



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

SCUOLA DI DOTTORATO

Dottorato in EDEMOM – XXVIII ciclo

Tesi di Dottorato

Progettazione di una Elettronica di Lettura ad Elevata Efficienza per Gamma Camere Compatte

Matteo Galasso

Tutore

prof. Lorenzo Colace

Coordinatore del corso di dottorato

prof. Giuseppe Schirripa Spagnolo

Gennaio 2013 - Dicembre 2015

Indice

Introduzione	v
1 Le Gamma Camere in Medicina Nucleare	1
1.1 Tecniche diagnostiche in medicina nucleare	1
1.2 Anger Camera	4
1.3 Prestazioni di una gamma camera	5
1.4 Collimatori	7
1.5 Cristalli Scintillanti	8
1.6 Tubi fotomoltiplicatori	12
1.6.1 Tubi fotomoltiplicatori multi-anodo	15
1.7 Sistemi di lettura per MAPMT	17
1.7.1 Efficienza dei sistemi di lettura	19
1.8 Obiettivi e stato dell'arte	21
1.9 Specifica	23
2 L'ASIC	27
2.1 L'architettura dell'ASIC	27
2.2 Descrizione dei pad	29
2.3 Il canale di acquisizione	32
2.3.1 L'integratore di carica	34
2.3.2 Il Sample & Hold	36
2.3.3 L'amplificatore a guadagno variabile	37
2.4 Riferimenti a Bandgap	39
2.5 Elettronica di test	42
2.5.1 Amplificatore operazionale ad alta velocità	43
2.6 Registri di configurazione	44
3 Caratterizzazione dell'ASIC	47
3.1 Le schede di test	47
3.2 Caratterizzazioni	49

3.2.1	Linearità	50
3.2.2	Stabilità	53
3.2.3	Risposte temporali	55
3.2.4	Potenza dissipata	58
3.3	Risultati	59
4	Schede di Acquisizione	61
4.1	Scheda di acquisizione analogica	61
4.1.1	Il PCB	64
4.2	Scheda di controllo e di acquisizione digitale	67
4.3	Firmware FPGA	70
5	Analisi delle Prestazioni di una Gamma Camera	73
5.1	Modello della distribuzione dei fotoni di scintillazione sul fotocatodo	74
5.1.1	Derivazione teorica della distribuzione di luce	74
5.1.2	Validazione del modello della distribuzione di luce	81
5.2	Modello della linearità e della risoluzione spaziale	84
5.2.1	Derivazione teorica della linearità e della risoluzione spaziale	85
5.2.2	Metodo del baricentro	89
5.2.3	Metodo del baricentro dei quadrati	90
5.2.4	Metodi di fit	91
5.2.5	Metodo del Maximum Likelihood	94
5.2.6	Validazione del modello della linearità e della risoluzione spaziale	95
5.3	Applicazioni dei modelli	104
5.3.1	Calcolo delle massime frazioni anodiche dei fotoni di scintillazione	104
5.3.2	Calcolo del massimo numero di fotoelettroni rivelati da un anodo	105
5.3.3	Calcolo della massima carica anodica	106
5.3.4	Calibrazione numerica per il Maximum Likelihood	107
6	Correzione e Filtraggio dei Dati	113
6.1	Correzione dei segnali anodici	115
6.2	Correzione dell'energia	118
6.3	Selezione degli eventi di scintillazione	119
6.4	Correzione delle distorsioni	121
6.5	Correzione dell'uniformità	123
	Conclusioni	125
A	ScintiSoft: un Software per il Trattamento di Dati Scintigrafici	127

Introduzione

Le tecniche diagnostiche in medicina nucleare permettono di ottenere informazioni metaboliche e funzionali su una grande varietà di organi e tessuti corporei. La diagnosi di piccoli organi, la sperimentazione di nuovi farmaci su piccoli animali e la necessità, in sala operatoria, di avere una indicazione in tempo reale sulla posizione da incidere nel tessuto, hanno accresciuto l'importanza dello sviluppo di rivelatori di dimensioni sempre più ridotte e caratterizzati da risoluzioni spaziali ed efficienze sempre migliori.

Il presente lavoro di dottorato si è focalizzato sulla progettazione e lo sviluppo di una elettronica di lettura integrata per gamma camere basate su tubi fotomoltiplicatori multi-anodo, al fine di ridurre le dimensioni, e quindi il peso, del sistema di rivelazione. Il lavoro di dottorato è stato svolto presso il gruppo di microelettronica di Roma Tre, il quale ha ottenuto degli ottimi risultati con una elettronica di lettura a componenti discreti, sviluppata precedentemente a questo lavoro di tesi. Per questo motivo, tale elettronica di lettura ha costituito un punto di partenza per lo sviluppo di un sistema maggiormente integrato e versatile, capace di conservare le stesse prestazioni. A tale scopo, nel presente lavoro di dottorato è stato progettato e sviluppato un *chip full custom* dedicato in tecnologia CMOS UMC 0.18 μm . In seguito il *chip* è stato caratterizzato ed incluso in una scheda di acquisizione per permettere la lettura dei segnali uscenti da un tubo fotomoltiplicatore contraddistinto da una matrice di 8x8 anodi.

L'elettronica di lettura proposta è stata progettata in modo da non degradare le prestazioni finali del sistema di formazione delle immagini. Comunque, si deve considerare che le prestazioni di una gamma camera non dipendono solo dalle caratteristiche dell'elettronica di lettura, ma dipendono anche, e soprattutto, dai numerosi parametri che caratterizzano i suoi principali componenti: il collimatore, il cristallo scintillante, i fotorivelatori (il tubo fotomoltiplicatore multi-anodo) e gli accoppiatori ottici tra cristallo e fotorivelatore. Al fine di valutare velocemente e ottimizzare le prestazioni di una gamma camera al variare dei parametri dei suoi componenti, è stato creato un modello matematico del sistema di rivelazione e di formazione dell'immagine.

Nel primo capitolo di questo testo si analizzeranno le tecniche diagnostiche utilizzate in medicina nucleare, verranno descritte le principali caratteristiche dei componenti di una gamma camera e come queste incidano sulle sue prestazioni, e verranno discussi i requisiti tecnici dell'elettronica di lettura sviluppata. Il secondo capitolo descriverà il *chip* progettato, mentre nel terzo capitolo

saranno riportati le modalità e i risultati della caratterizzazione del *chip*. Nel quarto capitolo verranno descritte le schede sviluppate, che fanno uso del *chip*, per l'acquisizione analogica e digitale dei segnali di un tubo fotomoltiplicatore multi-anodo. Nel quinto capitolo, sarà presentato il modello matematico per il calcolo delle prestazioni di una gamma camera. Infine, al sesto capitolo sono riportate le procedure di correzione ed elaborazione *software* dei dati scintigrafici uscenti da una gamma camera.

Capitolo 1

Le Gamma Camere in Medicina Nucleare

In questo capitolo introduttivo, dopo aver presentato al paragrafo 1.1 le tecniche diagnostiche principali proprie della medicina nucleare, verrà descritta la tipica gamma camera utilizzata in ambito ospedaliero, la Anger Camera (paragrafo 1.2). In seguito, al paragrafo 1.3, verranno elencate le proprietà di una gamma camera che ne caratterizzano le prestazioni. Successivamente verranno descritti, dal paragrafo 1.5 al paragrafo 1.6.1, i principali componenti di una gamma camera, basata su tubi fotomoltiplicatori multi-anodo, per applicazioni di rivelazione di singolo fotone. Saranno, poi, spiegati i principi di funzionamento dei sistemi elettronici più utilizzati per leggere i segnali uscenti dai rivelatori di raggi gamma (paragrafo 1.7), con una particolare attenzione rivolta allo studio delle loro efficienze di lettura (paragrafo 1.7.1). Infine, verrà presentato, al paragrafo 1.8, lo stato dell'arte dei sistemi elettronici di lettura delle gamma camere basate su tubi fotomoltiplicatori multi-anodo, e saranno esposte le motivazioni che hanno condotto alla scelta di realizzare una elettronica di lettura per tali gamma camere, fornendo, al paragrafo 1.9, una lista di requisiti del sistema elettronico progettato.

1.1 Tecniche diagnostiche in medicina nucleare

La medicina nucleare si propone di diagnosticare eventi fisiopatologici presenti nei vari organi o apparati del corpo umano, rivelando i decadimenti radioattivi di particolari traccianti iniettati nel paziente. La sostanza iniettata, detta radiofarmaco, presenta radionuclidi legati a determinate molecole che devono interagire con il tessuto in esame, mescolandosi rapidamente e uniformemente con i costituenti del sistema biologico, riproducendone fedelmente il comportamento, senza influenzarlo. L'intenso metabolismo proprio delle cellule tumorali tende a concentrare in esse il radiofarmaco, favorendo il contrasto dell'immagine costruita.

La sostanziale differenza con altri sistemi di analisi quali Risonanza Magnetica Nucleare, Radiografia e TAC (Tomografia Assiale Computerizzata) è nella posizione della sorgente radioattiva rispetto ai tessuti sotto analisi. Ad esempio, nella TAC la radiazione X emessa da una sorgente esterna, detta tubo radiogeno, attraversa i tessuti e viene quindi rivelata. L'immagine ottenuta dai raggi X che colpiscono il rivelatore è dovuta alle diverse caratteristiche di assorbimento dei vari tessuti attraversati. Si ottiene quindi un'immagine anatomica, che non tiene conto dei processi metabolici.

Al contrario l'*imaging* molecolare, operato dalle tecniche diagnostiche della medicina nucleare, prevede l'iniezione nel paziente del radiofarmaco emettitore e consente, quindi, di effettuare un'analisi funzionale dei tessuti interessati, studiando il comportamento del tracciante radioattivo nella sua interazione con essi, quando viene metabolizzato.

Il radionuclide impiegato, nel suo decadimento, deve interagire il meno possibile con il tessuto organico, per ridurre la dose di radiazioni assorbita dal paziente e per consentire una maggiore efficienza di rivelazione. Per questo motivo il decadimento del radiofarmaco deve portare alla produzione di raggi gamma di energia compresa tra 80 keV e 500 keV. Sono da evitare emissioni di particelle alfa e beta, che vengono facilmente assorbite dall'organismo.

Le principali tecniche di *imaging* in medicina nucleare sono la PET (*Positron Emission Tomography*) e la SPECT (*Single Photon Emission Tomography*). Queste si differenziano fundamentalmente per la tipologia di radionuclidi e per la modalità di rivelazione.

La Tomografia a Emissione di Positroni permette la misurazione della concentrazione locale di radiofarmaci che emettono positroni. Questi ultimi, una volta prodotti, si annichiliscono con gli elettroni del tessuto, generando l'emissione simultanea di due fotoni gamma di energia pari a 511 keV, che si muovono nella stessa direzione ma in versi opposti (figura 1.1). I due fotoni vengono rivelati in coincidenza temporale all'interno di una finestra di circa 1 ns. La posizione dei rivelatori sollecitati fornisce la linea di risposta (*Line Of Response* o LOR) e dunque la direzione lungo la quale è avvenuta l'annichilazione. Un tomografo PET è solitamente costituito da più anelli di rivelatori, che permettono la registrazione delle LOR a vari angoli. Ciò consente la ricostruzione di un volume di interazione. I radionuclidi β^+ emittenti più usati per la PET sono: ^{15}O , ^{13}N , ^{11}C e ^{18}F .



