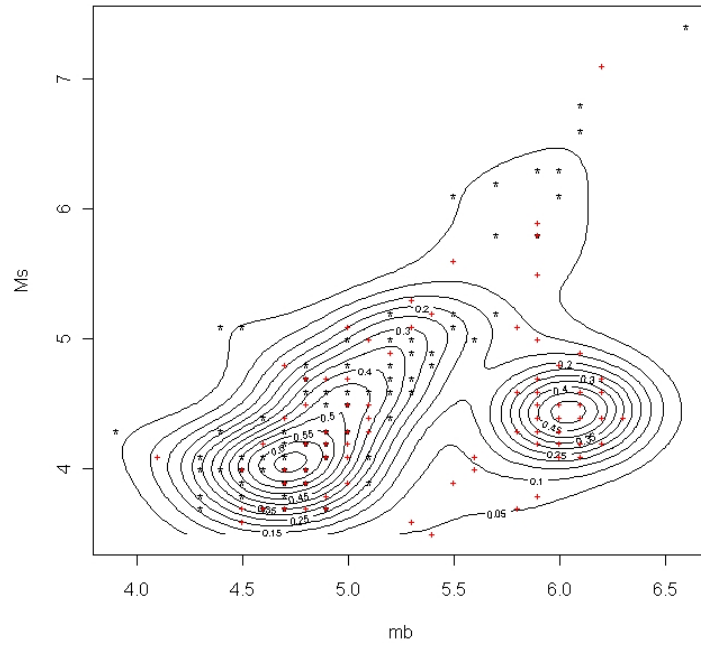


Figura 3.1_B: Curve di livello: con il simbolo * sono rappresentati i terremoti naturali mentre con il simbolo + le esplosioni

Attraverso l'analisi discriminante si è costruita una regola in grado di discriminare al meglio tra i due gruppi in modo da consentire di classificare, con il minimo errore, eventuali osservazioni successive. In particolare si sono considerate come variabili discriminanti solo le magnitudo m_b e M_s ; i pesi discriminanti (autovettori di \mathbf{a} , vedi sezione 3.1) sono riportati nella tabella 3.1.

\mathbf{m}_b	\mathbf{M}_s
-3.6	2.1

Tabella 3.1: Pesi discriminanti stimati per il modello ridotto per il catalogo NEIC

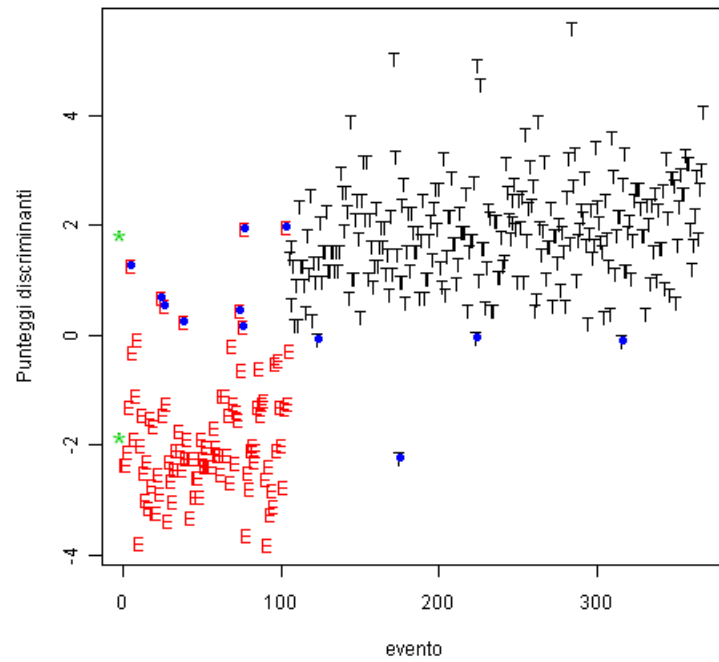


Figura 3.2: Valori discriminanti stimati (z_{1i} indicati con T e z_{2i} indicati con E), medie nei due gruppi (\bar{z}_1 e \bar{z}_2 con il simbolo *) e errata classificazione (simbolo •). La sequenza degli eventi sull'asse delle ascisse è legata alla sola immissione dei dati nel metodo

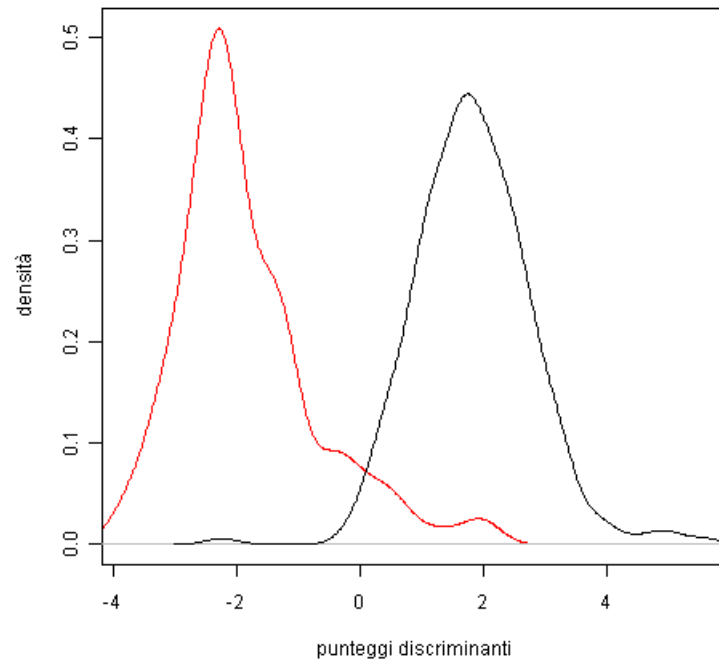


Figura 3.3: Distribuzione di densità non parametrica stimata attraverso stimatori kernel nei due gruppi E (curva rossa) e T (curva nera)

		Classificazione stimata	
		E	T
Classificazione vera	E	97	8
	T	4	259

Tabella 3.2: Classificazione vera e stimata secondo la regola discriminante costruita a partire dal modello per il catalogo di *learning*

I risultati ottenuti sono stati mostrati in figura 3.2 (stima dei valori discriminanti, i valori medi e gli eventi mal classificati), in figura 3.3 (distribuzione di densità non parametrica) ed in tabella 3.2 (classificazione vera e stimata).

Ovvero la regola stimata sbaglia 12 volte, attribuendo nello specifico erroneamente 4 terremoti all'insieme delle esplosioni ed 8 esplosioni all'insieme dei terremoti. Gli eventi in questione sono riportati nella tabella 3.3.

Nella prima colonna della tabella 3.3, con le sigle CP e PC sono indicati i poligoni dell'ex USSR e della Cina.

SITO	LAT	LONG	DATA	ORA (hhmmss)	m_b	M_s	VERA	CLASS-A-PRIORI
CP	61.730 N	66.760 E	801210	65957,6	4,6	3,7	E	T
CPKTS	50,000 N	79,000 E	880614	022706,4	5,0	4,1	E	T
CPKTS	49,802 N	49,802 E	761230	035657,9	5,1	4,2	E	T
CPKTS	49,759 N	78,164 E	731026	042657	5,3	4,4	E	T
CPKTS	49,937 N	78,770 E	770529	025657,5	5,6	5,0	E	T
CPKTS	50,044 N	78,814 E	751225	051657	5,8	5,2	E	T
CPKTS	50,006 N	78,869 E	770629	030657	5,3	5,2	E	T
PCLNR	41,683 N	88,450 E	841219	060004	4,7	4,2	E	T
KAZAKSTAN	40,289 N	77,887	901029	085240	5,1	3,9	T	E
KAZAKSTAN	49,898 N	78,925	780915	023657,3	6,0	4,4	T	E
KAZAKSTAN	42,796 N	77,423	821231	194645,7	5,8	5,1	T	E
NEVADA	39,823	118,327	760730	212315	5,4	4,4	T	E

Tabella 3.3: Eventi mal classificati per l'insieme di *learning*

3.3 Classificazione a-posteriori (fase di test)

Una volta costruita la regola, essa è stata applicata alla classificazione di nuovi eventi ritenuti omogenei rispetto ai precedenti secondo le variabili (magnitudo) osservate. In particolare sono stati considerati due insiemi di eventi (ovviamente per un intervallo di tempo limitato e successivo a quello di *learning*). Entrambi gli insiemi sono stati estratti dal *database* dell'IDC della Commissione Preparatoria della CTBTO. Il primo insieme è costituito da terremoti distribuiti sull'intero globo (insieme A); il secondo insieme è invece costituito da particolari eventi (con il termine particolare si intendono eventi che dalla CTBTO e dalle sue metodologie di filtraggio, sono stati classificati come eventi non *screen-out* ovvero come eventi che il sistema automatico di filtraggio non elimina come naturali ma “classifica” come eventi sospetti; insieme B).

3.3.1 Classificazione di un insieme di terremoti generici

Il primo insieme di dati considerato è costituito da 806 eventi, nello specifico terremoti equi-distribuiti nell'intervallo temporale che va dal 2007-11-26 al 2009-01-15.

Si fa notare come questa classificazione non sia vera in assoluto, ma è stata assunta come ipotesi basata sullo *screen-out*, con un grande livello di confidenza.

Sulla base della regola discriminante ottenuta nella sezione 3.2, gli eventi vengono così classificati; il risultato della discriminazione è riportato in tabella 3.4, mentre invece in tabella 3.5 sono stati riportati i parametri caratteristici degli eventi mal classificati.

		Classificazione stimata	
		E	T
Classificazione vera	T	8	798

Tabella 3.4: Classificazione eventi di tipo *screen-out* (insieme A)

LAT	LONG	DATA	ORA	m_b	M_s	VERA	CLASS-POST
-9,188	123,95	071219	061225,03	5,4	4,3	T	E
52,876	159,402	080117	153914,94	5,4	4,4	T	E
39,082	144,504	081214	202931,65	5,4	4,4	T	E
32,518	105,395	081209	185311,12	5,5	4,5	T	E
-6,061	103,508	081217	160658,15	5,6	4,6	T	E
-4,574	129,500	080601	103328,30	5,8	5,1	T	E
67,698	141,276	080622	235630,03	6,1	5,6	T	E
-8,158	128,644	080213	195846,13	6,4	6,1	T	E

Tabella 3.5: Parametri degli eventi mal classificati

	E	T
Minimo	0.0000	0.1947
Primo quartile	0.0000	0.9862
Mediana	0.0019	0.9980
Media	0.0278	0.9722
Terzo quartile	0.0138	0.9997
Massimo	0.8053	1.0000

Tabella 3.6: Distribuzione della probabilità a-posteriori nei due gruppi

In tabella 3.6 si riporta la sintesi statistica della distribuzione di probabilità; tale sintesi prevede la divisione della distribuzione in quartili (il primo quartile è il valore per cui la frequenza cumulata vale 0.25, il secondo quartile è la mediana, il terzo quartile è il valore per cui la frequenza cumulata vale 0.75).

Analizzando i valori delle probabilità a-posteriori stimate per l'insieme A, (tabella 3.6), cioè la probabilità per ciascuna unità di appartenere ai due gruppi una volta che questi sono stati precedentemente identificati, e quelli della tabella 3.4, si può ritenere che tale attribuzione sia abbastanza certa, ovvero che classificando questi eventi come terremoti si commette un errore con una probabilità molto bassa, 1%.

I grafici in figura 3.4 (A e B), mostrano l'andamento della probabilità a-posteriori stimate nei due gruppi, per l'insieme di eventi, congiuntamente al valore delle probabilità a-priori che in ciascun gruppo sono state poste a 0.5. Vale la pena spendere qualche riga per sottolineare l'importanza della presenza della probabilità a-priori.

Tale probabilità è stata posta a priori a 0.5, in modo tale che dato un evento da analizzare, questo abbia la stessa probabilità iniziale di essere discriminato come esplosione o come terremoto. Il valore di tale probabilità non è però fisso ma può essere variato; nell'ambito del metodo, infatti, è stata presa in considerazione una richiesta specifica pervenuta dall'organo decisionale, ovvero il poter personalizzare la discriminazione secondo conoscenze che esulano dalla fisica, ad esempio operazioni di “*intelligence*” etc. L'interscambio scienziato/politico rappresenta una novità rispetto agli attuali metodi di discriminazione, in quanto permette di affiancare a

parametri prettamente fisici altri che dipendono da fattori esterni ma di assoluta importanza per questo contesto.

Ricordiamo infatti, che nel caso di esito negativo dell'ispezione, effettuata da una squadra di esperti internazionali mediante attrezzature di proprietà del CTBTO, lo Stato promotore della richiesta è tenuto al pagamento di tutte le spese collegate all'ispezione stessa.

A titolo di esempio, per evidenziare come il valore della probabilità a-priori influenzi la discriminazione, sono state effettuate quattro simulazioni con rispettivo valore a-priori pari a 0.8, 0.7, 0.3, 0.2. Per tali simulazioni, le classificazioni stimate sono mostrate nelle tabelle 3.7_A, 3.8_A, 3.9_A e 3.10_A, mentre le sintesi statistiche nelle rispettive tabelle _B.