Figura 1.1: Principio fisico della tomografia a emissione di positroni (PET).

La Tomografia a Emissione di Singolo Fotone (SPECT) permette la rivelazione del singolo fotone gamma, la cui direzione della linea di volo è determinata per collimazione geometrica attraverso opportuni collimatori passivi, che tipicamente sono in piombo a fori paralleli (figura 1.2). Un tomografo SPECT è solitamente costituito da uno o più rivelatori piani, ciascuno accoppiato al relativo collimatore. In questo caso l'acquisizione tomografica avviene facendo ruotare i rivelatori attorno al paziente.

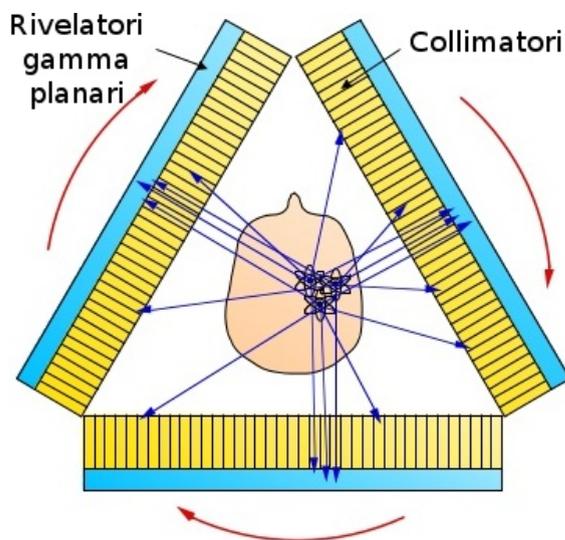


Figura 1.2: Principio fisico della tomografia a emissione di singolo fotone (SPECT).

Il radiofarmaco utilizzato deve emettere raggi gamma per decadimento o riaggiustamento dei livelli nucleari. Tra i radionuclidi più utilizzati in ambito di tomografia a singolo fotone troviamo: ^{99m}Tc , ^{201}Tl e ^{131}I . In tabella 1.1 sono mostrate le caratteristiche dei radionuclidi maggiormente impiegati nella tecnica SPECT. Il ^{99m}Tc , grazie alla singola riga di emissione a 140.5 keV e all'alta varietà di radiofarmaci che ne fanno uso (che permette la diagnosi di un gran numero di organi e apparati del corpo umano), è senza dubbio il radionuclide più utilizzato nelle tecniche di rivelazione di singolo fotone.

Tabella 1.1: Caratteristiche dei principali radionuclidi utilizzati nella tecnica SPECT.

Radionuclide	Energie di emissione [keV]	Tempo di dimezzamento	Oggetto della diagnosi
^{87m}Sr	γ 389	2.8 h	scheletro
^{99m}Tc	γ 140.5	6.01 h	apparati osteoarticolare, polmonare, cardiovascolare, urinario, sistema nervoso centrale
^{111}In	γ : 171, 245	67.3 h	piastrine e leucociti
^{123}I	γ 159	13.2 h	tiroide
^{131}I	β^- 606, γ 364	8.02 g	tiroide e rene
^{201}Tl	γ 167	73.5 h	cuore

1.2 Anger Camera

La gamma camera maggiormente utilizzata in ambito ospedaliero è la Anger Camera [1], di cui Hal Anger fu l'ideatore (nel 1957). La camera è generalmente formata da un cristallo scintillante in NaI:Tl planare di forma circolare di diametro pari a 60 cm, accoppiato otticamente ad un insieme di fototubi in numero variabile da 7 a 128, disposti a struttura esagonale e collegati con opportune catene elettroniche di lettura che permettono di ricostruire le coordinate planari di interazione del fotone con il cristallo scintillante (figura 1.3).

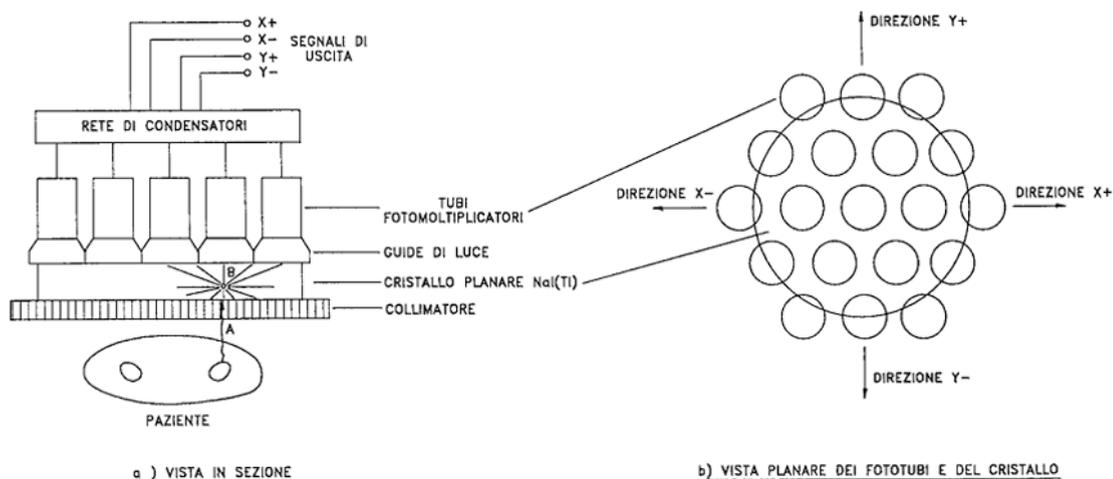


Figura 1.3: Schema di gamma camera proposto da Hal Anger nel 1956 all'Università della California. Ad oggi è il dispositivo di rivelazione per imaging con tecnica di conteggio di singolo fotone più utilizzato in medicina nucleare per le diagnosi di tumore in differenti organi.

Un collimatore in piombo è posto tra la sorgente e il cristallo scintillante. Uno schermo in piombo ricopre anche il resto del dispositivo per ridurre il contributo del fondo ambientale. La progettazione dei collimatori deve conseguire il raggiungimento di un buon compromesso tra sensibilità e risoluzione spaziale. Ad esempio, in un collimatore a fori paralleli, la riduzione della dimensione dei fori e l'aumento della loro lunghezza determina un miglioramento della risoluzione spaziale ed un peggioramento dell'efficienza di rivelazione. Tipicamente il collimatore riduce l'efficienza di rivelazione di un fattore 10^{-4} .

I fotoni emessi in maniera isotropa dal radiofarmaco somministrato al paziente incidono sul cristallo scintillante dopo la selezione in direzione operata dal collimatore. I fotoni gamma interagiscono con il cristallo, producendo per scintillazione un certo numero di fotoni nello spettro del visibile, che diffondono, raggiungendo, direttamente o dopo riflessioni sulle superfici dello scintillatore, l'accoppiatore ottico che fa da interfaccia con la matrice di fototubi. La distribuzione di luce si allarga dopo il passaggio attraverso l'accoppiatore e va a incidere sui fototubi. I segnali prodotti dai fototubi hanno un'intensità più elevata in quelli prossimi al punto di interazione del fotone gamma nel cristallo e meno intensa in quelli più lontani.

Una catena di resistenze combina i segnali uscenti da ciascun fototubo, pesandoli diversamente a seconda della posizione occupata, in modo da generare, evento per evento, un segnale sulle quattro uscite X_+ , X_- , Y_+ , Y_- secondo una logica ormai nota come logica Anger.

I quattro segnali vengono sommati tra loro generando un segnale Z la cui ampiezza è proporzionale all'intensità totale di luce prodotta dal processo di scintillazione dovuto al fotone, quindi alla sua energia, che è stata rivelata dalla struttura di fototubi. Per ottenere la posizione dell'evento i segnali vengono ricombinati come nelle equazioni:

$$X = \frac{X_+ - X_-}{Z}, \quad Y = \frac{Y_+ - Y_-}{Z}. \quad (1.1)$$

La posizione è ottenuta normalizzando i segnali X_+ , X_- , Y_+ e Y_- al segnale totale dell'evento in modo da rendere l'informazione spaziale indipendente dall'energia del fotone. In questo modo è possibile sovrapporre sull'immagine eventi acquisiti in diverse finestre di energia. Le prime macchine Anger avevano bisogno di procedure di calibrazione analogica periodiche sui singoli fototubi in modo da uniformarne la risposta prima dell'utilizzo sui pazienti. I risultati, sia in termini di posizione che di energia rivelate, venivano riportati su uno schermo a tubo catodico e l'immagine risultante veniva registrata su pellicola.

Le Anger Camera moderne prevedono un convertitore analogico digitale per ogni fototubo, per l'elaborazione e la memorizzazione digitale dell'immagine. Il segnale Z viene inviato ad un discriminatore di ampiezza; se risulta compreso in una finestra di energia pre-impostata, l'evento viene considerato valido e registrato. La finestra di accettazione sul segnale Z , equivalente ad una finestra di accettazione in energia, è utile ad eliminare il fondo dall'immagine risultante aumentando il contrasto e la risoluzione spaziale. Questo fondo, che nell'immagine comporta solo rumore, è dovuto ad interazioni di tipo Compton che avvengono all'interno del corpo umano principalmente al di fuori della zona di interesse.

Il tempo di formazione di un'immagine in sistemi di rivelazione gamma dipende da fattori quali l'attività iniettata nel paziente, la distanza tra sorgente e rivelatore e il tipo di collimatore utilizzato. E' comunque stimabile in termini di decine di minuti, permettendo di eseguire anche studi fisiologici sulla diffusione del farmaco nell'organismo.

1.3 Prestazioni di una gamma camera

Ogni gamma camera è caratterizzata da delle quantità che ne determinano le prestazioni. Le principali caratteristiche di una gamma camera sono le seguenti:

- risoluzione spaziale,
- linearità,
- risoluzione energetica,

- contrasto,
- campo di vista utile (uFoV - *useful Field of View*),
- efficienza,

che, nel seguito, saranno discusse.

La risoluzione spaziale, per una gamma camera, rappresenta la sua capacità di discriminare fotoni gamma interagenti in punti tra loro vicini. Più precisamente, essa è la minima distanza tra due sorgenti puntiformi di raggi gamma che permette di distinguerle nell'immagine finale, nell'ipotesi di non avere dei fattori di magnificazione dell'immagine. La risoluzione spaziale può essere suddivisa in due contributi. Il primo è dato dalla risoluzione spaziale del collimatore (RS_c), mentre il secondo è dato dalla risoluzione spaziale intrinseca del sistema ottico cristallo-fotorivelatore (RS_i). I due contributi determinano insieme la risoluzione spaziale complessiva del sistema (RS) secondo la formula di seguito riportata.

$$RS \cong \sqrt{RS_c^2 + RS_i^2} \quad (1.2)$$

La risoluzione spaziale intrinseca della gamma camera è, in prima approssimazione, direttamente proporzionale alla larghezza a metà altezza della distribuzione della luce di scintillazione sulla superficie sensibile del fotorivelatore ($FWHM_{PSF}$ - *Full Width at Half Maximum*). Tale distribuzione deriva dalla propagazione della luce di scintillazione dal punto di interazione del raggio gamma nel cristallo scintillante alla superficie fotosensibile, ed è detta PSF (*Point Spread Function*). A causa delle fluttuazioni statistiche del numero di fotoni di scintillazione rivelati (n), la risoluzione spaziale intrinseca peggiora al diminuire di n . La formula approssimata della risoluzione spaziale intrinseca è, dunque, la seguente:

$$RS_i \cong \frac{1}{L} \cdot \frac{FWHM_{PSF}}{\sqrt{n}}. \quad (1.3)$$

Nella formula è considerato anche il fattore L che rappresenta la linearità dell'immagine, la quale contribuisce ad alterare RS_i . La linearità di una gamma camera consiste nella capacità di dare una stima della posizione spaziale della sorgente proporzionale alla sua posizione effettiva. Una scarsa linearità si manifesta con distorsioni nell'immagine, quali compressioni ed espansioni locali. Tipiche cause di tali distorsioni sono i troncamenti delle distribuzioni della luce di scintillazione operate dai bordi laterali del cristallo o del fotorivelatore, oppure il sottocampionamento della distribuzione di luce da parte dei fotorivelatori.

Il contrasto rappresenta la capacità visiva di distinguere, nell'immagine prodotta da una gamma camera, oggetti con bassa intensità di conteggi anche in presenza di radiazioni diffuse dall'ambiente. La radiazione diffusa dall'ambiente o dal paziente stesso per effetto Compton costituisce un rumore nell'immagine. Tramite una selezione del fotopicco di assorbimento fotoelettrico nello spettro di energie degli eventi di scintillazione acquisiti, è possibile scartare una parte degli eventi relativi alla radiazione diffusa, migliorando così il contrasto dell'immagine. Tale procedura di selezione degli eventi è limitata nella sua efficacia dalla cosiddetta risoluzione energetica della gamma camera,

che rappresenta la capacità di quest'ultima di discriminare fotoni gamma con energie vicine tra loro. Una buona risoluzione energetica permette di discriminare bene, nello spettro delle energie, il fotopicco di assorbimento fotoelettrico dalla spalla Compton. Anche scartando tutti gli eventi che hanno subito diffusione Compton nel paziente o nell'ambiente, il contrasto è peggiorato dal verificarsi dell'effetto Compton nel cristallo scintillante seguito da un riassorbimento nel cristallo del fotone diffuso. In tal caso, infatti, l'energia rivelata dalla gamma camera è la stessa che verrebbe registrata per un assorbimento fotoelettrico isoenergetico, e, perciò, i due casi non possono essere distinti con una semplice selezione in energia.

Una gamma camera è caratterizzata da un'area in cui essa è sensibile alle radiazioni incidenti. Questa è detta campo di vista (*FoV - Field of View*). Non tutto il campo di vista, però, è in grado di fornire delle informazioni utili sulla distribuzione spaziale dei fotoni gamma interagenti nel cristallo. Infatti, a causa della degradazione, vicino ai bordi della gamma camera, della linearità e della risoluzione spaziale, il cosiddetto campo di vista utile (*uFoV - useful Field of View*), in cui è possibile discriminare spazialmente tra loro diverse sorgenti radioattive, risulta ridotto rispetto all'intero campo di vista.

L'efficienza di una gamma camera rappresenta la frazione dei fotoni gamma incidenti sulla superficie di ingresso della gamma camera che vengono correttamente rivelati. L'efficienza complessiva è il prodotto delle efficienze dei diversi componenti della gamma camera. I componenti che contribuiscono all'efficienza complessiva sono: il collimatore, il cristallo scintillante e l'elettronica di lettura. L'efficienza dei tre componenti verrà discussa rispettivamente ai paragrafi 1.4, 1.5 e 1.7.1.

1.4 Collimatori

Il sistema di collimazione è un componente fondamentale nella formazione delle immagini nella tecnica SPECT. Essendo isotropa l'emissione della sorgente radioattiva iniettata nel corpo del paziente, risulta necessario selezionare i fotoni che incidono sul rivelatore a seconda della direzione lungo la quale sono stati emessi in modo da poter riconoscere esattamente il punto di provenienza.

La tecnica usata è quella della collimazione per assorbimento, dove si interpone tra la sorgente e la gamma camera uno spessore di materiale ad alto potere frenante, cioè ad alto numero atomico (Z) e densità elevata, tipicamente piombo o tungsteno. Nello spessore sono praticati dei fori, che selezionano e lasciano passare solo i fotoni che si propagano nella direzione voluta, mentre il resto della radiazione viene assorbito.

Maggiore è la precisione con cui questa selezione viene effettuata, migliore sarà la risoluzione spaziale dell'immagine. Ne consegue, però, che il numero di fotoni rivelati diminuisce. Ciò corrisponde ad una diminuzione dell'efficienza di rivelazione. Si definisce efficienza del collimatore il rapporto tra i fotoni trasmessi e quelli incidenti, mentre con risoluzione si intende la larghezza a

mezza altezza della distribuzione spaziale della radiazione proiettata sul rivelatore. Nella tecnica di collimazione in assorbimento questi due parametri competono in maniera esclusiva dell'uno rispetto all'altro e si deve trovare un giusto compromesso, regolando parametri quali spessore del setto e lunghezza dei fori. Per questo motivo nella scintigrafia il sistema di collimazione rappresenta un punto critico per il rendimento del sistema di formazione dell'immagine: l'alta risoluzione spaziale viene generalmente ottenuta a scapito della sensibilità, cioè del numero di conteggi per unità di tempo.

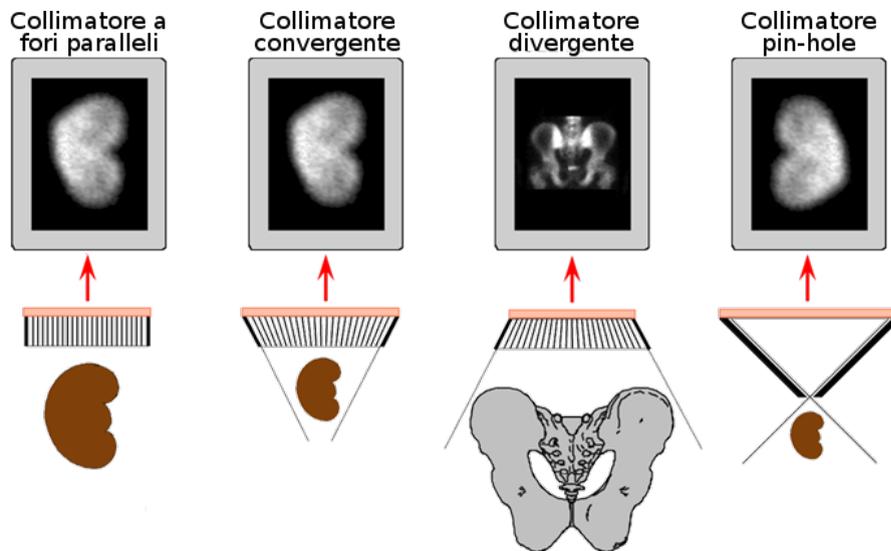


Figura 1.4: Esempio di immagini ottenibili con diverse tipologie di collimatori.

In figura 1.4 sono rappresentati diversi tipi di collimatori e le tipologie di immagini che si ottengono da ciascuno di essi. I fori praticati nel collimatore possono essere di vari diametri e forme, nonché con diverse orientazioni relative: paralleli, di forma conica convergente o divergente. Il collimatore cosiddetto a *pin-hole* comporta il capovolgimento dell'immagine dell'oggetto analizzato e ne permette la magnificazione, o la demagnificazione, regolando opportunamente le distanze tra oggetto e *pin-hole* e tra il *pin-hole* stesso e il rivelatore.

1.5 Cristalli Scintillanti

I cristalli scintillanti sono materiali isolanti che presentano una banda di energia proibita dell'ordine di qualche eV. La scintillazione è dovuta alla presenza di difetti ed impurità all'interno del reticolo cristallino, detti anche attivatori, che generano dei livelli energetici nell'intervallo di energia proibito. Questi centri di ricombinazione possono essere di diversa natura, ma nel caso di un centro luminescente, la transizione allo stato fondamentale conseguente all'eccitazione dovuta al rilascio di energia nel materiale da parte di una particella carica, viene accompagnata dall'emissione di un fotone. La natura dei livelli elettronici e l'abbondanza relativa dei diversi tipi di centri da luogo a differenti caratteristiche di scintillazione. Queste possono essere dunque ottimizzate,

variando la purezza dei materiali da cui parte la crescita del cristallo, agendo sulla stechiometria o introducendo opportuni elementi droganti.

Nel seguito verranno descritte le caratteristiche di un cristallo scintillante, evidenziandone l'importanza in scintigrafia e il loro legame con alcune delle prestazioni finali di una gamma camera.

- La resa luminosa (*light yield*) di uno scintillatore indica la quantità di luce prodotta, in seguito ad una scintillazione, per unità di energia della radiazione incidente (misurata in numero di fotoni ottici prodotti per MeV di radiazione incidente). Questa dovrebbe essere la più alta possibile al fine di migliorare la risoluzione spaziale e la risoluzione energetica di una gamma camera (come espresso dalla formula (1.3), in cui si nota la dipendenza dal numero n di fotoni ottici rivelati al denominatore).
- La densità di un cristallo è un parametro importante perchè da essa dipende l'efficienza dello scintillatore. Infatti, una maggiore densità del cristallo porta ad una più alta probabilità che avvenga una interazione dei fotoni gamma, a parità di energia dei fotoni e di spessore del cristallo. Tale probabilità è espressa nelle formule mediante il coefficiente di attenuazione μ , che regola l'attenuazione esponenziale decrescente dell'intensità dei fasci di fotoni in funzione della distanza percorsa in un materiale secondo la legge di Lambert-Beer. Scintillatori più densi consentono di ridurre lo spessore del cristallo migliorando la risoluzione spaziale (si ricordi che la risoluzione spaziale peggiora con larghe distribuzioni di luce, come espresso nella formula (1.3), le quali sono causate da spessori elevati del cristallo) e mantenendo una buona efficienza. Un cristallo più sottile permette anche di ridurre fenomeni di dipendenza della quantità di luce raccolta in funzione della profondità di interazione.
- La fotofrazione rappresenta la frazione dei raggi gamma incidenti che interagiscono nel cristallo per effetto fotoelettrico ad una data energia dei fotoni gamma. Un alta fotofrazione è importante per minimizzare la produzione di processi di interazione Compton, che andrebbero a peggiorare il contrasto dell'immagine.
- Alcuni scintillatori possono presentare fenomeni di radioattività intrinseca, che si manifesta come un decadimento nucleare spontaneo associato a una radiazione prodotta, che può essere riassorbita dal cristallo. Se la sua energia cade all'interno del foticchio, la radioattività intrinseca porta ad un peggioramento del contrasto. Comunque la radioattività intrinseca causa un peggioramento dell'efficienza del sistema, poichè alcuni fotoni gamma di interesse possono interagire in concomitanza con la radiazione propria del cristallo, riducendo il numero di fotoni gamma utili per l'immagine. Perciò, è preferibile usare scintillatori con scarsa o nulla radioattività intrinseca in applicazioni scintigrafiche. Ciononostante, molti scintillatori a base di Lutezio (come l'LSO o il LYSO) vengono utilizzati, anche se il 2.59 % degli atomi di lutezio sono degli isotopi instabili (^{176}Lu) che decadono spontaneamente con produzione di raggi gamma, beta e X.