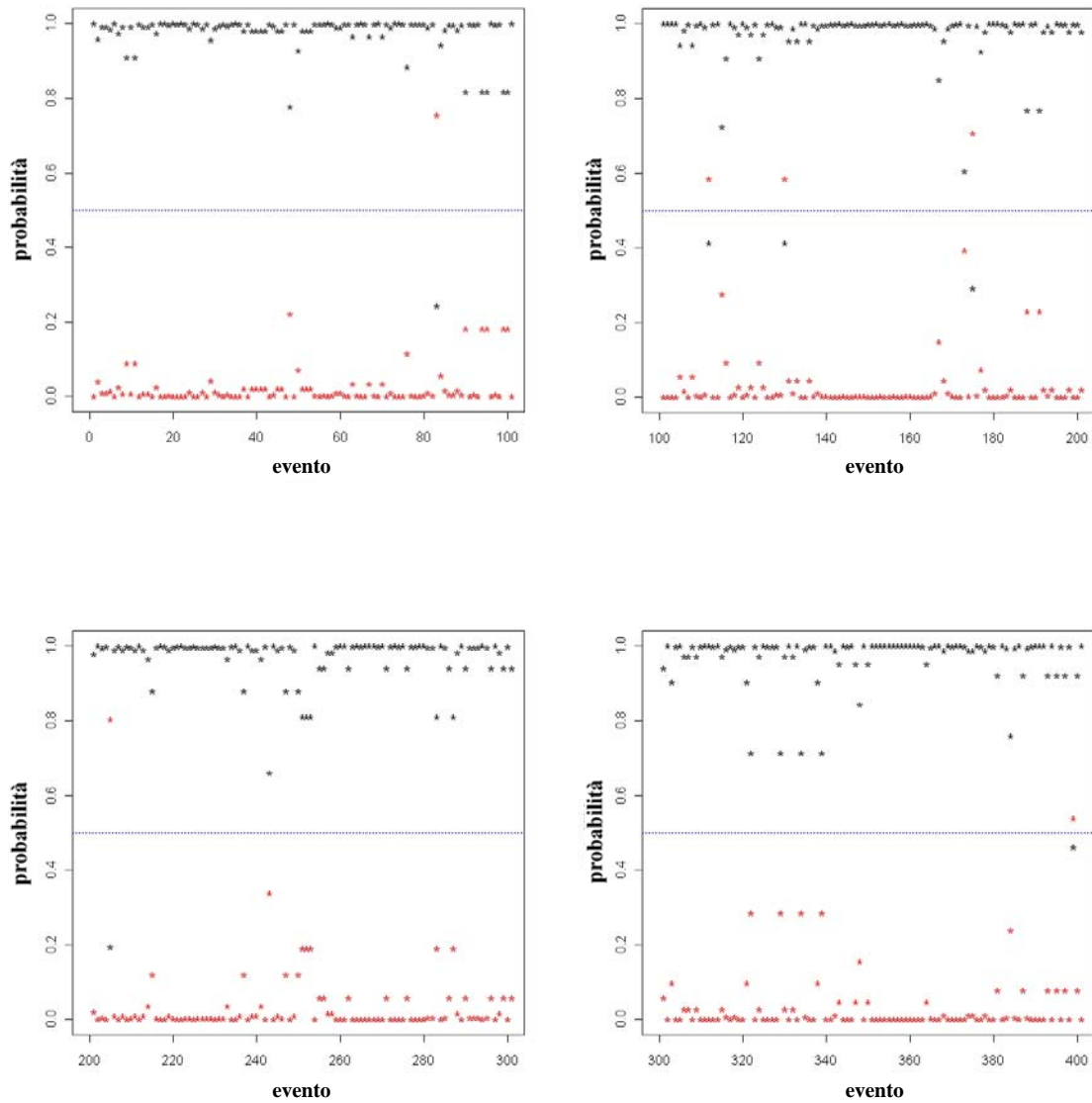


Figura 3.4_A: Andamento delle probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione per il primo insieme di eventi incerti (esplosioni indicate con * e terremoti indicati con *) e probabilità a-priori di appartenenza nei due gruppi (linea blu tratteggiata)

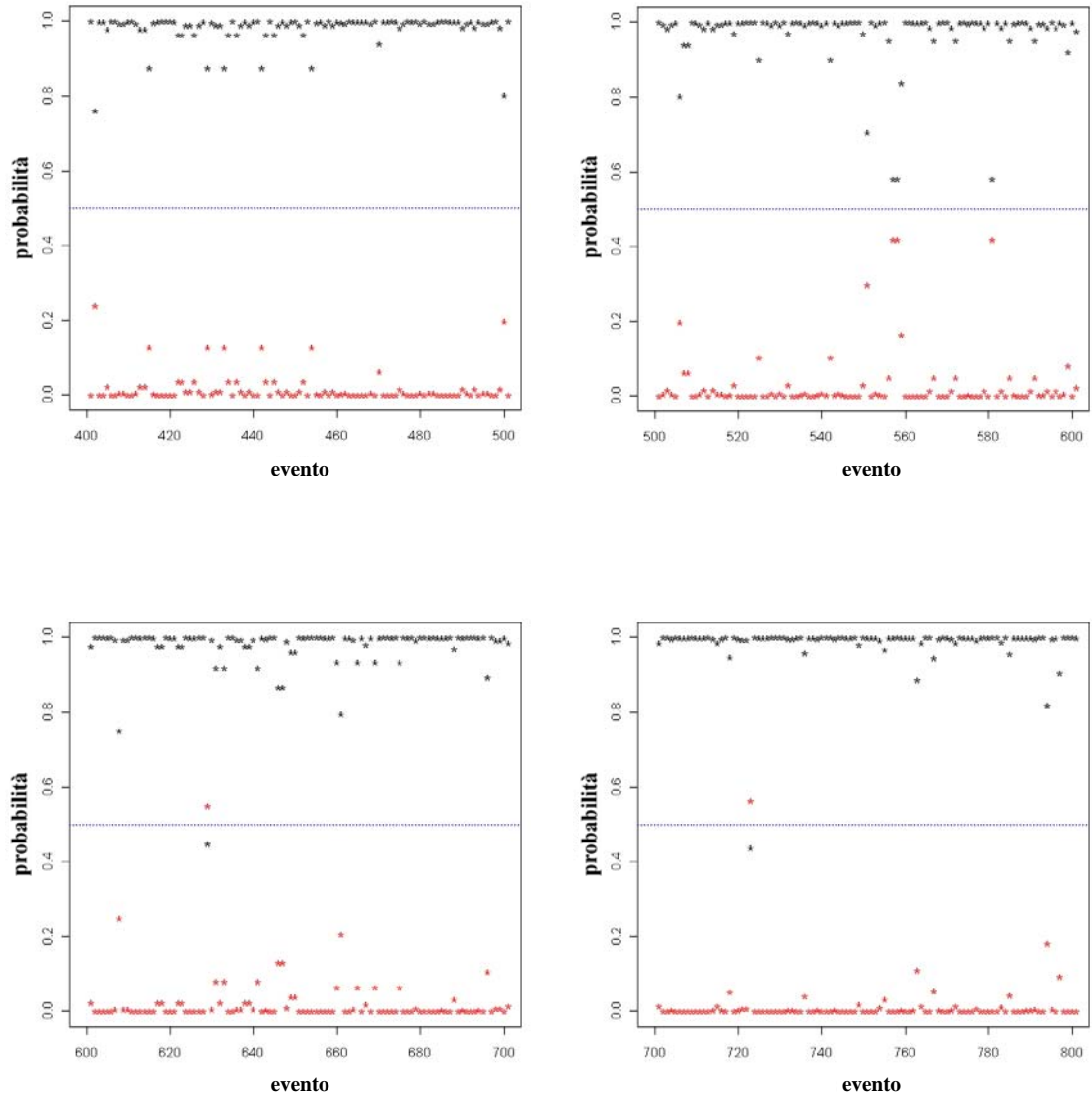


Figura 3.4_B: Andamento delle probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione per il primo insieme di eventi incerti (esplosioni indicate con * e terremoti indicati con *) e probabilità a-priori di appartenenza nei due gruppi (linea blu tratteggiata)

Probabilità a priori: Esplosione=0.8, Terremoto=0.2	
Classificazione Stimata	
E	T
26	780

Tabella 3.7_A: Classificazione stimata con probabilità a priori 0.8 per le esplosioni

	E	T
Minimo	0.000002	0.05699
Primo quartile	0.001084	0.94713
Mediana	0.009100	0.99209
Media	0.070500	0.92950
Terzo quartile	0.052870	0.99892
Massimo	0.943001	1.00000

Tabella 3.7_B: Distribuzione della probabilità a-posteriori nei due gruppi con probabilità a priori 0.8 per le esplosioni

Probabilità a priori: Esplosione=0.7, Terremoto=0.3	
Classificazione Stimata	
E	T
13	793

Tabella 3.8_A: Classificazione stimata con probabilità a priori 0.7 per le esplosioni

	E	T
Minimo	0.000001	0.09388
Primo quartile	0.000632	0.96846
Mediana	0.004630	0.99537
Media	0.501200	0.94988
Terzo quartile	0.031540	0.99937
Massimo	0.906100	1.00000

Tabella 3.8_B: Distribuzione della probabilità a-posteriori nei due gruppi con probabilità a priori 0.7 per le esplosioni

Probabilità a priori: Esplosione=0.3, Terremoto=0.7	
Classificazione Stimata	
E	T
3	803

Tabella 3.9_A: Classificazione stimata con probabilità a priori 0.3 per le esplosioni

	E	T
Minimo	0.000000	0.3607
Primo quartile	0.000116	0.9941
Mediana	0.000853	0.9991
Media	0.014560	0.9854
Terzo quartile	0.005946	0.9999
Massimo	0.639300	1.0000

Tabella 3.9_B: Distribuzione della probabilità a-posteriori nei due gruppi con probabilità a priori 0.3 per le esplosioni

Probabilità a priori: Esplosione=0.2, Terremoto=0.8	
Classificazione Stimata	
E	T
1	805

Tabella 3.10_A: Classificazione stimata con probabilità a priori 0.2 per le esplosioni

	E	T
Minimo	0.000000	0.4916
Primo quartile	0.000068	0.9965
Mediana	0.000498	0.9995
Media	0.009339	0.9907
Terzo quartile	0.003477	0.9999
Massimo	0.508400	1.0000

Tabella 3.10_B: Distribuzione della probabilità a-posteriori nei due gruppi con probabilità a priori 0.2 per le esplosioni

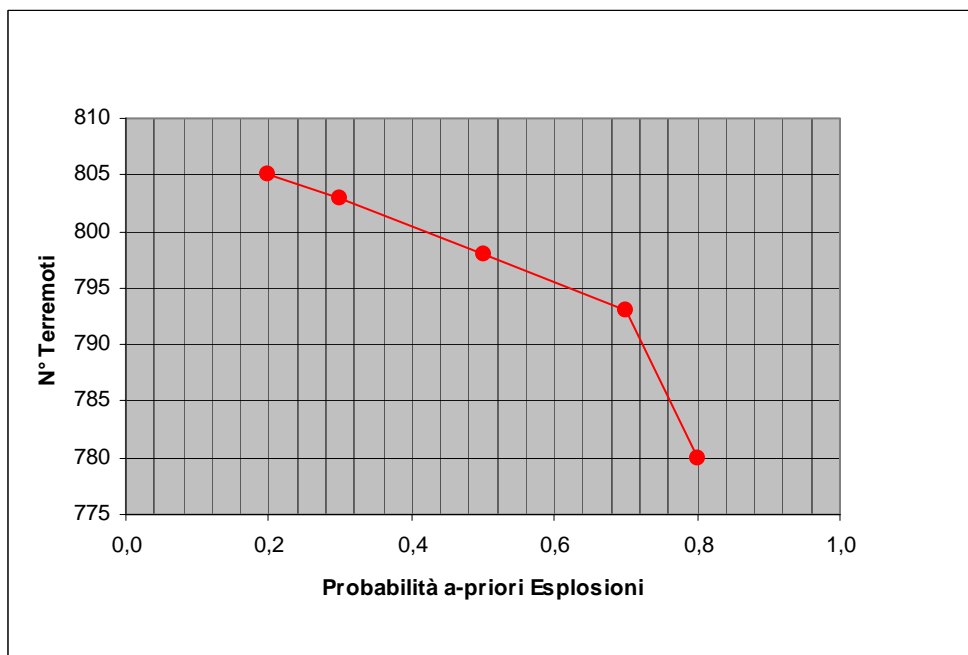
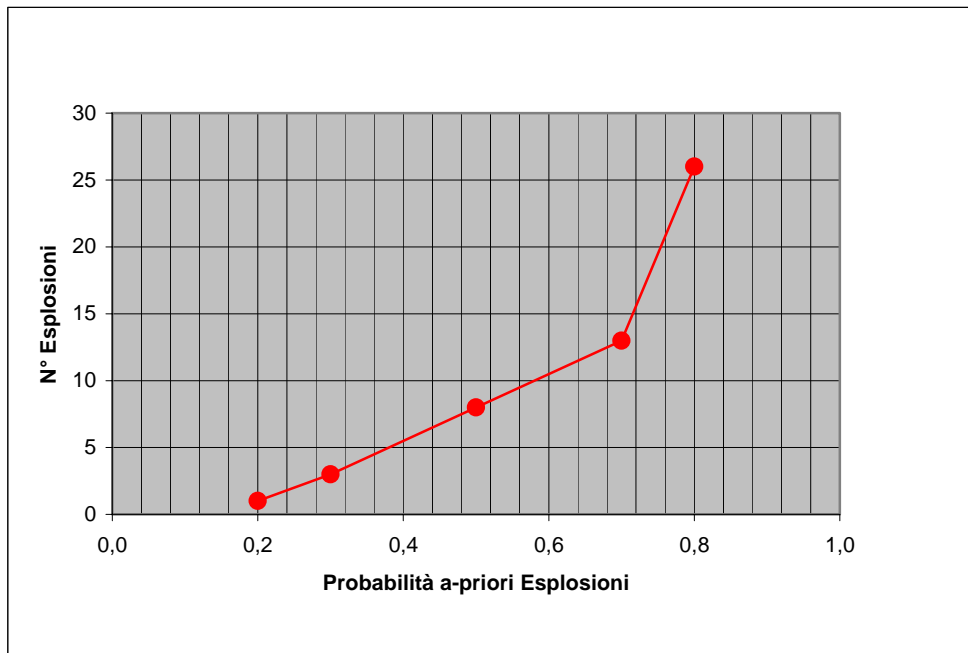


Figura 3.5: Andamento delle classificazioni stimate per le esplosioni (sopra) e per i terremoti (sotto) in funzione delle probabilità a-priori

3.3.2 *Classificazione di un insieme di eventi non screen-out*

Il secondo insieme di dati considerato è costituito da 42 eventi, nello specifico eventi non *screen-out* nell'intervallo temporale che va dal 2003-01-01 al 2003-01-15.