- Ogni cristallo scintillante, in funzione della sua composizione, della sua struttura e dei suoi centri attivatori, produce una luce di scintillazione caratterizzata da un certo spettro di emissione, che descrive la distribuzione energetica dei fotoni ottici prodotti. Per favorire una buona risoluzione spaziale ed energetica del sistema scintigrafico, lo spettro di emissione del cristallo deve essere ben accoppiato alla risposta spettrale del fotorivelatore utilizzato, come si vedrà al paragrafo 1.6.1. In figura 1.5 sono mostrati gli spettri di emissione dei principali cristalli usati in scintigrafia.

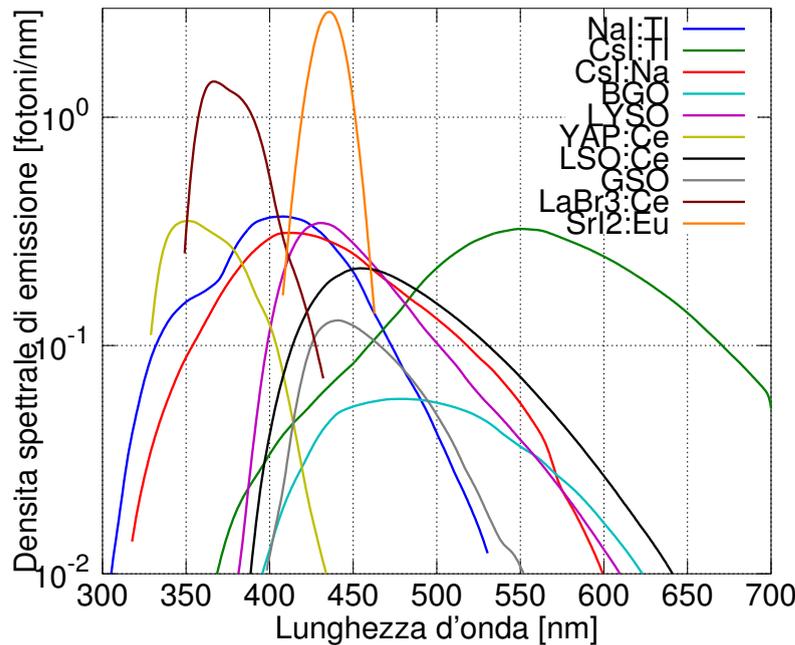


Figura 1.5: Spettri di emissione, in funzione della lunghezza d'onda, dei fotoni ottici prodotti dai principali cristalli scintillanti usati in scintigrafia.

- La luce di scintillazione viene emessa in un tempo di decadimento τ caratteristico di ogni cristallo. Nella tomografia ad emissione di positrone è importante avere un basso tempo di decadimento, per ottenere delle coincidenze, tra eventi di scintillazione rivelati, con la più alta risoluzione temporale possibile. In misura minore, anche nelle tecniche di rivelazione del singolo fotone gamma è richiesto un basso tempo di decadimento, poichè questo aumenta la probabilità di acquisire correttamente i segnali del fotorivelatore per alte frequenze di eventi di scintillazione nel cristallo.
- Alcuni scintillatori sono igroscopici, ovvero interagiscono con le molecole d'acqua, deteriorandosi. Tali cristalli scintillanti devono essere sigillati in contenitori al fine di proteggerli dall'umidità. La faccia del contenitore da accoppiare al fotorivelatore deve essere trasparente ai fotoni ottici prodotti dal cristallo, per consentire la rivelazione della luce di scintillazione. Idealmente, si vorrebbero evitare gli scintillatori igroscopici, in quanto è più facile che si

rompano, e la presenza della finestra ottica del contenitore protettivo allarga la distribuzione della luce di scintillazione sulla superficie sensibile del fotorivelatore, causando tipicamente il peggioramento della risoluzione spaziale.

- L'indice di rifrazione del cristallo scintillante, relativo alla lunghezza d'onda di massima emissione, regola la trasmissione dei fotoni ottici dallo scintillatore all'accoppiatore ottico secondo le leggi di Snell-Cartesio e di Fresnel. L'indice di rifrazione dell'accoppiatore ottico, tipicamente fatto di vetro, è inferiore a quello degli scintillatori più comuni, alle lunghezze d'onda di interesse. Ciò determina l'instaurarsi di un angolo limite di incidenza all'interfaccia tra i due mezzi, oltre il quale la luce viene sempre riflessa e si ha la cosiddetta riflessione totale. Più è alta la differenza tra i due indici di rifrazione e minore è l'angolo limite, riducendo sia la quantità di fotoni trasmessi che la larghezza della distribuzione di luce. Per avere una migliore risoluzione energetica è preferibile avere un indice di rifrazione del cristallo più basso, ma la risoluzione spaziale, dipendendo anche dalla larghezza della distribuzione di luce, può sia migliorare che peggiorare, a seconda della configurazione della gamma camera, all'aumentare dell'indice di rifrazione.

In tabella 1.2 sono mostrate alcune delle caratteristiche dei principali cristalli usati in scintigrafia. Uno degli scintillatori più promettenti per la scintigrafia è il $\text{LaBr}_3:\text{Ce}$ che offre una alta resa di luce (63 fotoni/keV) insieme ad un basso tempo di decadimento. Lo $\text{SrI}_2:\text{Eu}$ è caratterizzato da una resa di luce anche maggiore (80 fotoni/keV), ma l'alto tempo di decadimento (1200 ns) non lo rende adatto per applicazioni caratterizzate da un'alta frequenza di scintillazioni nel cristallo.

Tabella 1.2: *Tabella di alcuni cristalli scintillanti e delle loro principali caratteristiche.*

cristallo	Light Yield [fot/keV]	μ @ 140 keV [cm^{-1}]	Fotofrazione @ 140 keV [%]	Indice di Rifrazione	τ [ns]	Igroscopticità
NaI:Tl	38	2.61	77.7	1.85	230	si
CsI:Tl	54	3.87	80.8	1.79	900	si
CsI:Na	41	3.87	80.8	1.84	630	si
BGO	9	12.2	88.8	2.15	300	no
LYSO	29	9.93	86.7	1.82	50	no
YAP:Ce	21	1.54	49.9	1.95	350	no
LSO:Ce	26	9.80	86.4	1.82	420	no
GSO:Ce	10	6.71	83.2	1.87	55	no
$\text{LaBr}_3:\text{Ce}$	63	2.85	72.8	1.90	16	si
$\text{SrI}_2:\text{Eu}$	80	3.24	77.4	1.85	1200	si

I cristalli scintillanti vengono usati in scintigrafia anche nella forma di tante bacchette tra loro incollate per ottenere una matrice di cristalli. Il loro utilizzo comporta una ridotta larghezza delle distribuzioni di luce, indipendente dalla profondità di interazione. La stima delle posizioni di scintillazione deve permettere di distinguere le scintillazioni avvenute in cristalli contigui, in modo da avere una risoluzione spaziale della gamma camera pari al doppio del passo dei cristalli nella

matrice (la risoluzione spaziale non è pari al passo dei cristalli, perchè è necessario un pixel spento tra due pixel accesi per poter distinguere due sorgenti). Sebbene tale approccio sia piuttosto diffuso [2, 3, 4], ultimamente l'utilizzo di cristalli continui ha portato a miglioramenti delle risoluzioni spaziali, mantenendo costi contenuti, e alla possibilità di stimare la profondità di interazione (utile per correggere gli errori di parallasse in applicazioni PET o in applicazioni in cui vengono usati collimatori a *pin-hole*), grazie all'uso di algoritmi di stima della posizione di scintillazione più accurati della semplice logica Anger.

1.6 Tubi fotomoltiplicatori

I tubi fotomoltiplicatori (PMT - *Photomultiplier tubes*) sono dei fotorivelatori in grado di produrre un segnale di corrente proporzionale al numero di fotoni ottici incidenti sulla sua superficie fotosensibile. Tipicamente un tubo fotomoltiplicatore è composto dalle seguenti parti, che permettono la generazione di un segnale elettrico misurabile:

- fotocatodo,
- un certo numero di dinodi,
- anodo.

Il fotocatodo ha il compito di convertire i fotoni ottici incidenti in fotoelettroni per effetto fotoelettrico. Il tubo fotomoltiplicatore è alimentato con alte tensioni tra anodo e catodo (da 600 V a 3000 V) e viene ripartita tra delle piastre metalliche in numero variabile, interposte tra anodo e catodo, dette dinodi, in modo da creare un intenso campo elettrico in grado di accelerare i fotoelettroni verso i dinodi, a più alto potenziale elettrico. I fotoelettroni, acquisendo energia dal campo elettrico e urtando contro il primo dinodo (a più basso potenziale rispetto agli altri dinodi), estrae un certo numero di elettroni da esso che vengono a loro volta accelerati verso il secondo dinodo. Questi processi sequenziali di moltiplicazione elettronica generano una carica misurabile che viene infine raccolta dall'anodo a più alto potenziale elettrico. Per favorire l'accelerazione degli elettroni all'interno del tubo fotomoltiplicatore, il tubo è tenuto sotto vuoto. Ogni tubo fotomoltiplicatore ha un intervallo di tensioni di alimentazione consentite, che permettono la regolazione del guadagno di moltiplicazione elettronica complessivo (G_{PMT}) dei fotoelettroni.

In scintigrafia i tubi fotomoltiplicatori vengono usati per rivelare la luce di scintillazione di ogni radiazione interagente nel cristallo scintillante. Poichè, ogni scintillazione produce un numero finito di fotoni ottici in un tempo ridotto (tipicamente inferiore ad 1 μs), il segnale in uscita dal tubo fotomoltiplicatore è un segnale impulsivo di corrente, la cui carica è proporzionale al numero di fotoni ottici incidenti. La durata dell'impulso di corrente è tipicamente determinata dal tempo di decadimento caratteristico dello scintillatore (i tempi di decadimento dei principali cristalli impiegati in scintigrafia sono riportati in tabella 1.2) e raramente è limitato dalla risposta

impulsiva temporale del PMT, dell'ordine di 1-10 ns. Inoltre, a causa di perdite ohmiche e a causa dell'emissione di elettroni per effetto termoionico da parte dei dinodi, tipicamente dell'ordine di 10^3 elettroni per cm^2 al secondo, è presente una corrente di buio anodica che fluisce in ogni fotomoltiplicatore alimentato, indipendentemente dalla presenza di un segnale luminoso al suo ingresso.

Come espresso dalla formula (1.3), la risoluzione spaziale intrinseca di una gamma camera dipende dal numero di fotoelettroni rivelati. Quest'ultimo dipende, oltre che dal numero di fotoni ottici incidenti sul fotocatodo, dall'efficienza quantica (*QE - Quantum Efficiency*) dei fotocatodi in funzione della lunghezza d'onda, che rappresenta la probabilità che un fotone ottico incidente sul fotocatodo ad una data lunghezza d'onda faccia fuoriuscire un fotoelettrone da esso. Inoltre, non tutti i fotoelettroni prodotti saranno rivelati, poichè alcuni di questi non riusciranno ad arrivare sulla superficie di impatto del primo dinodo con un'energia sufficiente a provocare una moltiplicazione elettronica. Anche tale fenomeno tende a peggiorare le risoluzioni spaziale ed energetica della gamma camera. La frazione dei fotoelettroni che produrranno una moltiplicazione elettronica sul primo dinodo viene detta efficienza di collezione di primo dinodo (*CE - Collection Efficiency*). Le efficienze di collezione sugli altri dinodi non sono influenti per il calcolo del numero di fotoelettroni rivelati, in quanto le precedenti moltiplicazioni dinodiche, con il conseguente alto numero di elettroni incidenti, rendono praticamente nulla la possibilità che non avvenga la moltiplicazione elettronica.

I fotocatodi maggiormente impiegati nell'ambito della scintigrafia sono costituiti da una sostanza fotoemittente composta da terre alcaline quali antimonio e cesio. I principali materiali di cui sono fatti i fotocatodi vengono chiamati, a seconda della composizione: bialcali, multialcali, superbialcali o ultrabialcali. La sostanza fotoemittente è depositata su di una finestra di vetro borosilicato o di vetro trasparente ai raggi ultravioletti, il cui spessore è determinante nella formazione delle immagini. In figura 1.6 sono mostrate le efficienze quantiche delle coppie di fotocatodo e finestra ottica maggiormente usate in medicina nucleare, in funzione della lunghezza d'onda della luce incidente. Le curve tengono conto delle proprietà di assorbimento e trasmissione della luce da parte della finestra ottica. Ogni coppia di fotocatodo e finestra ottica è stata codificata dall'Hamamatsu con una sigla che ne identifica i componenti [5], come riportato in tabella 1.3.

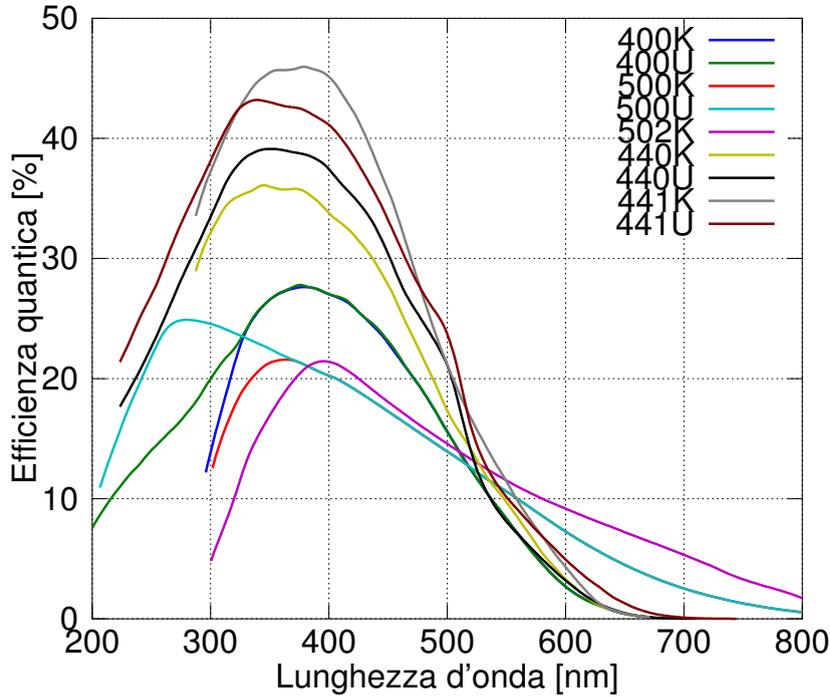


Figura 1.6: Efficienza quantica dei materiali usati per i fotocatodi e per le finestre ottiche in medicina nucleare, in funzione della lunghezza d’onda. Ad ogni codice nella legenda corrisponde una determinata combinazione di fotocatodo e finestra ottica come riportato in tabella 1.3.

Tabella 1.3: Legenda dei codici delle coppie di fotocatodo e di finestra ottica più utilizzate in medicina nucleare.

Codice	Materiale fotocatodo	Materiale finestra ottica
400K	Bialcali	Vetro borosilicato
400U	Bialcali	Vetro UV
500K	Multialcali	Vetro borosilicato
500U	Multialcali	Vetro UV
502K	Multialcali	Vetro borosilicato (prisma)
440K	Superbialcali	Vetro borosilicato
440U	Superbialcali	Vetro UV
441K	Ultrabialcali	Vetro borosilicato
441U	Ultrabialcali	Vetro UV

Dagli spettri di emissione dei cristalli di figura 1.5 e dalle efficienze quantiche dei fotocatodi mostrate in figura 1.6, è possibile ricavare le percentuali dell’efficienza di accoppiamento ϵ_{ACC} tra le possibili combinazioni di cristallo e fotocatodo. Essa tiene conto di quanto è ulteriormente ridotta la percentuale di fotoelettroni generati da un dato numero di fotoni di scintillazione assorbiti dal fotocatodo, rispetto al massimo valore di efficienza quantica del fotocatodo QE^{max} . Espressa in formula, l’efficienza di accoppiamento degli spettri (ϵ_{ACC}) risulta la seguente:

$$\epsilon_{ACC} = \frac{\int_0^{\infty} S_{LY}(\lambda) \cdot QE(\lambda), d\lambda}{LY \cdot QE^{max}}, \quad (1.4)$$

in cui $S_{LY}(\lambda)$ rappresenta lo spettro di emissione della luce di scintillazione nel cristallo in funzione della lunghezza d'onda (λ), LY è la resa luminosa del cristallo su tutto lo spettro, mentre $QE(\lambda)$ è l'efficienza quantica del fotocatodo (in cui viene anche considerato l'assorbimento della finestra ottica sulla quale viene depositato il fotocatodo) in funzione della lunghezza d'onda. L'effettiva percentuale di fotoelettroni rivelati a partire da un certo numero di fotoni di scintillazione incidenti sul fotocatodo si ricava dal prodotto $QE^{max} \cdot \epsilon_{ACC} \cdot CE$. Applicando la formula (1.4), si nota come l'accoppiamento di un cristallo di CsI:Tl, caratterizzato da un'elevata resa luminosa (54 fotoni/keV, maggiore di quella dell'NaI:Tl), con un fotocatodo ai bialcali, non sia una scelta ottimale per avere un elevato numero di fotoelettroni rivelati, a causa della bassa efficienza di accoppiamento tra gli spettri di emissione e di efficienza quantica (circa il 32 %).

In tabella 1.4, invece, sono riportati i valori del prodotto $LY \cdot QE^{max} \cdot \epsilon_{ACC}$ per ogni accoppiamento possibile tra gli scintillatori e i fotocatodi elencati in precedenza. Tale prodotto può essere interpretato come il numero di fotoelettroni, per keV di radiazione incidente, che verrebbero prodotti qualora tutti i fotoni di scintillazione generati venissero assorbiti dal fotocatodo. I valori della tabella 1.4, se moltiplicati per l'efficienza di collezione di primo dinodo (CE), permettono di fare una valutazione preliminare di quali accoppiamenti tra cristalli scintillanti e tubi fotomoltiplicatori siano i migliori per massimizzare il numero di fotoelettroni rivelati, dal quale dipende sia la risoluzione spaziale intrinseca che la risoluzione energetica della gamma camera.

Tabella 1.4: Valori del prodotto $LY \cdot QE^{max} \cdot \epsilon_{ACC}$ per ogni accoppiamento possibile degli scintillatori e dei fotocatodi più usati in scintigrafia. L'unità di misura è fotoelettroni/keV e rappresenta il numero di fotoelettroni generati se tutti i fotoni di scintillazione arrivassero sul fotocatodo. Per interpretare il significato dei codici delle colonne, relativi a determinate coppie di materiali per fotocatodo e finestra ottica, si consulti la tabella 1.3.

	400K	400U	500K	500U	502K	440K	440U	441K	441U
NaI:Tl	9.5	9.6	7.3	7.4	7.2	12.0	13.2	15.6	14.5
CsI:Tl	4.8	4.8	5.5	5.6	6.3	5.6	5.8	7.0	6.9
CsI:Na	9.2	9.2	7.2	7.3	7.4	11.4	12.5	14.6	13.7
BGO	1.4	1.4	1.2	1.2	1.3	1.6	1.8	2.1	2.0
LYSO	6.1	6.1	4.8	4.8	5.1	7.4	8.1	9.5	8.9
YAP:Ce	5.6	5.6	4.4	4.6	3.9	7.4	8.1	9.5	8.9
LSO:Ce	4.6	4.6	3.9	3.9	4.1	5.5	6.0	6.9	6.6
GSO	2.1	2.1	1.6	1.6	1.7	2.5	2.8	3.2	3.0
LaBr ₃ :Ce	17.2	17.2	13.2	13.3	12.7	22.1	24.2	28.6	26.5
SrI ₂ :Eu	19.6	19.7	14.6	14.6	15.3	24.0	26.4	31.2	28.7

1.6.1 Tubi fotomoltiplicatori multi-anodo

Per applicazioni riguardanti la diagnosi scintigrafica di piccoli organi, in cui la risoluzione spaziale che si vuole ottenere è sub-millimetrica, è necessario campionare una distribuzione di luce di scintillazione più stretta di quelle presenti nelle classiche Anger Camera. Per evitare effetti di sottocampionamento, è, perciò, indispensabile usare tubi fotomoltiplicatori di dimensioni molto ridotte in modo da poterne affiancare un maggior numero nell'unità spaziale del campo di vista

della gamma camera. Una tecnologia che è stata sviluppata, per ottenere un più fitto campionamento della distribuzione di luce, senza affiancare molti tubi fotomoltiplicatori tra loro, è quella dei tubi fotomoltiplicatori multi-anodo (MAPMT - *Multi-Anode Photomultiplier Tube*). Tale tipologia di PMT è caratterizzata da un singolo fotocatodo e da più anodi, ciascuno dei quali raccoglie la carica elettrica relativa ai fotoni ottici incidenti su un'area del fotocatodo limitata. In tal modo, è possibile ottenere una matrice di segnali anodici di corrente che, con le loro cariche, riproducono, in una matrice bidimensionale, la distribuzione spaziale della luce di scintillazione incidente sul fotocatodo.

Oltre alle proprietà dei normali tubi fotomoltiplicatori, gli MAPMT sono caratterizzati da parametri quali: il passo delle aree sensibili del fotocatodo relative agli anodi, le dimensioni di tali aree, il numero di anodi, la percentuale di area sensibile rispetto all'area complessiva del fotocatodo e il *cross-talk* dei segnali tra anodi vicini. Le correnti di buio per anodo degli MAPMT vanno dai 0.1 nA ai 10 nA. In tabella 1.5, sono riportate le caratteristiche salienti, per applicazioni scintigrafiche, dei principali tubi fotomoltiplicatori multi-anodo usati in medicina nucleare.