Sulla base della regola discriminante ottenuta nel paragrafo precedente, gli eventi vengono classificati secondo quanto riportato in tabella 3.11.

		Classificazione stimata	
		E	T
Classificazione vera	?	1	41

Tabella 3.11: Classificazione eventi di tipo *non screen-out* (insieme B)

L'evento che viene classificato come esplosione è il seguente:

SITO	LAT	LONG	DATA	ORA	m_b	M_s
Kermadec Islands	-33,9897	-178,298	030105	001224,63	5,1	3,3

Tabella 3.12: Parametri evento classificato come esplosione

	E	T
Minimo	0.000004	0.3787
Primo quartile	0.000022	0.9986
Mediana	0.000175	0.9998
Media	0.017500	0.9825
Terzo quartile	0.001399	1.0000
Massimo	0.621300	1.0000

Tabella 3.13: Distribuzione della probabilità a-posteriori nei due gruppi

Così come nel caso precedente, analizzando i valori delle probabilità a-posteriori stimate per l'insieme (tabella 3.13), cioè la probabilità per ciascuna unità di appartenere ai due gruppi una volta che questi sono stati precedentemente identificati, ed i valori della tabella 3.11, si può ritenere che tale attribuzione sia abbastanza certa, ovvero che classificando questi eventi come terremoti si commette un errore con una probabilità molto

bassa, ovvero del 2,4%.

Il grafico in figura 3.6 mostra l'andamento della probabilità a-posteriori stimate nei due gruppi, per l'insieme di eventi, congiuntamente al valore delle probabilità a-priori che in ciascun gruppo sono state poste a 0.5.

Il grafico di figura 3.7 invece mostra gli intervalli di confidenza per la probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione.

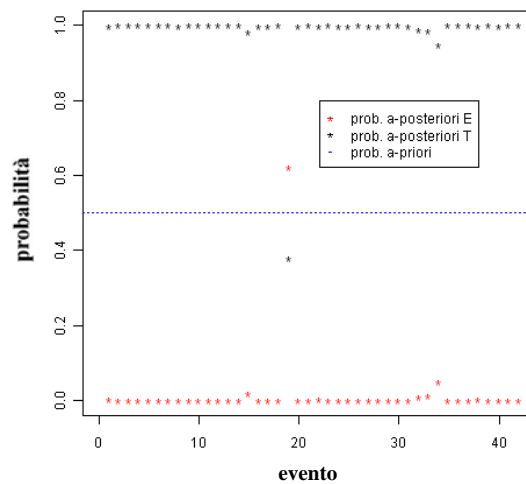


Figura 3.6: Probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione (esplosioni indicate con * e terremoti indicati con *) e probabilità a-priori di appartenenza nei due gruppi pari ad 0.5 (linea blu tratteggiata)

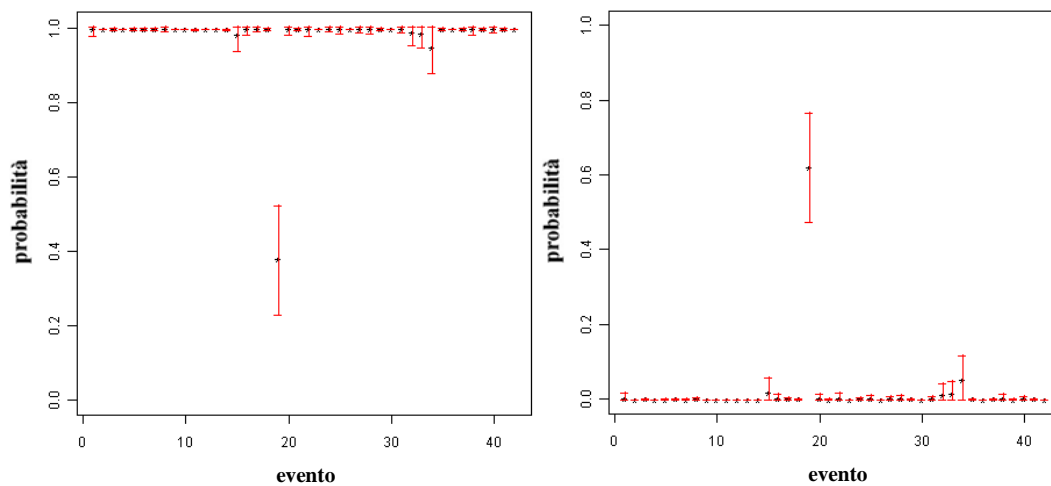


Figura 3.7: Intervalli di confidenza asintotici al 95% per le probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione (terremoti a sinistra ed esplosioni a destra)

3.4 Analisi discriminante come metodo di verifica su dati regionali

Il metodo analisi discriminante è stato utilizzato anche come metodo di verifica dei dati sperimentali ricavati dai “filtraggi regionali”.

Il problema è stato quindi trattato anche su basi matematiche oggettive.

Si fa notare come l’IDC lavori invece su basi totalmente empiriche; il tentativo è stato quindi quello di mettere a punto un’ottimizzazione, lavorando su basi intuitive, ma seguendo regole matematiche rigorose.

La procedura adottata è stata la seguente.

Gli eventi presi in considerazione sono gli stessi indicati nel paragrafo 2.4 (capitolo 2). Ricordiamo che si tratta di eventi distribuiti casualmente sull’intero globo, per l’anno 2008, registrati dalle stazioni della rete IMS a distanza regionale, che hanno permesso una lettura del segnale sia per le onde P che per le onde di Rayleigh (ovviamente usando il filtro (0.08-0.16) Hz).

I parametri sperimentali degli eventi, sono tutti riportati nella tabella 2.4 del capitolo 2.

In tabella 3.14 sono riportati i risultati ottenuti applicando l’analisi discriminante come metodo indipendente, mentre nelle figure (3.8-3.11) sono stati riportati alcuni dei segnali registrati degli eventi presi in esame come dati regionali.

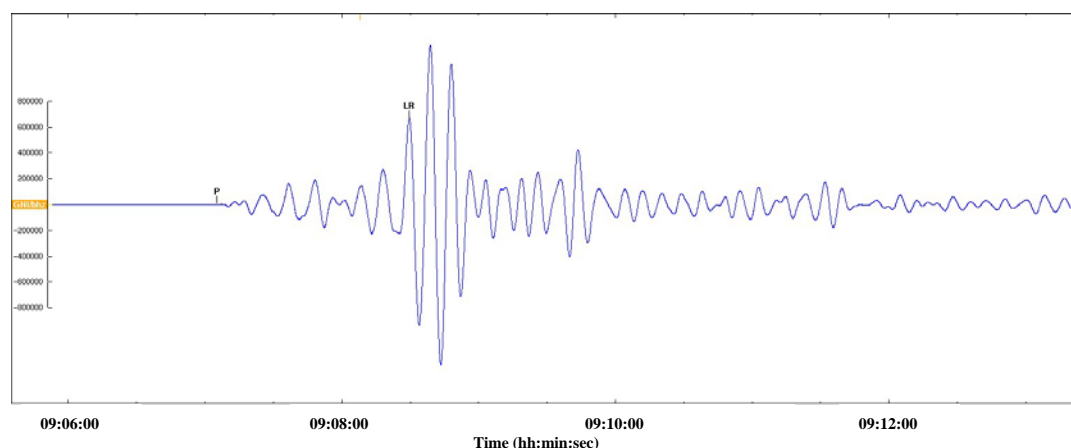


Figura 3.8: Caucasus 2008/10/11, registrazione alla stazione GNI filtrata nell’intervallo (0.08-0.16) Hz

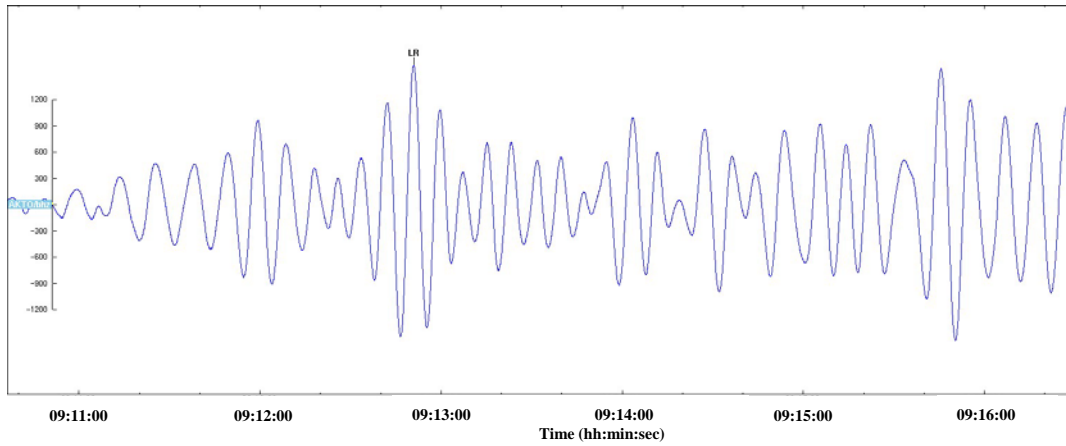


Figura 3.9: Caucasus 2008/10/11, registrazione alla stazione AKTO filtrata nell'intervallo (0.08-0.16) Hz

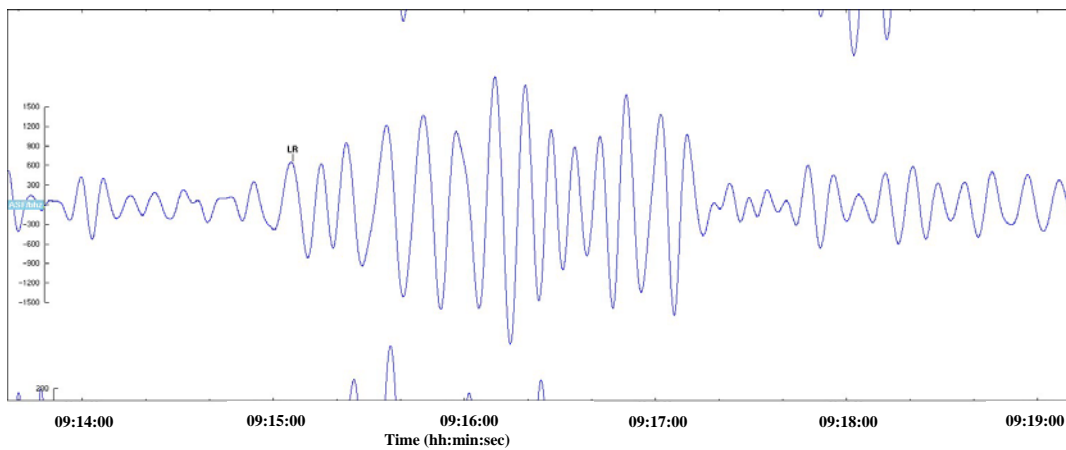


Figura 3.10: Caucasus 2008/10/11, registrazione alla stazione ASF filtrata nell'intervallo (0.08-0.16) Hz