Tabella 1.5: *Tabella di alcune caratteristiche dei tubi fotomoltiplicatori multi-anodo più usati in scintigrafia.*

MAPMT	Numero Anodi	Passo Anodi [mm]	Dimensione Anodi [mm ²]	G_{PMT}^{min}	G_{PMT}^{max}	Codice Fotocatodo (tabella 1.3)	Massima Disuniformità Guadagni
H8500	8x8	6.08	5.8x5.8	10^5	$3 \cdot 10^6$	400K	3:1
H8500-03	8x8	6.08	5.8x5.8	10^5	$3 \cdot 10^6$	400U	3:1
H10966	8x8	6.08	5.8x5.8	$5 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^5$	400K	3:1
H10966-100	8x8	6.08	5.8x5.8	$5 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^5$	440K	3:1
H12700	8x8	6.00	5.65x5.65	$3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^6$	400K	3:1
H12700-03	8x8	6.00	5.65x5.65	$3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^6$	400U	3:1
H9500	16x16	3.04	2.8x2.8	10^5	$3 \cdot 10^6$	400K	5:1
H9500-03	16x16	3.04	2.8x2.8	10^5	$3 \cdot 10^6$	400U	5:1
H12428-100	8x8	2.88	-	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	440K	5:1
H12428-103	8x8	2.88	-	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	440U	5:1
H12428-200	8x8	2.88	-	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	441K	5:1
H12428-203	8x8	2.88	-	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	441U	5:1
H12445-100	4x4	5.75	-	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	440K	3:1
H12445-103	4x4	5.75	-	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	440U	3:1
H12445-200	4x4	5.75	-	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	441K	3:1
H12445-203	4x4	5.75	-	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^6$	441U	3:1
H8711	4x4	4.5	4.2x4.2	$5 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^7$	400K	4:1
H8711-01	4x4	4.5	4.2x4.2	$5 \cdot 10^3$	10^7	500K	5:1
H8711-03	4x4	4.5	4.2x4.2	$5 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^7$	400U	4:1
H8711-04	4x4	4.5	4.2x4.2	$5 \cdot 10^3$	10^7	500U	5:1
H8711-20	4x4	4.5	4.2x4.2	$3 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^6$	502K	5:1
H8711-100	4x4	4.5	4.2x4.2	$3 \cdot 10^4$	10^7	440K	4:1
H8711-200	4x4	4.5	4.2x4.2	$3 \cdot 10^4$	10^7	441K	4:1
H8711-10	4x4	4.5	4.2x4.2	$7 \cdot 10^3$	10^7	400K	4:1
H8711-11	4x4	4.5	4.2x4.2	10^3	$2 \cdot 10^6$	500K	5:1
H8711-13	4x4	4.5	4.2x4.2	$7 \cdot 10^3$	10^7	400U	4:1
H8711-14	4x4	4.5	4.2x4.2	10^3	$2 \cdot 10^6$	500U	5:1

1.7 Sistemi di lettura per MAPMT

Le elettroniche di lettura per MAPMT spesso fanno uso di circuiterie dedicate alla riduzione del numero di segnali anodici uscenti dal fototubo, al fine di ridurre anche il numero di canali dell'elettronica di acquisizione. La riduzione dei segnali è solitamente effettuata tramite delle catene resistive. La Anger camera impiegava una rete di resistenze pesate per ottenere solamente 4 segnali di uscita [1]. Successivamente, lo stesso numero di segnali di uscita è stato ottenuto con una rete di resistenze dello stesso valore [6], di più facile implementazione e con meno errori sistematici. Più recentemente vengono utilizzate catene di resistenze dello stesso valore per ottenere un segnale per ogni colonna e un segnale per ogni riga della matrice di anodi del MAPMT [7, 8]. Migliori prestazioni in termini di risoluzione spaziale dell'immagine finale possono essere raggiunte acquisendo indipendentemente tutti i segnali anodici del MAPMT, cosa, attualmente, più facile da ottenere grazie agli alti livelli di integrazione raggiunti dai sistemi elettronici. Il miglioramento delle prestazioni, ottenuto con tale approccio, è permesso dalla possibilità di correggere via *software* le non-uniformità di guadagno dei diversi anodi del MAPMT, e di poter applicare alcuni metodi di stima della posizione di scintillazione (alla matrice bidimensionale dei segnali anodici), più accurati della classica logica Anger [9, 10, 11] (per approfondire tali metodi si rimanda ai sottoparagrafi 5.2.4 e 5.2.5).

A prescindere dalla presenza dell'elettronica di riduzione dei segnali, l'elettronica di acquisizione può seguire due diversi approcci. Il primo approccio, più diffuso, è quello dei sistemi a *trigger*. In tali sistemi, non vengono acquisiti digitalmente i segnali analogici fintanto che non viene rivelata la presenza di un segnale significativo in ingresso. Solitamente, essi sono costituiti da un preamplificatore che converte il segnale di corrente impulsivo uscente dall'anodo del MAPMT in un segnale di tensione impulsivo, il quale passa in un filtro passa banda detto *shaper* che ne controlla la risposta temporale. In figura 1.7 è mostrato uno schema a blocchi che descrive in modo semplificato la struttura dei sistemi a *trigger*.

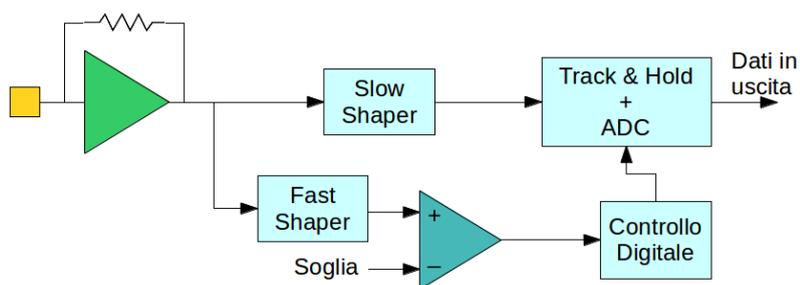


Figura 1.7: Schema semplificato dell'elettronica di acquisizione di un canale dei sistemi di lettura a *trigger*.

Una tipica risposta temporale in uscita dallo *shaper* è riportata in figura 1.8 al variare della carica dell'impulso di corrente in ingresso. Si noti come si raggiunge il valore massimo della tensione sempre dopo un ritardo fisso dall'istante di arrivo dell'impulso in ingresso. Lo *shaper* appena descritto viene normalmente chiamato *slow shaper*, poichè esso è quasi sempre supportato

da un *fast shaper* caratterizzato da risposte temporali dell'uscita come quelle in figura 1.8 ma con tempi di reazione molto più brevi. Perciò, la differenza tra i ritardi dello *slow shaper* e del *fast shaper* è, in prima approssimazione, costante, permettendo di utilizzare l'uscita del *fast shaper* come un segnale di riferimento temporale per andare a campionare e convertire in digitale l'uscita dello *slow shaper*, quando essa si trova al suo punto di massimo. Il segnale uscente dal *fast shaper* è spesso confrontato, tramite un comparatore, con una soglia per abilitare o meno l'acquisizione del segnale in uscita dallo *slow shaper*. In alcune implementazioni è presente un unico *fast shaper* per tutti i canali di acquisizione, che solitamente ha come ingresso un segnale somma di quelli in uscita dagli anodi (ottenuto semplicemente collegando il suo ingresso all'ultimo dinodo di alcuni MAPMT), mentre in altre è presente un *fast shaper* per ogni canale. Le imprecisioni nel ritardo per il campionamento dello *slow shaper*, o la dipendenza, dalla soglia e dal segnale in ingresso al *fast shaper*, dell'istante di tempo in cui varia l'uscita del comparatore, determinano un peggioramento della accuratezza e della ripetibilità del valore acquisito in uscita.

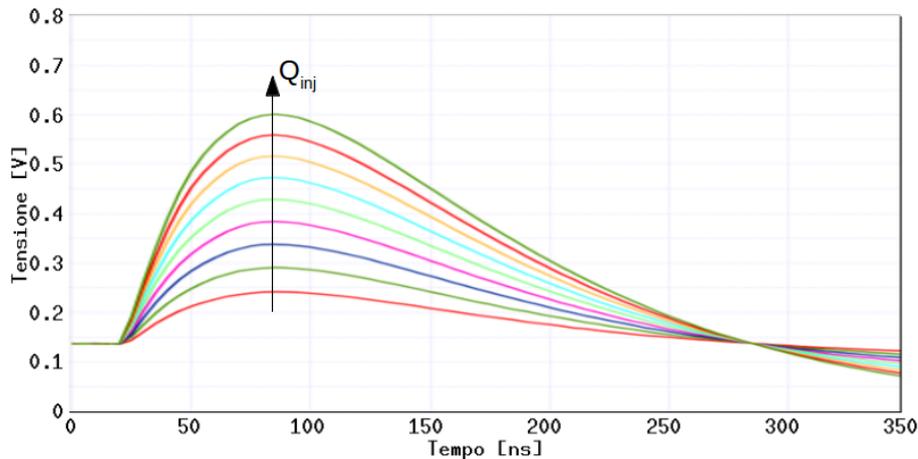


Figura 1.8: Tipica risposta temporale in uscita da uno shaper di un sistema a trigger, per valori crescenti di carica Q_{inj} dell'impulso di corrente in ingresso al sistema.

Un'altra tipologia di elettronica di lettura per tubi fotomoltiplicatori multi-anodo è quella costituita dai cosiddetti sistemi in modalità *free-run*. Tali sistemi prevedono un'acquisizione, sia analogica che digitale, periodica a prescindere che sia presente o meno un segnale significativo in ingresso. La loro architettura è tipicamente più semplice, come si nota dallo schema a blocchi semplificato in figura 1.9.

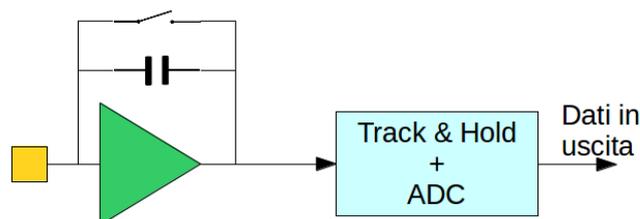


Figura 1.9: Schema semplificato di un canale dell'elettronica di acquisizione dei sistemi di lettura in modalità *free-run*.

I sistemi in modalità *free-run* sono tipicamente basati su un integratore di carica (CSA - *Charge Sensitive Amplifier*) come primo stadio, seguito da una elettronica di campionamento (un *track and hold* o un *sample and hold*) e di conversione digitale (un convertitore analogico-digitale). L'integratore di carica genera in uscita un gradino di tensione di ampiezza proporzionale alla carica dell'impulso di corrente in ingresso. La carica, che viene immagazzinata ai capi del condensatore di retroazione del CSA, viene periodicamente scaricata da un interruttore, per evitare la saturazione dell'uscita. Tipicamente, la più semplice struttura dei sistemi in modalità *free-run* comporta una diminuzione delle fonti di incertezza e di errore sistematico rispetto alle strutture dei sistemi a *trigger*. Tuttavia, la mancata correlazione temporale tra l'inizio dell'acquisizione e l'istante di arrivo di un segnale significativo in ingresso comporta una fonte di incertezza non presente nei sistemi a *trigger*. Questa è data dalla probabilità non nulla che un impulso di corrente in ingresso non venga completamente integrato dal CSA, ma che una parte di esso venga persa in uscita all'integratore quando quest'ultimo si trova nella sua fase di *reset*. Tale probabilità cresce all'aumentare della frequenza di acquisizione e facendo uso di cristalli scintillanti con un alto tempo di decadimento.

1.7.1 Efficienza dei sistemi di lettura

Sia i sistemi a *trigger* che quelli in modalità *free-run* sono caratterizzati dai cosiddetti tempi morti. Questi sono degli intervalli temporali durante i quali i due sistemi sono insensibili ai segnali in ingresso. Nel caso dei sistemi a *trigger*, il tempo morto corrisponde al tempo in cui il *track and hold* rimane nella sua fase di mantenimento del segnale per permetterne la conversione in digitale operata dall'ADC. Infatti, anche se in quel momento arrivassero altri segnali significativi in ingresso, il *track and hold* non sarebbe in grado di acquisirli. Invece per i sistemi in modalità *free-run*, il tempo morto coincide con il tempo di *reset* dell'integratore di carica, durante il quale gli eventuali impulsi di corrente in ingresso non verrebbero integrati.

Per effettuare l'analisi dell'efficienza dei due sistemi elettronici, bisogna considerare che il decadimento radiattivo, che porta alla produzione di raggi gamma i quali successivamente possono interagire con i cristalli scintillanti, è un processo Poissoniano. Perciò, la probabilità $P_{\Delta t}(k)$ che avvengano k scintillazioni nel cristallo nel generico intervallo di tempo Δt è data da

$$P_{\Delta t}(k) = \frac{(C_R \Delta t)^k}{k!} \cdot e^{-C_R \Delta t}, \quad (1.5)$$

dove C_R è la frequenza media di scintillazioni nel cristallo. L'efficienza dell'elettronica viene calcolata come rapporto tra la frequenza media del numero di eventi di scintillazione correttamente acquisiti (N'_{CA}) rispetto alla frequenza media del numero totale di eventi di scintillazione (C_R), come mostrato nella formula (1.6).

$$\eta_{ele} = \frac{N'_{CA}}{C_R} \quad (1.6)$$

Per i sistemi in modalità *free-run*, caratterizzati da un periodo fisso di acquisizione (T_{acq}), un tempo morto anch'esso fisso (t_M) e tempi di decadimento dei cristalli scintillanti trascurabili rispetto a T_{acq} e t_M , l'analisi per il calcolo dell'efficienza risulta più semplice data la non aleatorietà dell'intervallo tra due acquisizioni successive. Per tali sistemi la frequenza media di eventi correttamente acquisiti ha la seguente espressione:

$$N'_{CA} = \frac{P_{T_{acq}-t_M}(1)}{T_{acq}} = \frac{C_R(T_{acq} - t_M)}{T_{acq}} e^{-C_R(T_{acq}-t_M)}. \quad (1.7)$$

Sostituendo l'espressione di formula (1.7) nella formula (1.6), si trova l'efficienza dell'elettronica dei sistemi in modalità *free-run*, il cui risultato è riportato nella formula seguente:

$$\eta_{ele} = \frac{(T_{acq} - t_M)}{T_{acq}} e^{-C_R(T_{acq}-t_M)}. \quad (1.8)$$

Effettuando la derivata prima dell'efficienza rispetto al periodo di acquisizione e uguagliando il risultato a zero, si trova nella formula (1.9) il periodo di acquisizione ottimale (T_{acq}^{ott}) per massimizzare l'efficienza, che è una funzione sia del tempo morto che della frequenza media degli eventi di scintillazione nel cristallo.

$$T_{acq}^{ott} = \frac{t_M}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{t_M C_R}} \right) \quad (1.9)$$

Sostituendo nella formula (1.8) l'espressione di formula (1.9), si ottiene la formula (1.10) per l'efficienza ottima dell'elettronica in funzione di t_M e C_R .

$$\eta_{ele}^{ott} = \frac{\sqrt{1 + \frac{4}{t_M C_R}} - 1}{\sqrt{1 + \frac{4}{t_M C_R}} + 1} e^{-\frac{t_M C_R}{2} (\sqrt{1 + \frac{4}{t_M C_R}} - 1)} \quad (1.10)$$

Solitamente nei sistemi in modalità *free-run* il tempo morto è caratterizzato da un valore minimo necessario a non degradare le prestazioni dell'elettronica di lettura. Nelle figure 1.10a e 1.10b sono mostrati rispettivamente i grafici dell'efficienza ottima dei sistemi in modalità *free-run* e del periodo di acquisizione ottimo in funzione del tempo morto selezionato e per diversi valori di frequenze medie di scintillazione nel cristallo. Come si osserva dai grafici appena presentati, l'efficienza dell'elettronica peggiora all'aumentare del tempo morto e della frequenza media di scintillazioni. Invece, il tempo di acquisizione ottimo, che permette di ottenere l'efficienza ottima per un dato tempo morto, cresce all'aumentare di quest'ultimo e al diminuire della frequenza media di scintillazione.

Per valutare sperimentalmente tutte le quantità finora descritte, sarebbe necessario conoscere la frequenza media di scintillazioni nel cristallo (C_R) che non è nota a priori. Comunque è possibile calcolarla a partire dalla frequenza media di conteggi misurati, che chiameremo N'_{CM} . La frequenza media di conteggi misurati è maggiore di quella degli eventi di scintillazione correttamente acquisiti (N'_{CA}) e inferiore alla frequenza media di scintillazioni nel cristallo (C_R), ma dalla sua conoscenza, ottenuta tramite misurazioni, è possibile conoscere le altre due frequenze medie C_R e N'_{CA} . Come esplicitato nella formula (1.11), la frequenza media di conteggi misurati è data dalla probabilità di

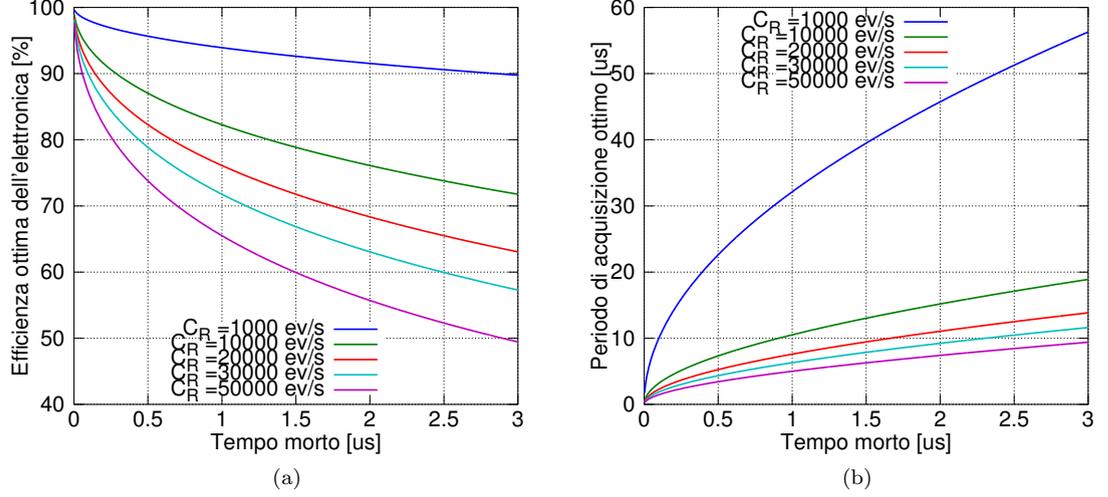


Figura 1.10: Grafici dell'efficienza ottima (a) e del periodo di acquisizione ottimo (b) dei sistemi di lettura in free-run in funzione del tempo morto e per diverse frequenze medie di eventi di scintillazione nel cristallo (C_R).

avere almeno un evento di scintillazione durante un tempo di integrazione del segnale in ingresso ($T_{acq} - t_M$), moltiplicata per la frequenza di acquisizione.

$$N'_{CM} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} P_{T_{acq}-t_M}(k)}{T_{acq}} = \frac{e^{-C_R(T_{acq}-t_M)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[C_R(T_{acq}-t_M)]^k}{k!}}{T_{acq}} = \frac{1 - e^{-C_R(T_{acq}-t_M)}}{T_{acq}} \quad (1.11)$$

Nella formula (1.11) è possibile esplicitare C_R , essendo note (T_{acq} e t_M) o misurabili (N'_{CM}) tutte le altre variabili. Il risultato è mostrato nella formula (1.12).

$$C_R = \frac{-\log(1 - T_{acq} N'_{CM})}{T_{acq} - t_M} \quad (1.12)$$

Una volta noto il valore di C_R , può essere utilizzato per conoscere il valore della frequenza media degli eventi di scintillazione correttamente acquisiti (N'_{CA}), attraverso la formula (1.7), e il periodo di acquisizione ottimo T_{acq}^{ott} , attraverso la formula (1.9), al quale corrisponde l'efficienza ottima dell'elettronica η_{ele}^{ott} .

1.8 Obiettivi e stato dell'arte

Il principale obiettivo di questa tesi di dottorato è stato realizzare una elettronica di lettura multi-canale di piccole dimensioni per tubi fotomoltiplicatori multi-anodo da utilizzare nelle tecniche di rivelazione di singolo fotone (SPE - *Single Photon Emission* e SPECT - *Single Photon Emission Computed Tomography*). Tale proposito nasce dall'esigenza di ottimizzare le prestazioni delle gamma camere inserite all'interno di sistemi altamente integrati, che hanno requisiti stringenti in termini di efficienza, risoluzione spaziale delle immagini risultanti, peso e dimensioni. Una applicazione, in cui questo tipo di elettronica di lettura può portare ad un miglioramento di tali prestazioni, è quella delle sonde scintigrafiche, eventualmente accoppiate ad un altro tipo di tecnica

diagnostica al fine di produrre immagini multi-modali come, ad esempio, quelle eco-scintigrafiche [12, 13, 14]. In questo tipo di applicazioni, in cui è necessario garantire compattezza e leggerezza della sonda, è richiesta una bassa occupazione di spazio dell'elettronica, in modo da minimizzare il volume da ricoprire con un pesante rivestimento in piombo, che è utilizzato per schermare la gamma camera da radiazioni diffuse e ambientali, le quali peggiorano il contrasto delle immagini risultanti. Questo tipo di sonde può essere utilizzato in sala operatoria per dare, in tempo reale, un'indicazione delle zone nel paziente su cui operare. Perciò, tali sonde sfruttano tipicamente dei collimatori ad elevata efficienza per raccogliere velocemente gli eventi di scintillazione nel cristallo. Di conseguenza l'elettronica di lettura deve essere in grado di acquisire, con una buona efficienza, un elevato numero di eventi di scintillazione al secondo.