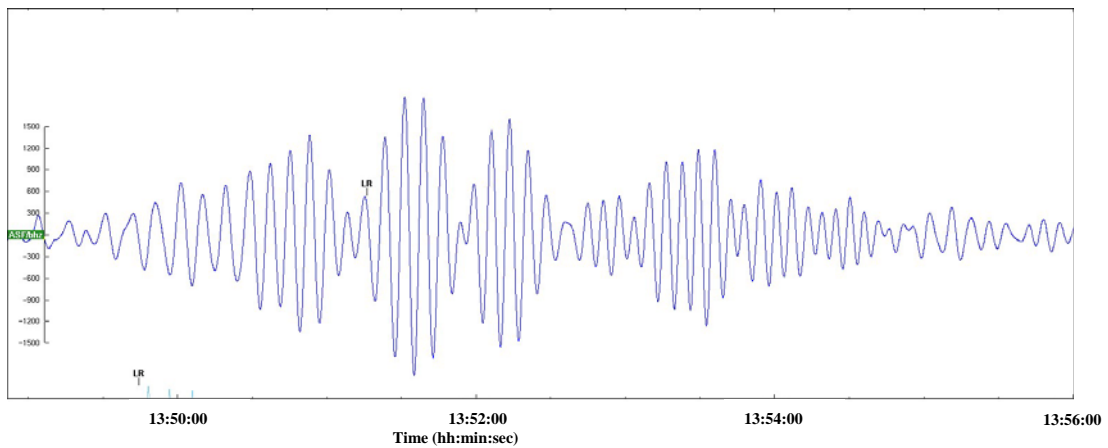


Figura 3.11: Iran 2008/12/07, registrazione alla stazione ASF filtrata nell'intervallo (0.08-0.16) Hz

	E	T
Minimo	0.0000	0.9919
Primo quartile	0.0000	0.9998
Mediana	0.0000	1.0000
Media	0.0010	0.9990
Terzo quartile	0.0002	1.0000
Massimo	0.0081	1.0000

Tabella 3.14 : Distribuzione della probabilità a-posteriori nei due gruppi

In figura 3.12 è mostrato l'andamento della probabilità a-posteriori stimate nei due gruppi, per l'insieme di eventi, congiuntamente al valore delle probabilità a-priori che in ciascun gruppo sono state poste a 0.5.

La figura 3.13 invece mostra gli intervalli di confidenza per la probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione.

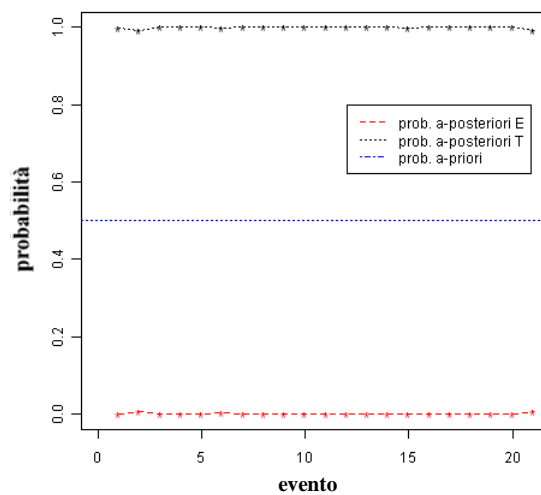


Figura 3.12: Andamento delle probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione e probabilità a-priori di appartenenza nei due gruppi pari ad 0.5 (linea blu tratteggiata)

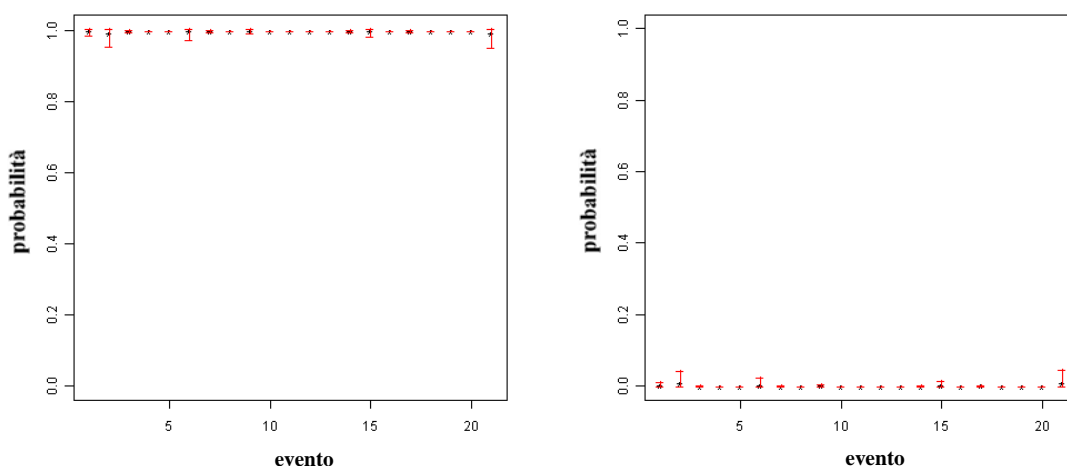


Figura 3.13: Intervalli di confidenza asintotici al 95% per le probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione (terremoti a sinistra ed esplosioni a destra)

3.5 Test nucleare del 2009-05-25 condotto dalla R.P.D. della Corea

Questa sezione vuole rappresentare solo una piccola parentesi riguardante l'evento esplosivo coreano del 2009-05-25, ed il contributo che questo lavoro ha fornito all'INGV per redigere la relazione tecnica inviata al Ministero degli Affari Esteri.

Parte del lavoro è stata già illustrata (anche se non direttamente), nel capitolo 2, e riguarda tutta l'analisi fatta nello studio dei segnali registrati (effettuando sia un'analisi regionale che non), determinando quindi, la localizzazione dell'evento, le magnitudo ed ovviamente applicando il metodo dell'analisi discriminante.

Brevemente si riporta l'esito di tale analisi.

In tabella 3.15 sono state riportate le stazioni considerate, le magnitudo misurate ad ognuna di esse, ed il risultato della classificazione data dal metodo mentre in tabella 3.16 invece è riportata la sintesi statistica.

In figura 3.14 è mostrato l'andamento delle probabilità a-posteriori stimate nei due gruppi, per l'insieme di eventi, congiuntamente al valore delle probabilità a-priori, che in ciascun gruppo sono state poste a 0.5.

La figura 3.15 invece mostra gli intervalli di confidenza per la probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione. Gli intervalli rappresentati contengono al 95% il vero valore del parametro incognito (ovvero nel nostro caso la probabilità a-posteriori di essere o un evento naturale o un'esplosione). Infatti un limite della stima puntuale è legato al fatto che

tale procedura restituisce un solo valore nello spazio parametrico in cui è definito il nostro parametro incognito. Stimando gli intervalli di confidenza si riesce ad ottenere un'informazione aggiuntiva, che associa alle probabilità a-posteriori corrispondenti per ciascun evento precedentemente stimate, una regione dello spazio campionario che al 95% contiene il vero valore di tali probabilità che comunque restano i parametri incogniti oggetto della procedura inferenziale.

	STAZIONE	DISTANZA (°)	m_b	M_s	CLASSIFICAZIONE
1	USRK (Russia)	3.61	5.2	3.1	E
2	KSRS (R. della Corea)	3.97	5.6	2.7	E
3	JNU (Giappone)	8.30	5.3	2.8	E
4	JKA (Giappone)	10.36	4.7	2.8	E
5	SONM (Mongolia)	17.37	4.5	3.8	T
6	MKAR (Kazakhstan)	33.65	4.8	3.0	E
7	ILAR (USA)	51.14	5.1	3.6	E

Tabella 3.15: Stazioni di rilevazione, magnitudo relative e rispettiva classificazione

	E	T
Minimo	0.001111	0.00000
Primo quartile	0.949870	0.000202
Mediana	0.973626	0.02637
Media	0.839153	0.160800
Terzo quartile	0.999798	0.050130
Massimo	1.000000	0.998900

Tabella 3.16: Distribuzione della probabilità a-posteriori nei due gruppi

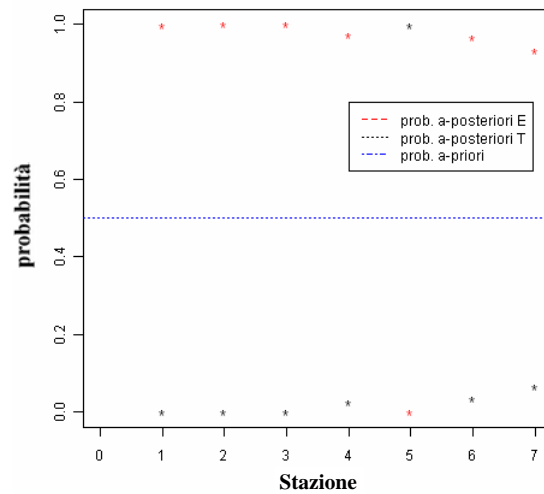


Figura 3.14: Andamento delle probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione e probabilità a-priori di appartenenza nei due gruppi pari ad 0.5 (linea blu tratteggiata)

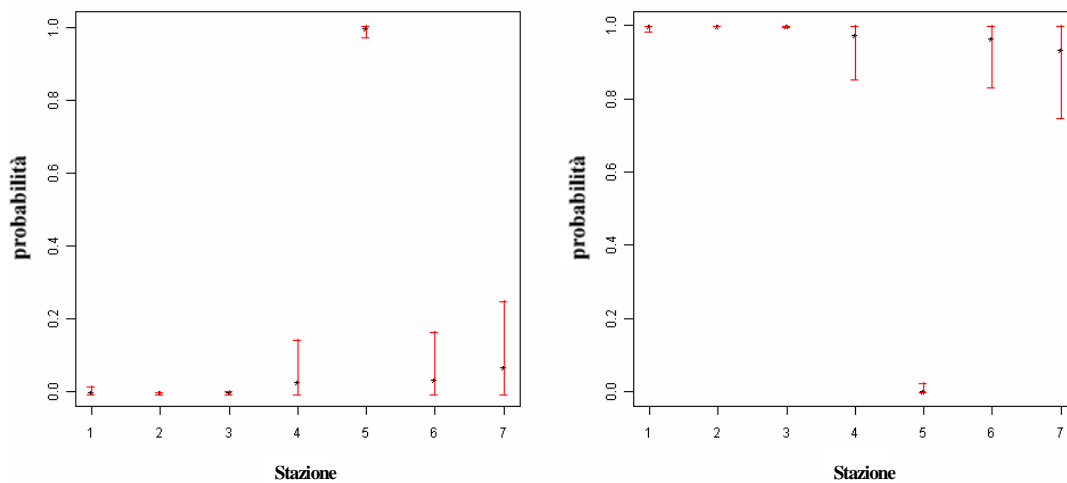


Figura 3.15: Intervalli di confidenza asintotici al 95% per le probabilità a-posteriori nei due gruppi di classificazione (terremoti a sinistra ed esplosioni a destra)

Il risultato ottenuto dall'applicazione dell'analisi discriminante all'evento coreano, è stato ottimo; l'analisi infatti, non solo ha fornito come risultato l'evento classificato come esplosione da ben sei stazioni su sette, ma ha permesso, per l'unica che lo ha classificato come terremoto, (stazione SONM), di rilevare una possibile mal calibrazione o un errata messa a punto (cosa discussa anche nell'ambito del Gruppo di lavoro B della CTBTO).

3.5.1 Determinazione dei parametri di sorgente

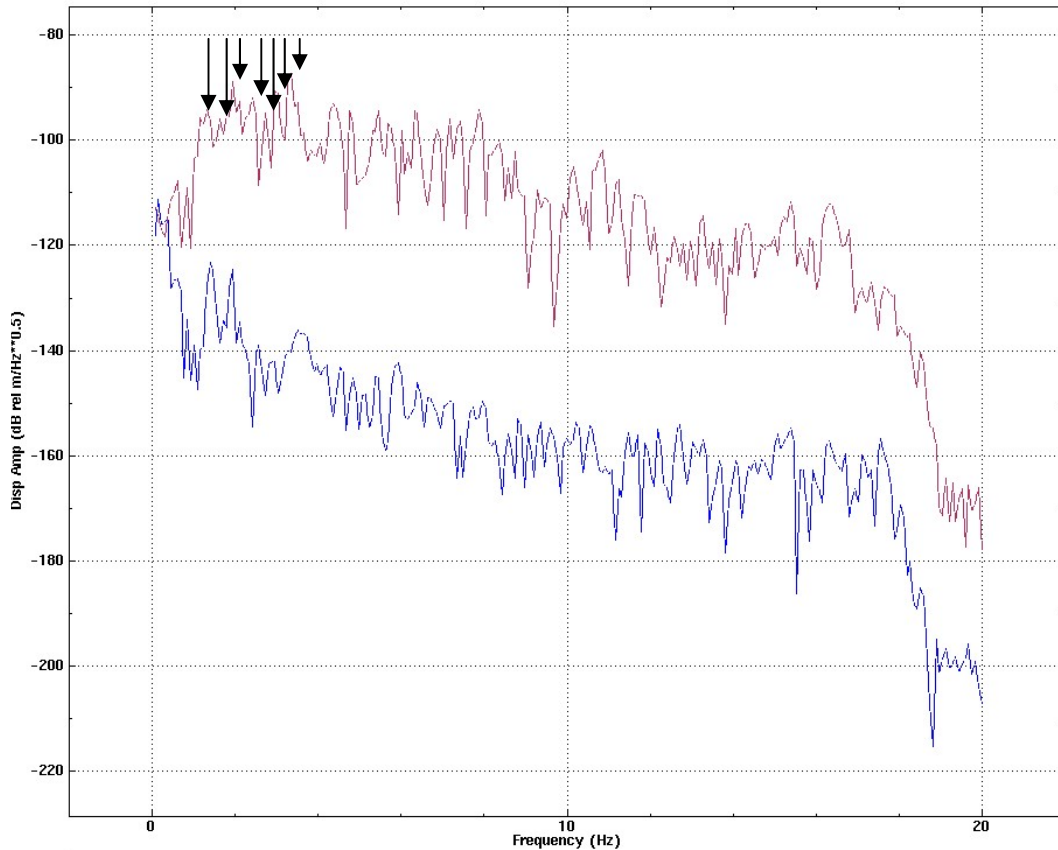


Figura 3.16: Spettro in frequenza del segnale esplosivo coreano del 29-05-2009 registrato dalla stazione USRK

Un'ulteriore analisi fatta sull'evento esplosivo coreano del 29-05-2009, è stata quella riguardante lo studio dello spettro in frequenza del segnale registrato dalla stazione USRK, e dall'analisi di quest'ultimo, nel tentativo di fornire una stima del valore di durata della pressione nella cavità dove si presume che l'esplosione sia avvenuta (Caputo, 1981).

La determinazione dei parametri di sorgente, può essere facilmente fatta utilizzando la densità dello spettro osservata. La densità dello spettro del segnale registrato alla distanza r è

$$\left| \frac{D}{\pi\omega} \sin \frac{\pi b}{2} S_s(r, \omega) S_i(\omega) \right| \quad (3.27)$$

dove D rappresenta l'ampiezza di pressione, b la durata dell'esplosione contenuta in una sfera di raggio r_1 , $S_i(\omega)$ la risposta dello strumento, S_s lo spettro di Fourier.

Dalla (3.27) si ottiene

$$S_s(0) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left[\frac{D}{\pi\omega} \sin \frac{\pi b}{2} S_s(r, \omega) \right] = \frac{Dbr_1^3}{8r^2 \mu\pi} \quad (3.28)$$

la quale fornisce una relazione tra D e b assumendo λ, μ, α e r conosciuti, mentre r_1 determinato dalle relazioni

$$r_1^3 = 10^6 y, \quad y = 10^{1.1m_b - 4.4} \quad (CCD, 1978), \quad (3.29)$$

dove y è il rendimento in chilotoni e m_b è la magnitudo dell'onda di volume. Il valore di b può essere ottenuto osservando che i massimi dello spettro di densità dato dalla (3.27) sono separati di $\frac{2\pi}{b}$. Segue che

$$b = 2\pi / \langle (\omega_{i+1} - \omega_i) \rangle. \quad (3.30)$$

Sostituendo la (3.30) nella (3.28) si ottiene il parametro D .

Stazione USRK	
$\Delta = 3.61^\circ$	$r = 403000 \text{ m}$
$m_b = 5.2$	$r_1 = 275 \text{ m}$
$b = 2.1 \text{ s}$	$S_s(0) = -110 \text{ db rel m/Hz}$
$\mu = 3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}$	

Tabella 3.17: Parametri sperimentali determinati per la stazione USRK

CONCLUSIONI

Il lavoro affrontato in questa tesi di dottorato è stato strutturato in due fasi, entrambe con un unico obiettivo: il tentativo di migliorare la discriminazione fra le esplosioni nucleari sotterranee ed i terremoti.

I problemi incontrati sono stati diversi, quasi tutti riconducibili alla difficoltà di reperire i dati esplosivi del passato e non, e successivamente all'impossibilità di poterli utilizzare con i metodi di analisi disponibili.

La prima fase del lavoro, fisica e sperimentale, ha riguardato il tentativo di estensione all'ambito regionale del criterio $m_b : M_s$ o meglio di una sua variante, utilizzando direttamente i valori delle ampiezze delle onde superficiali, prescindendo dal calcolo delle magnitudo M_s . Il discriminante finora principalmente utilizzato presso la CTBTO è quello basato sul confronto tra l'ampiezza delle onde superficiali (Rayleigh) a 20 secondi di periodo e quelle delle onde di volume (P) sotto il secondo di periodo.

Data la scarsa visibilità delle onde di lungo periodo sui sismogrammi provenienti da terremoti ed esplosioni a bassa energia, l'idea innovativa è stata quella di utilizzare onde superficiali a periodi più bassi, nello specifico (6-12)s mediante un filtraggio da noi definito "regionale", di cui i sismogrammi a distanze regionali (entro alcune migliaia di km) sono particolarmente ricchi. Si è riusciti a valorizzare l'informazione contenuta nelle registrazioni sismiche superficiali rilevabili a tali distanze dalle sorgenti, e per questo particolarmente adatte all'analisi degli eventi di piccole dimensioni, come quelli costituiti dall'esplosione di cariche nucleari al di sotto di 1kt di potenza.

L'applicazione di tale idea ha quindi consentito di ottenere, in particolar modo per le stazioni vicine, un miglioramento nel segnale, una migliore determinazione dei valori di ampiezze e magnitudo; mediamente quindi si sono ottenuti buoni risultati ai fini della discriminazione.

L'analisi fatta ha poi permesso, forse per la prima volta con buona precisione, (sfruttando l'evento condotto dalla R.P.D. della Corea del 25-05-2009), di poter calibrare le rette decisionali $\log(A) = 1.18m_b + q_i$ in funzione della distanza.

La metodologia applicata a dati successivi, e chiaramente indipendenti dai precedenti, ha fornito buoni risultati discriminando correttamente eventi naturali al di sopra della retta decisionale. È altresì ovvio come l'applicazione del metodo di discriminazione regionale possa comportare un numero di stazioni di rilevazione sicuramente minore rispetto al caso di registrazioni telesismiche, e all'eventualità quindi di avere a disposizione un numero di dati utili minore; inoltre si fa notare come più che nei telesismi, sia importante conoscere le caratteristiche di sito, risposta, rumore di fondo etc. Di contro però, la forte sensibilizzazione politica di

questi ultimi anni ha portato e porterà un aumento delle “stazioni limitrofe” attorno alle cosiddette “aree calde” e quindi il grande vantaggio di poter rilevare un maggior numero di eventi anche di piccola entità.

La seconda fase elaborata in questo lavoro è stata la calibrazione e l'applicazione dell' Analisi Discriminante.

La messa a punto di tale tecnica e la sua successiva applicazione hanno fornito un supporto matematico oggettivo al lavoro svolto. Tale metodologia è stata ottimizzata come algoritmo indipendente di discriminazione, applicata ad un gruppo di eventi generici e ad un gruppo costituito dagli eventi non *screen-out*. Per entrambi i gruppi sono stati ottenuti ottimi risultati sempre in relazione alle attuali tecniche di *screening* utilizzate dalla CTBTO. L'ulteriore innovazione apportata poi è quella dell'introduzione delle probabilità a priori come mezzo matematico per recepire l'interscambio fra scienziati e politici, cosa fino ad ora non contemplata da nessuna metodologia di discriminazione.

L'applicazione dell'analisi discriminante ad uno specifico caso reale, ovvero all'evento esplosivo della R.P.D. della Corea del 25-05-2009, oltre all'aver fornito un grande supporto scientifico allo studio dell'evento, ha permesso anche di scoprire, (cosa poi discussa anche nell'ambito del Gruppo di Lavoro B della CTBTO) come nella rete IMS ci siano alcune stazioni che potrebbero essere mal calibrate o che comunque necessitano di una messa a punto, (vedi per esempio la stazione SONM del paragrafo 3.5).

Un'ulteriore importante caratteristica della tecnica qui sviluppata è quella di un tempo ridotto per l'elaborazione dei dati (rispetto ad altri metodi di discriminazione) e quindi la possibilità per l'utente di controllare immediatamente i risultati; tutto ciò può far sì che, nel caso di un evento giudicato sospetto, si effettui un'analisi molto più approfondita sfruttando anche la sinergia tra più tecniche di discriminazione.

Infine vale la pena sottolineare che la ricerca effettuata nel corso di questi tre anni ha portato all'individuazione e all'ottenimento di un congruo “*database*” di esplosioni nucleari mondiali; gli sviluppi successivi saranno quindi legati ad un'evoluzione del metodo di discriminazione regionale e dell'analisi discriminante, dettata per entrambi i casi da una migliore istruzione e calibrazione dei sistemi attraverso il maggior numero di dati.

Nel caso della discriminazione regionale poi, avendo a disposizione un numero maggiore di dati di aree specifiche, si ipotizza che si possa riuscire ad ottenere un'ottimizzazione dell'analisi attraverso la scelta di un filtro “puntuale specifico” per ogni area in esame, e quindi una retta decisionale molto più “locale”.

Di particolare rilevanza sono stati i dati acquisiti in occasione dei due *test* condotti nella Repubblica Popolare della Corea, rispettivamente il 2006-10-09 ed il 2009-05-25. E' stato possibile analizzare i dati, nonostante questi fossero soggetti a criteri di confidenzialità, grazie al ruolo svolto istituzionalmente dall'INGV. Tali *test* hanno rappresentato un rilevante

banco di prova per le metodologie discriminanti sviluppate nell'ambito della ricerca.

In particolare, l'evento del 2009 ha costituito un eccellente caso reale sul quale applicare la teoria consolidata negli ultimi anni di lavoro, tanto che i risultati ottenuti sono stati integrati all'interno della relazione riservata che l'INGV ha consegnato al Ministro degli Affari Esteri.

Al momento, l' NDC italiano adotta, tra le altre, tali procedure, applicandole sui dati provenienti dal sistema IMS, per i propri compiti istituzionali di verifica del Trattato.

Appendice A

1 Modelli di sorgenti dei terremoti

Come funzioni di sorgenti dei terremoti sono state considerate sei simulazioni dinamiche di terremoti considerate da Day (1979, 1982a, b). I perimetri finali di queste sei superfici di faglia sono schematizzati in figura A.1

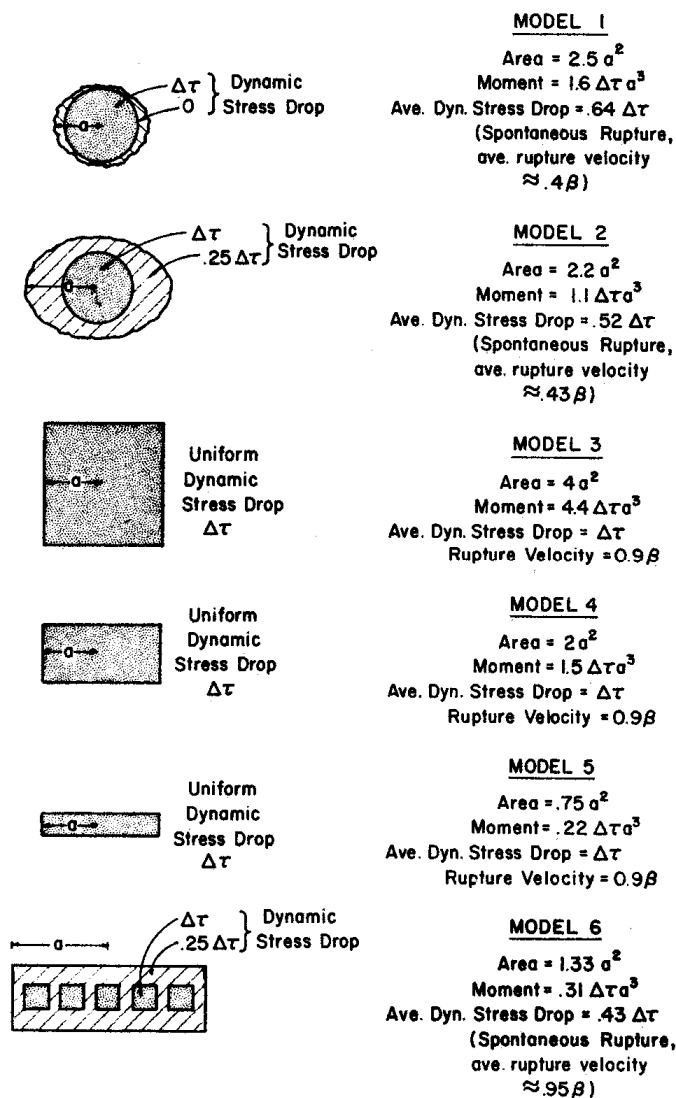


Figura A.1: Rappresentazione dei sei modelli di sorgenti di terremoti utilizzati. Con a si indica metà della lunghezza finale della faglia, la massima caduta di sforzo dinamico è $\Delta\tau$. (Stevens and Day, 1985)

I modelli 3, 4 e 5 sono casi di velocità di rottura costante in cui la rottura si sviluppa verso l'esterno circolarmente dal centro della faglia con velocità pari al 90% della velocità β dell'onda superficiale e si arresta bruscamente nel perimetro descritto. I modelli 1, 2 e 6 invece rappresentano casi di rottura spontanea. Il rilascio dello *stress* dinamico, dato dalla differenza tra il *pre-stress* di taglio e lo *stress* d'attrito di scorrimento sulla faglia, è descritto da variazioni finite nel piano di faglia (figura A.1), con $\Delta\tau$ rappresentante il suo massimo valore. I modelli 1 e 2 rappresentano concentrazioni isolate dello stress, mentre il modello 6 rappresenta un assemblaggio di cinque concentrazioni discrete di stress. I perimetri finali di faglia per i modelli 1 e 2 non sono considerati nei calcoli; piuttosto si fa notare come il fronte di rottura decelera e si ferma nella posizione mostrata in figura alla fissata disomogeneità dello stress. Per il modello 6, la crescita della rottura nel perimetro rettangolare è interrotta da un salto prescritto nella resistenza di taglio (figura A.1).

Verranno trattate ora le caratteristiche spettrali, (spettri dello spostamento delle onde P e S , e la storia temporale) di questi sei modelli di faglia studiandoli nel caso di campo lontano. La figura A.2 mostra che, per una data orientazione della faglia, la radiazione sismica dipende sia dall'angolo di *takeoff* sia dall'azimuth. I risultati riportati in figura A.2 si riferiscono, in ciascun caso, a faglie inverse con orientazione 45° ed azimuth di $\pm 90^\circ$ rispetto la direzione di faglia. Gli angoli di *takeoff* θ sono quelli appropriati per provocare onde telesismiche ad una distanza di circa 38° ($\theta = 27^\circ$ per le onde P , $\theta = 15^\circ$ per le onde S).

In figura A.2 sono mostrati anche gli scarti quadratici medi (*rms*) dello spettro, "mediati", per le onde P ed S (sugli angoli di *takeoff* θ e angoli azimutali ϕ). Gli spettri *rms* medi infatti sono più semplici che gli spettri singoli, poiché le sfere focali mediate rimuovono buchi spettrali presenti per i singoli raggi. Questi indicano come queste differenze nelle figure medie spettrali tra le onde P e le onde S siano sorprendentemente piccole, specialmente per i casi di rottura spontanea. La loro regolarità rende gli spettri *rms* particolarmente utili per effettuare valutazioni spettrali della magnitudo dell'onda di volume, come sarà fatto in un paragrafo successivo. In altro modo, le effettive magnitudo dell'onda di volume sono misure nel dominio del tempo ricavate da un segmento corto del treno dell'onda e gli effetti di fase possono essere abbastanza importanti, particolarmente per forme d'onda complesse come quella irradiata dal modello 6.

Nel capitolo 1 sono stati utilizzati anche il singolo spettro (fase e ampiezza), in combinazione con metodi dei sismogrammi teorici, per effettuare valutazioni di m_b delle nostre sorgenti nel dominio del tempo.

Lo spettro e l'evoluzione temporale rappresentati in figura A.2 non sono in scala. Quando si costruiscono le stime delle magnitudo spettrali e delle

magnitudo nel dominio del tempo, è necessario ridurre ciascuna funzione di sorgente per vari valori della lunghezza di faglia a e rilascio dello *stress* $\Delta\tau$. Le assunzioni implicite in tale riduzione sono descritte da Day (1982). In breve, si deve assumere che le seguenti quantità:

- (1) rapporto di Poisson del mezzo elastico nella sorgente
- (2) rapporto tra la resistenza di taglio della faglia e il rilascio dello stress dinamico
- (3) rapporto tra l'energia totale di frattura e l'energia totale di deformazione rilasciata

siano invarianti con la dimensione della sorgente e con il rilascio dello *stress*. Con queste assunzioni la storia della rottura resta costante al variare della dimensione della faglia.

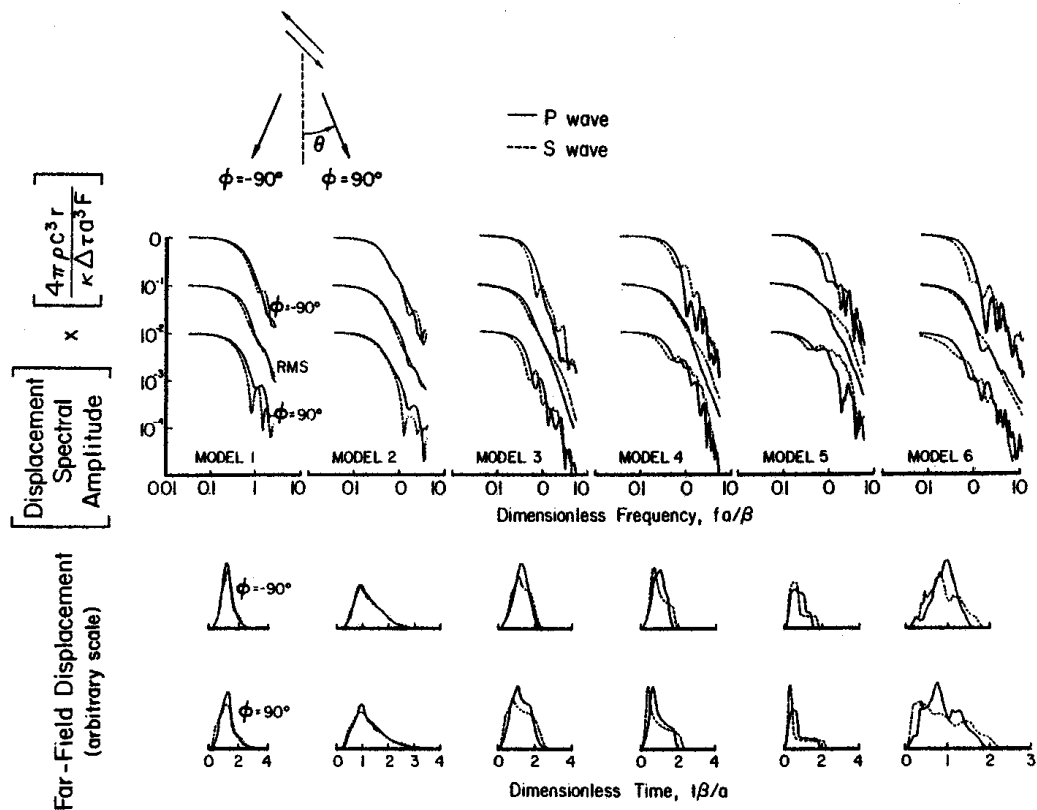


Figura A.2: Spettri di spostamento nel campo lontano e corrispondenti forme d'onda per due valori di azimuth nel caso delle sei sorgenti di terremoto (Stevens and Day, 1985)

Come indicato in figura A.2, le ordinate spettrali sono inversamente proporzionali al rilascio dello *stress* e al cubo della lunghezza di faglia e direttamente proporzionali al cubo della velocità dell'onda nel mezzo alla sorgente, mentre la frequenza varia in maniera inversamente proporzionale alla lunghezza e direttamente proporzionale alla velocità dell'onda nel mezzo alla sorgente. Per i calcoli successivi si fisseranno le velocità dell'onde *P* e *S* nella regione di sorgente del terremoto rispettivamente a 6 e 3.5 km/s, la densità a 2.7 g/cm³, (valori appropriati per il granito e per profondità media della crosta). Salvo indicazione contraria, $\Delta\tau$ sarà fissato a 100 bar (10MPa). Questo valore implica un rilascio medio dello *stress* compreso tra 43 e 100 bar, come mostrato nel capitolo 1, figura 1.1. Con le velocità ed il rilascio dello stress mantenuti costanti è applicabile una semplice riduzione in base alla radice cubica: nel caso di un cambiamento delle dimensioni della faglia che cambia il momento del terremoto di un fattore *s*, lo spettro $A(f)$ si trasforma secondo la relazione $A'(f) = sA(fs^{1/3})$.

2 Modelli di sorgenti esplosive

Nel caso delle sorgenti esplosive sono stati considerati due modelli. Al primo appartengono simulazioni alle differenze finite di esplosioni sotterranee unidimensionali (simmetria sferica) effettuate in materiali geologici differenti. Nello specifico il calcolo in sale si riferisce a un modello di esplosioni di tipo SALMON (potenza di 5.3 kt). Il calcolo in granito saturo si riferisce a un modello di esplosioni PILED RIVER (potenza di 60 kt). Il tufo invece è il tipico materiale del sito del Nevada (NTS). Il granito asciutto è invece un caso tipico di esplosione francese nella regione Hoggar del Sahara.

Per fare le stime dello spettro della magnitudo e del dominio del tempo dei sei sismogrammi sintetici si farà uso del potenziale ridotto della velocità $\dot{\Psi}(\omega)$ (figura A.3).

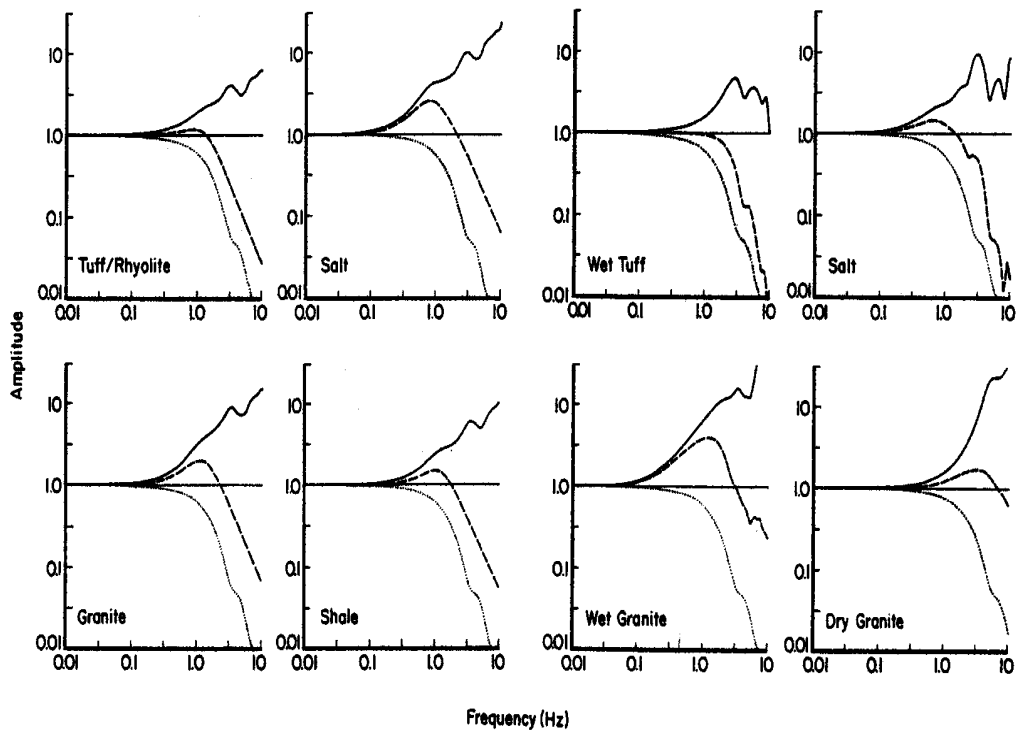


Figura A.3: Spettri dei modelli di sorgente esplosiva, caso numerico ed empirico (Stevens and Day, 1985)

Il potenziale ridotto della velocità può essere adattato ad una potenza arbitraria. Il raggio elastico dell'esplosione varia proporzionalmente con la radice cubica della potenza. Sebbene questa legge di scala riduzione possa essere applicata per qualunque valore di potenza, i calcoli numerici sono stati effettuati per un valore fissato della pressione litostatica. In generale, le grandi esplosioni sono più profonde che le piccole esplosioni; così che la riduzione per $\dot{\Psi}$ può non essere applicabile ad esplosioni per tutti i valori di potenza.

Per il secondo modello di sorgenti esplosive verrà utilizzato il modello empirico di sorgenti di Mueller e Murphy (1971, vedi appendice C). Questo modello adotta una legge di scala sia con la profondità che con la potenza (W). Conseguenza principale di questa dipendenza con la profondità è che il raggio elastico dell'esplosione varia approssimativamente come $W^{1/5}$ invece di $W^{1/3}$, fatto dovuto all'aumento della pressione litostatica. Il potenziale ridotto di velocità utilizzato è quello di Mueller-Murphy per esplosioni in sale, granito, argilla, tufo e riolite. In tabella A.1 sono riportate le proprietà dei mezzi materiali di sorgente per otto sorgenti esplosive (α è la velocità delle onde di compressione, β è la velocità dell'onda di taglio e ρ è la densità). Il potenziale ridotto di velocità nel limite di lungo periodo, Ψ_{∞} , ed il momento M_0 (definito da $M_0 = 4\pi\rho\alpha^2\Psi_{\infty}$) sono calcolati, per

ciascuna sorgente “scalata” a 100 kt . Per sorgenti di Mueller-Murphy, la profondità e la pressione litostatica sono funzioni della potenza, e sono state fissate per calcoli alle differenze finite.

Source	Depth (m)	α (m/s)	β (m/s)	ρ (kg/m ³)	Overburden Pressure, MPA	Moment, Nm	Ψ_c , m ³	Elastic Radius, m
Numerical Explosions (100 kt)								
Wet tuff	400	2400	1300	1915	8	$6,8 \cdot 10^{15}$	48,940	552
Wet granite	460	5350	2795	2650	12	$2,6 \cdot 10^{16}$	26,770	705
Dry granite	460	5350	2795	2650	12	$5,8 \cdot 10^{15}$	6,100	446
Salt	810	4550	2540	2200	18	$3,0 \cdot 10^{16}$	51,970	2573
Empirical Explosions (100 kt)								
Tuff/rhyolite	566	3500	2021	2000	11	$1,28 \cdot 10^{16}$	41,570	490
Granite	566	5500	3175	2550	14	$2,47 \cdot 10^{16}$	25,450	780
Salt	566	4670	2696	2200	12	$2,71 \cdot 10^{16}$	45,000	980
Shale	566	4320	2495	2350	13	$1,45 \cdot 10^{16}$	26,250	650

Tabella A.1 : Proprietà delle sorgenti esplosive con scala di 100 kt

Appendice B

FUNZIONE DELLA SORGENTE ESPLOSIVA DI MUELLER-MURPHY E LEGGI DI SCALA

Le leggi empiriche di scala di Mueller-Murphy permettono di esprimere la funzione temporale della sorgente per le esplosioni in materiali differenti come una funzione della potenza W e della profondità (Mueller-Murphy 1971, Murphy e Mueller 1971, Murphy 1977). Come regola generale, grandi esplosioni saranno più profonde. Ci si aspetta che la profondità scali approssimativamente come la radice cubica della potenza, ovvero

$$h \approx h_0 W^{\frac{1}{3}} \quad (\text{B1})$$

dove h è la profondità dell'esplosione, W è la potenza e h_0 è una costante empirica. Per la maggior parte dei materiali, $h_0 \approx 122 \text{ m}/kt^{\frac{1}{3}}$. Per la sorgente si considera una pressione impulsiva, della forma

$$P(t) = (P_0 e^{-\gamma t} + P_2) H(t)$$

applicata ad un raggio elastico R . I valori di P_0, P_2, γ e R sono dati da

$$P_1 = P_{10} h / h_0$$

$$R = R_0 (h_0 / h)^{\frac{1}{3}} W^{\frac{1}{3}}$$

$$P_2 = P_{20} (h_0 / h)^{\frac{1}{3}} (R_0 / R)^3 W^{0.87}$$

$$\gamma = \gamma_0 R_0 / R$$

$$P_0 = P_1 - P_2$$

In tabella B.1 sono riportati i valori delle costanti empiriche:

Costants	Tuff/Rhyolite	Granite	Salt	Shale	Units
h_0	122	122	122	122	meters
R_0	202	321	478	265	meters
γ_0	26	34	31	42	1/s
P_{10}	3.6	4.6	5.5	4.2	megapascals
P_{20}	5.0	2.4	0.8	2.5	megapascals
n	2.4	2.4	1.87	2.4	

Tabella B.1: Costanti empiriche di Mueller-Murphy

Il potenziale ridotto della velocità $\dot{\Psi}$ è dato da

$$\dot{\Psi}(\omega) = \left(\frac{P_0}{\gamma + i\omega} + \frac{P_2}{i\omega} \right) \frac{i\omega e^{i\omega R/\alpha}}{4\mu \omega_0^2 + i\omega_0\omega - [(\lambda + 2\mu)/4\mu] \omega^2}$$

dove α è la velocità dell'onda P , λ e μ sono le costanti elastiche di Lamè e $\omega_0 = \alpha/R$. Lo spettro della sorgente $M(\omega)$, che nel limite zero di frequenza che tende a zero è uguale al momento delle esplosioni, è definito come

$$M(\omega) = 4\pi\alpha^2\dot{\Psi}(\omega)$$

Nel limite di lungo periodo Ψ_∞ è dato da $P_2R^3/4\mu$. Si assume la profondità standard ridotta $h = h_0W^{\frac{1}{3}}$,

$$\Psi_\infty = W^{0.76} (P_{20}R_0^3)/4\mu$$

N.B. Si fa notare che la profondità indicata nella (B1) è quella alla quale l'esplosione risulta completamente contenuta, e fornisce soltanto una vaga idea della profondità a cui potrebbe essere stata effettuata l'esplosione.

Appendice C

ECCITAZIONE DELLE ONDE SUPERFICIALI E DELLE ONDE DI VOLUME NELLE ESPLOSIONI E NEI TERREMOTI

Trattando le onde di volume con la teoria del raggio di Aki e Richards (2002), la dislocazione dell'onda P è espressa dalla relazione

$$u_q(\omega) = \frac{M_q(\omega)F_p}{4\pi(\rho\rho_q\alpha\alpha_q^5)^{1/2}R} \quad (C1)$$

dove R è il fattore di diffusione geometrico, F_p è il fattore del modello di radiazione dell'onda P , $M_q(\omega)$ è lo spettro della sorgente dell'onda P , α_q e ρ_q sono rispettivamente la velocità di compressione e la densità alla sorgente, e α e ρ sono la velocità di compressione e la densità al punto di osservazione. Per ora si trascurano l'attenuazione, le fasi di riflessione e riverbero, e la dipendenza di M_q dall'azimuth e dell'angolo di *takeoff* (conseguenza questa della sorgente finita).

Il fattore di diffusione geometrico può essere valutato utilizzando una *travel time* $T(x)$, dove x è la distanza tra sorgente e ricevitore. Per la teoria di Aki e Richards (2002) il fattore di diffusione geometrico può essere scritto

$$\alpha_q R = \left[r_q c \left(\frac{d^2 T}{dx^2} \right)^{-1} \sin \left(\frac{x}{r_0} \right) \left(1 - \frac{\alpha^2}{c^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{\alpha_q^2}{c^2} \right)^{1/2} \right]^2 \quad (C2)$$

dove $c = \left(\frac{dT}{dx} \right)^{-1}$ è la velocità di fase, r_0 è il raggio della Terra e r_q è la distanza della sorgente dal centro della Terra. Analogamente, la dislocazione dell'onda P per un'esplosione è data da

$$u_x(\omega) = \frac{M_x(\omega)}{4\pi(\rho\rho_x\alpha\alpha_x^5)^{1/2}R} \quad (C3)$$

Se si considerano un terremoto ed un'esplosione localizzati nella stessa regione della Terra, così che le *travel time* sono le stesse ma con differenti proprietà locali del materiale e profondità delle sorgenti, allora la parte della formula (C2) alla destra del segno di uguale è la stessa per entrambi gli eventi. Una buona approssimazione del rapporto tra lo spettro dell'onda P è data da

$$\frac{u_x(\omega)}{u_q(\omega)} = \frac{M_x(\omega)}{M_q(\omega)F_p} \left(\frac{\rho_q \alpha_q^3}{\rho_x \alpha_x^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (C4)$$

Il fattore del modello di radiazione F_p è dato da (Aki e Richards 2002)

$$F_p = \cos \lambda \left(\sin \delta \sin^2 \theta \sin 2\phi - \cos \delta \sin 2\theta \cos \phi \right) + \sin \lambda \left(\sin 2\delta \cos^2 \theta - \sin 2\theta \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos 2\delta \sin 2\theta \sin \phi \right) \quad (C5)$$

dove δ e λ sono lo *strike* ed il *rake*, θ è l'angolo di *takeoff* del raggio ($\sin \theta = \alpha_q / c$) e ϕ è l'azimuth misurato in senso orario dalla direzione dello *strike*.

Per le onde superficiali si utilizza la notazione di Harkrider (1970). La componente verticale dell'onda di Rayleigh è data da

$$u(\omega) = \frac{\chi(\phi, h) A_R(\omega)}{\left[2\pi\omega c r_0 \sin(x/r_0) \right]^{\frac{1}{2}}} M(\omega) e^{i(\pi/4)} e^{-i(\omega r/c)} e^{-\gamma r} \quad (C6)$$

L'unica differenza tra i terremoti e le esplosioni (oltre che per lo spettro della sorgente) è nel fattore $\chi(\phi, h)$.

Per un esplosione, χ è dato da

$$\chi_x(h) = \frac{2\beta_x^2}{\alpha_x^2} \left[E_1 - \frac{E_3}{2\rho_x \beta_x^2} \right] \quad (C7)$$

mentre la funzione χ_q per un terremoto è data da

$$\begin{aligned}
 \chi_q(\phi, h) = & -\frac{1}{2} \sin \lambda \sin 2\delta \left\{ \left(3 - 4 \frac{\beta_q^2}{\alpha_q^2} \right) E_1 + \frac{2}{\rho_q \alpha_q^2} E_3 \right\} \\
 & + i \left(\cos \lambda \cos \delta \cos \phi \right. \\
 & \left. - \sin \lambda \cos 2\delta \sin \phi \right) E_4 / \rho_q \beta_q^2 \\
 & + \left(\cos \lambda \sin \delta \sin 2\phi \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \sin \lambda \sin 2\delta \cos 2\phi \right)
 \end{aligned} \tag{C8}$$

E_1, E_3 ed E_4 sono autofunzioni rispettivamente delle dislocazioni radiali di Harkrider ($\dot{u}_s^*(h)/\dot{w}_0$), della trazione normale ($\sigma_{RS}^*(h)/(\dot{w}_0/c)$) e della trazione di taglio ($\tau_{RS}(h)/(\dot{w}_0/c)$).

Il rapporto tra l'ampiezza delle onde superficiali esplosive e l'ampiezza delle stesse onde dei terremoti è dato da

$$\frac{u_x^S(\omega)}{u_q^S(\omega)} = \frac{\chi_x(\omega) M_x(\omega)}{\chi_q(\omega) M_q(\omega)} \tag{C9}$$

Il discriminante $m_b : M_S$ può essere scritto utilizzando le precedenti equazioni come

$$\frac{u_q^S(\omega_1) / u_q(\omega_2)}{u_x^S(\omega_1) / u_x(\omega_2)} = \frac{M_q(\omega_1) \chi_q(\omega_1)}{M_x(\omega_1) \chi_x(\omega_1)} \frac{1}{F_p} \frac{M_x(\omega_2)}{M_q(\omega_2)} \left(\frac{\rho_q \alpha_q^3}{\rho_x \alpha_x^3} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{C10}$$

Dove ω_1 è la frequenza per M_S e ω_2 la frequenza per m_b . Finché si considerano terremoti ed esplosioni nella stessa regione, l'attenuazione non prende parte nella (C10). L'unico importante fattore non incluso nella (C10) è l'interferenza delle fasi riflesse, specialmente pP (come visto nel paragrafo 1.4). La dipendenza di $m_b : M_S$ dalle proprietà elastiche può essere stimato per le sorgenti esplosive utilizzando (C3) e (C6). Dal momento che le esplosioni si verificano a profondità non elevate, il fattore delle onde superficiali $\chi_x(h)$ è semplificato. L'autofunzione E_3 è piccola vicino alla superficie perché le condizioni al contorno implicano che le trazioni svaniscono. In aggiunta, A_R ed E_1 dipendono principalmente dalla

struttura della regione di sorgente mediata su una lunghezza d'onda e quindi dipendono solo debolmente dalle proprietà locali dei materiali. Il fattore di dispersione geometrico è proporzionale ad α_x^{-1} (moltiplicato per una funzione dipendente dal percorso). Ovvero

$$m_b - M_s = \log \left[\frac{(\rho_x \alpha_x)^{1/2}}{\rho_x \beta_x^2} \right] + \log \left(\frac{M_x(\omega_2)}{M_x(\omega_1)} \right) + P \quad (C11)$$

dove P è una funzione che dipende dalla direzione di propagazione e dalla struttura su larga scala della regione della sorgente. Così per esplosioni in medesime regioni della sorgente ma con proprietà elastiche locali differenti, trascurando le differenze spettrali, $m_b - M_s$ varierà intorno ad

$$\Delta(m_b - M_s) = \Delta \log \frac{(\rho_x \alpha_x)^{1/2}}{\rho_x \beta_x^2}$$

e se il rapporto di Poisson rimane invariato

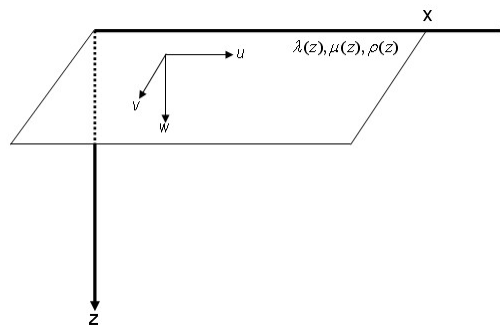
$$\Delta(m_b - M_s) = -\Delta \log (\rho_x \alpha_x^3)^{1/2}$$

(N.b. $\omega = 2\pi f$)

Appendice D

PROBLEMA DEGLI AUTOVALORI PER IL VETTORE “STRESS MOTION”

Considerando un'onda superficiale in un mezzo omogeneo, isotropico ed elastico, in un semispazio $z > 0$ in cui i moduli elastici λ , μ e ρ sono dipendenti da z .



Siano u , v e w le componenti degli spostamenti lungo le direzioni di propagazione dell'onda di Rayleigh, poniamo quindi:

$$\begin{aligned} u &= r_1(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)] \\ v &= 0 \\ w &= r_2(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)] \end{aligned} \tag{D1}$$

dove se le ampiezze r_1 e r_2 sono reali positive, la combinazione delle u e w rappresenta la propagazione del moto dell'onda di Rayleigh.

Ricordando che la relazione che intercorre tra gli sforzi e le deformazioni:

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} e_{kk} + 2\mu e_{ij}$$

e che

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

il tensore degli sforzi corrispondente alle equazioni (D1), sarà:

$$\begin{aligned}
 \tau_{yz} &= \tau_{xy} = 0 \\
 \tau_{xx} &= i \left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k(\lambda + 2\mu)r_1 \right] \exp[i(kx - \omega t)] \\
 \tau_{yy} &= i \left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right] \exp[i(kx - \omega t)] \\
 \tau_{zz} &= i \left[(\lambda + 2\mu) \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right] \exp[i(kx - \omega t)] \\
 \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{dr_1}{dz} - kr_2 \right) \exp[i(kx - \omega t)]
 \end{aligned} \tag{D2}$$

Essendo continui in z , gli sforzi possono essere riscritti come:

$$\begin{aligned}
 \tau_{zx} &= r_3(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)] \\
 \tau_{zz} &= ir_4(k, z, \omega) \exp[i(kx - \omega t)]
 \end{aligned}$$

Sostituendo nell'equazione del moto dell'elastodinamica si ha:

$$\rho \ddot{u}_i = f_i(\mathbf{x}, t) + \tau_{ij,j} \nu_j$$

ottenendo l'equazione del moto per il vettore $(r_1, r_2, r_3, r_4)^T$:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & k & \mu^{-1} & 0 \\ -k\lambda[\lambda + 2\mu]^{-1} & 0 & 0 & [\lambda + 2\mu]^{-1} \\ k^2\zeta - \omega^2\rho & 0 & 0 & k\lambda[\lambda + 2\mu]^{-1} \\ 0 & -\omega^2\rho & -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} \tag{D3}$$

dove $\lambda = \lambda(z)$, $\mu = \mu(z)$ e $\zeta = 4\mu(z)[\lambda(z) + 2\mu(z)]/[\lambda(z) + 2\mu(z)]$,
(Aki e Richards, sezione 7.2.1, 7.2.2).

GLOSSARIO

C

Calibrazione: determinazione, mediante misura o confronto con uno standard, dei parametri necessari per interpretare correttamente i segnali registrati.

CTBT: Trattato per la proibizione totale delle esplosioni nucleari.

CTBTO: Organizzazione per la proibizione totale delle esplosioni nucleari sotterranee con sede al Centro Internazionale di Vienna (VIC), il cui compito è quello di fornire un monitoraggio e attuare la verifica del Trattato, attraverso una rete di stazioni sismologiche, infrasoniche, idroacustiche e radionuclidiche.

F

Filtro regionale: filtraggio nell'intervallo di frequenza (0.08-0.16) Hz del segnale sismico registrato.

Filtro standard: filtraggio nell'intervallo di frequenza utilizzato dalla CTBTO (0.04-0.05) Hz del segnale sismico registrato.

I

IDC: Centro Internazionale Dati.

IMS: Sistema di monitoraggio internazionale.

M

Magnitudo: misura della potenza di un terremoto all'origine/ipocentro che viene calcolata a partire dall'ampiezza o dalla durata del sismogramma. La magnitudo è un valore logaritmico che venne definito originariamente da Richter nel 1935.

m_b : magnitudo delle onde di volume.

M_s : magnitudo delle onde di superficie.

N

NDC: Centro nazionale dati, gestito e mantenuto da uno Stato partecipante, le cui funzioni possono includere l'invio dei dati IMS per l'IDC e/o di ricezione dei dati e dei prodotti dell' IDC.

O

OSI: Ispezione in sito.

ONDE DI VOLUME: onde che si propagano dalla sorgente sismica, attraverso il volume del mezzo interessato, in tutte le direzioni. Si dimostra matematicamente che esistono due componenti della soluzione dell'equazione delle onde, in altre parole, una sorgente sismica genera due tipi di onde di corpo, distinte tra di loro, chiamate rispettivamente onde P (longitudinali) ed onde S (trasversali).

ONDE DI SUPERFICIE: le onde di superficie (o onde superficiali) vengono a crearsi a causa dell'intersezione delle onde di corpo con una superficie di discontinuità fisica, la più studiata delle quali è la superficie libera della terra, cioè la superficie di separazione tra la crosta terrestre e l'atmosfera. Queste onde si propagano guidate lungo la superficie e la loro energia decade esponenzialmente con la profondità (è questo il motivo per cui si dicono superficiali).

ONDE DI LOVE: sono onde superficiali, generate dall'incontro delle Onde S con superficie libera del terreno, ma vengono generate solo nei mezzi in cui la velocità delle Onde S aumenta con la profondità (quindi siamo in presenza di un mezzo disomogeneo) e quindi sono sempre *onde disperse*. Le Onde di Love fanno vibrare il terreno sul piano orizzontale in direzione ortogonale rispetto alla direzione di propagazione dell'onda.

ONDE DI RAYLEIGH: sono onde superficiali generate dall'incontro di un'onda S assieme ad un'onda P incidenti su una superficie libera; entrambe vengono in parte riflesse ed in parte si genera un'ulteriore onda, data dalla composizione vettoriale delle due, che si propaga sulla superficie stessa, chiamata Onda di Rayleigh.

P

Piano Nodale: piano teorico orientato perpendicolarmente al piano di faglia.

S

Sismometro: sensore che converte il moto del suolo in un segnale elettrico.

Screen-out: eventi che il sistema automatico di filtraggio elimina come naturali e non “classifica” come eventi sospetti.

Bibliografia

- Adelfio G., Chiodi M., 2008. *Non parametric intensity estimation in space-time point processes and application to seismological problems*, Proceedings of The first joint meeting of the Société Francophone de Classification and the Classification and Data Analysis Group of the Italian Society of Statistics, 79-82
- Adelfio G., Ogata Y., 2008. *Hybrid kernel estimates of space-time earthquake occurrence rates using the etas model*. Annals of the Institute of Statistical Mathematics (submitted)
- Aki, K., Richards, P.G., 2002. *Quantitative Seismology*, University Science Books, California
- Anderson, D. N., Carlson, D.K., Kraft, G.D., Hutchenson, K.D., Tinker, M.A., Schult, F.R., Russel, D.R., Woods, M.T., Schrod, J.K., Taylor, S.R., 2004. *A mathematical alternative to voting procedures for seismic event identification*, Pacific Northwest National Laboratory, PNNL – 14600
- Bache, T. C., and D. G. Harkrider, 1976. *The body waves due to a general seismic source in a layered earth model*, Bull. Seism. Soc. Am., 66,1805-1819
- Bache, T. C., H. Swanger, and B: Shkoller, 1980. *Synthesis of Lg in eastern United States crustal models with frequency independent Q*, Semiann. Tech. Rep. Adv. Res. Proj. Agency SSS-R-81-4668, Syst., Sci and Software, La Jolla, Calif.
- Bonner, J.L., Harkrider, D.G., Herrin, E.T., Shumway, R.H., Russel, S.A., Tibuleac, I.M., 2003. *Evaluation of short-period, near-regional M_s scales for the Nevada Test Site*, Bull. Seism. Soc. Am., 93, 1773-1791
- Caputo, M., 1981. *ELASTIC RADIATION FROM A SOURCE IN A MEDIUM WITH AN ALMOST FREQUENCY-INDIPENDENT Q*, J.Physics Earth, 29, 487-497

- Cherry, J. T., N. Rimer, and W. O. Wray, 1975. *Seismic coupling from a nuclear explosion: The dependence of the reduced displacement potential on the nonlinear behavior of the near-source rock environment*, Tech. Rep. Adv. Res. Proj. Agency SSS-R-76-2742, Syst., Sci. and Software, La Jolla, Calif.
- Dalhman, O., Israelson, H., 1977. *Monitoring Underground Nuclear Explosions*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam
- Dalhman, O., Mykkeltveit, S., Haak H., 2009. *Nuclear Test Ban*, Springer Science+Business Media
- Day, S. M., 1979. *Three-dimensional finite difference simulation of fault dynamics*, Final Rep. NASA SSS-R-80-4295, Syst., Sci. and Software, La Jolla, Calif.
- Day, S. M., 1982a. *Three-dimensional finite difference simulation of fault dynamics, Rectangular faults with fixed rupture velocity*, Bull. Seism. Soc. Am., 72, 705-728
- Day, S. M., 1982b. *Three-dimensional simulation of spontaneous rupture propagation*, Bull. Seism. Soc. Am., 72, 1881-1902
- Everit B.S., Landau S., Leese M., 2001. *Cluster Analysis*, Oxford University Press, fourth edition
- Fisk, M. D., 1996. *Regional Event Discrimination without transporting Thresholds*, Bull. Seism. Soc. Am., 86, 1545-1558
- Gutenberg, B., 1945(a). *Amplitude of surface waves and magnitude of shallow earthquakes*, Bull. Seism. Soc. Am., 35, 3-12
- Gutenberg, B., 1945(b). *Amplitude of P, PP, and S and magnitude of shallow earthquakes*, Bull. Seism. Soc. Am., 35, 57-69
- Gutenberg, B., 1945(c). *Magnitude determination for deep-focus earthquakes*, Bull. Seism. Soc. Am., 35, 117-130
- Hanks, T.C., Kanamori, H., 1979. *A moment magnitude scale*, J.Geophys. Res, 84, 2348-2350
- Harkrider, D. G., 1970. *Surface waves in multilayered media, II, Higher mode spectra and spectral ratios from point sources in planelayered earth models*, Bull. Seism. Soc. Am., 60, 1937-1987

-
- Kaverina, A. and Prozorov, A., 1995. *On Ms:mb Statistics for Earthquake and Explosions and their Relation to Some Source Parameters*, NATO ASI Series, 4, edited by R. Console and A. Nikolavev
 - Lay, T., Wallace, T., 1995. *Modern Global Seismology*, Academic Press, San Diego
 - Mardia K., Kent J. T., Bibby J.M., 2000. *Multivariate Analysis*, Copyrighted material
 - Marshall, P.D., Basham, P.W., 1972. Discrimination between earthquakes and undergrounds explosion employing and improved M_s scale, *Geophys. J.R. Astr. Soc.*, 29, 431-458
 - Mueller, R.A., Murphy, J.R., 1971. *Seismic characteristics of underground nuclear detonations, I*, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 61, 1675-1692
 - Murphy, J. R., and R. A. Mueller, 1971 *Seismic characteristics of underground nuclear detonations, II*, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 61, 1693-1704
 - Murphy, J.R., 1971. *Discussion of seismic source function for and underground nuclear explosion*, *Bull.Seism.Soc.Am.*, 61, 1675-1692
 - Murphy, J. R., 1977. *Seismic source functions and magnitude determinations for underground nuclear detonations*, *Bull. Seism.. Soc. Am.*, 67, 135-158
 - Patton, H., 2001. *Regional magnitude scaling transportability, and $M_s : m_b$ discrimination at small magnitudes*, *Pure Appl. Geophys.*, 158, 1951-2015
 - Ramaker J.et al., 2003. *The final test. A History of the Comprehensive Nuclear Test-Ban Treaty Negotiations*, CTBTO Vienna
 - Rencher A. C., 2002. *Methods of multivariate analysis*, Wiley series in probability and statistics, second edition
 - Rezapur, M., Pearce, R.G., 1998. *Bias in Surface- Wave Magnitude M_s due to Inadequate Distance Corrections*, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 88, 43-61

- Richards, P.G., 1985. *Earthquakes Activity Associated with underground Nuclear Explosions*, NATO ASI Series, 4, edited by R. Console and A. Nikolaev
- Stein, S., Wysession M., 2000. *An Introduction to Seismology, Earthquakes and Earth Structure*, Blackwell Publishing
- Stevens, J.L. and Day S.M., 1985. *The Physical Basis of $m_b : M_s$ and Variable Frequency Magnitude Methods for Earthquake/Explosions Discrimination*, Geophy. J. R., 90, 3009-3020
- Sykes, L.R., Wiggins, G.C., 1986. *Yields of Soviet Underground Nuclear Explosions at Novaya Zemlya, 1964-1976, from Seismic Body And Surface waves*, Proc. Nati. Acad. Sci. USA, 83, 201-205
- Taylor, S.R., Denny, M.D., Vergino, E.S., Glaser, R.E., 1989. *Regional discrimination between NTS explosions and western U.S. earthquakes*, Bull. Seism. Soc. Am., 79, 1142-1176
- Taylor, S.R., Patton, H., 2006. *A Probability of detection Method for Reducing Short-Period $m_b - M_s$ False Alarm Rate*, Bull. Seism. Soc. Am., 96, 1078-1090
- Udias, A., 1999. *Principles of seismology*, Cambridge University Press