Altre possibili applicazioni, per l'elettronica di lettura presentata in questo lavoro di tesi, sono quelle riguardanti tomografi per piccoli animali. In tali sistemi, è spesso iniettata una intensa radioattività nelle cavie, che permette l'uso di collimatori ad alta risoluzione e bassa efficienza. Questi fanno sì che la risoluzione spaziale complessiva del sistema sia limitata dalla risoluzione intrinseca della singola gamma camera, la quale dipende principalmente dalle caratteristiche del cristallo scintillante e del MAPMT scelto, nonché dall'algoritmo impiegato per stimare la posizione di interazione di ogni evento di scintillazione. Dunque, per ottimizzare la risoluzione spaziale di siffatti sistemi bisogna scegliere accuratamente l'algoritmo di stima da adottare, insieme ai molteplici parametri, sia geometrici che legati ai materiali, caratterizzanti il cristallo scintillante e l'MAPMT. Perciò, un ulteriore obiettivo di questa tesi è quello di effettuare un'analisi di una gamma camera al fine di predire le sue prestazioni al variare dei suoi parametri di progetto e per diverse tipologie di algoritmi di stima, in modo da fornire uno strumento utile per l'ottimizzazione delle prestazioni del sistema diagnostico.

In letteratura sono presenti lavori [15, 16] che dimostrano come l'acquisizione indipendente di tutti i segnali anodici porti un beneficio alla risoluzione e alla qualità dell'immagine finale, sebbene con un maggior costo di realizzazione in termini economici e di dimensioni finali dell'elettronica. Per questo motivo, la tipologia scelta per l'elettronica di lettura è quella multi-canale, al fine di effettuare l'acquisizione completa di tutti i segnali uscenti da un MAPMT. Per rendere conforme l'elettronica di lettura ai requisiti di compattezza prima enunciati, consentendo, allo stesso tempo, di mantenere un approccio multi-canale, si deve ricorrere ad una sua implementazione integrata permessa dalla tecnologia microelettronica. Alcuni sistemi integrati, realizzati all'interno della comunità scientifica per leggere un alto numero di segnali anodici uscenti da tubi fotomoltiplicatori, sono di seguito riportati. Il *chip* MAROC [17][18] è un circuito integrato di cui sono state sviluppate tre versioni. Il *chip* è dotato di 64 canali, ciascuno con un sistema di lettura a *trigger* come quello riportato nello schema di principio di figura 1.7. Il substrato utilizzato è in SiGe, l'area occupata dal *chip* è di $4 \times 4 \text{ mm}^2$, la sua tensione di alimentazione è di 3.5 V e la linearità è migliore del 2 % della massima dinamica del segnale. Il guadagno di ogni canale può essere impostato a valori

variabili con 8 bit di configurazione e con un rapporto di 4 tra massimo e minimo guadagno. I piedistalli dei segnali vengono memorizzati da un *sample and hold* a parte per ogni canale e sottratti dal valore finale. Il *chip* MAROC è dotato di una sola uscita analogica sulla quale moltiplicare tutti i segnali analogici uscenti dai 64 canali di acquisizione. Ciò aumenta notevolmente i tempi morti del sistema poichè i *sample and hold* non sono in grado di campionare ulteriori segnali durante la conversione operata da un ADC esterno, peggiorando l'efficienza di questa elettronica di lettura ad alte frequenze di eventi di scintillazione nel cristallo. In [19] è descritta una scheda a 64 canali basata sul *chip* MAROC2, nella quale un unico ADC, con frequenza di conversione di 3 Msps, è utilizzato per convertire i segnali analogici in digitale. L'acquisizione digitale di tutti i canali avviene in 32 μ s comportando una bassa efficienza dell'elettronica ad una frequenza media di scintillazioni nel cristallo di 30 kHz.

L'elettronica di lettura sviluppata (precedentemente a questo lavoro di tesi) dal gruppo di microelettronica di Roma Tre, presso il quale è stato svolto il presente lavoro di dottorato, ha portato a ottimi risultati nell'ambito della formazione di immagini scintigrafiche [16]. Tale sistema di lettura è basato sulla modalità *free-run* e permette di acquisire in parallelo 256 segnali anodici da una matrice 2x2 di tubi fotomoltiplicatori H8500 da 64 anodi ciascuno, per mezzo di integratori di carica azzerati periodicamente. Tale elettronica di lettura è basata su 16 schede di dimensioni 9x5 cm² da 16 canali l'una e da una scheda di raccordo di dimensioni 10x10 cm². Ogni canale dell'elettronica può acquisire ad una frequenza massima di 250 kHz. Grazie a dei tempi di azzeramento tipici di 1 μ s, l'elettronica di lettura è caratterizzata da un'efficienza del 65 % ad una frequenza media di scintillazioni nel cristallo di 50 kHz, per ciò che si è detto al sottoparagrafo 1.7.1. Inoltre, date le ottime risoluzioni spaziali ottenute con tale sistema di lettura, accoppiato a diverse combinazioni di tubi fotomoltiplicatori multi-anodo e cristalli scintillanti [16, 9, 20, 10], si è deciso, in questo lavoro di tesi, di sviluppare un'elettronica di lettura multi-canale e in modalità *free-run* per ottenere simili prestazioni di risoluzione spaziale ed efficienza, ma con una più spinta integrazione. Infatti l'elettronica di acquisizione presentata in [16], a differenza di quelle sopra descritte, è stata implementata a componenti discreti e le sue dimensioni sono circa di 10x10x10 cm³. L'integrazione desiderata per questo sistema è stata ottenuta, in questo lavoro di tesi, grazie alla realizzazione di un *chip* dedicato.

1.9 Specifica

In accordo con ciò che è stato detto al paragrafo 1.8, l'ASIC (*Application Specific Integrated Circuit*) che è stato progettato deve permettere un'alta integrazione di canali e deve operare in modalità *free-run*. Il ricorso ad una implementazione integrata dell'elettronica migliorerà la compattezza e la leggerezza del sistema.

La struttura dell'ASIC, che si è sviluppato durante questo lavoro di tesi, ha preso come modello

l'elettronica presentata in [16], ed è stato deciso di ottenere un'efficienza dell'elettronica pari almeno al 70 % ad una frequenza media di scintillazioni nel cristallo di 30 kHz. Facendo riferimento ai grafici in figura 1.10, per ottenere tale efficienza nelle condizioni suddette, è necessario avere un tempo morto inferiore a $1.2 \mu s$ ed un periodo di acquisizione al massimo di $7 \mu s$, che corrisponde ad una frequenza di acquisizione di 143 kHz. Per garantire tali prestazioni di efficienza, è stata imposta una specifica per la massima frequenza di acquisizione pari a 150 kHz, corrispondente ad un minimo periodo di acquisizione di $6.7 \mu s$, ed è stata scelto $1 \mu s$ come massimo tempo morto.

Per non perdere alcuna informazione riguardo ai fotoelettroni generati, collezionati dal primo dinodo del tubo fotomoltiplicatore multi-anodo, moltiplicati dalle successive catene dinodiche e infine raccolti dagli anodi, è necessario che la risoluzione del sistema elettronico di lettura, determinata dalla risoluzione degli ADC utilizzati e dalla dinamica disponibile per il segnale, sia tale da rivelare il singolo fotoelettrone collezionato. Da un modello della distribuzione di luce, sviluppato durante questo lavoro di tesi e presentato al paragrafo 5.1, è stato possibile valutare, per le combinazioni di cristalli scintillanti e tubi fotomoltiplicatori multi-anodo più usati in applicazioni di SPE, il numero di fotoelettroni massimo rivelabile da un singolo anodo del MAPMT. Al sottoparagrafo 5.3.2 sono riportate nel dettaglio le condizioni scelte per tale valutazione. Dalla tabella 5.6, relativa a radiazioni gamma di energia pari a 140.5 keV (questa è l'energia dei fotoni gamma emessi dal ^{99m}Tc , il radionuclide maggiormente usato nelle tecniche SPECT), si individua 815 come massimo numero di fotoelettroni rivelabili dal singolo anodo del MAPMT. Nell'ipotesi di impostare il guadagno del tubo fotomoltiplicatore e dell'elettronica, in modo da sfruttare tutta la dinamica del segnale facendo corrispondere ad essa il segnale massimo rivelabile (815 fotoelettroni nel caso peggiore), si deve avere una risoluzione prossima allo 0.12 % (uguale a $1/815$ fotoelettroni) della massima dinamica disponibile per non perdere l'informazione sul numero di fotoelettroni rivelati. Per energie E_g usate nella tecnica SPECT superiori ai 140.5 keV, è possibile ottenere il numero massimo di fotoelettroni rivelati da ogni anodo, facendo uso sempre della tabella 5.6 e moltiplicando i valori per il fattore correttivo $E_g[\text{keV}]/140.5$, nell'ipotesi semplificativa che la resa luminosa del cristallo sia costante al variare di E_g . Per valori limite dell'energia dei fotoni gamma utilizzati in applicazioni SPECT (300 keV) si hanno fino a 1740 fotoelettroni rivelati da un anodo. Volendo discriminare il singolo fotoelettrone anche in questo caso, si dovrebbe avere una risoluzione pari al 0.06 % della massima dinamica del segnale. Tuttavia si deve tenere presente che il numero di fotoelettroni rivelati da un anodo è una variabile aleatoria con distribuzione Poissoniana, e, perciò, è essa stessa affetta da una incertezza percentuale intrinseca inversamente proporzionale alla radice quadrata del massimo numero di fotoelettroni rivelati da un anodo. Di conseguenza il vero limite da rispettare per non avere un peggioramento delle prestazioni finali delle immagini risultanti, anche nel caso peggiore di 1740 fotoelettroni rivelati da un anodo, è pari al 2.4 % (uguale a $100/\sqrt{1740}$) della massima dinamica disponibile, in modo che il minimo valore discriminabile sia pari all'incertezza propria della statistica Poissoniana. Dunque, la specifica per la risoluzione del

sistema è che questa sia migliore del 2.4 % della dinamica del segnale.

La somma dei contributi degli scarti di linearità e della stabilità ¹ di ogni canale dell'elettronica dovrebbe essere inferiore o dello stesso ordine di grandezza dell'LSB (*Least Significant Bit*) del sistema, ovvero del minimo segnale discriminabile con l'ADC, al fine di non degradare l'informazione raccolta sul numero di fotoelettroni rivelati da ogni canale del MAPMT. Comunque le prestazioni della gamma camera non peggiorano se la somma di queste due quantità rimane inferiore al limite del 2.4 % della massima dinamica del segnale, per le stesse considerazioni fatte riguardo alla risoluzione del sistema. Ciò fissa il limite massimo dei due singoli contributi a 1.2 %.

Ogni canale del sistema di lettura deve poter leggere correttamente fino a 14.2 pC di carica. Tale valore è risultato il maggiore nella tabella 5.7 dei massimi valori di carica raccolta per ogni combinazione di scintillatore e tubo fotomoltiplicatore multi-anodo considerati. Questa tabella, i cui valori sono stati calcolati tramite il modello presentato al paragrafo 5.1, sarà esposta al sottoparagrafo 5.3.3 dove verranno descritte anche le condizioni stabilite per il calcolo delle cariche anodiche massime. In particolare, si deve tenere presente che i valori della tabella sono relativi ai valori di guadagno più bassi dei tubi fotomoltiplicatori utilizzati. Perciò, al fine di consentire la corretta acquisizione delle cariche anodiche, senza saturare la dinamica del segnale disponibile, ed anche con guadagni dei MAPMT maggiori dei minimi consentiti, si impone 60 pC come minimo requisito per la massima carica anodica acquisibile da ogni canale dell'elettronica di lettura.

Infine, date le massime disuniformità dei guadagni anodici dei tubi fotomoltiplicatori multi-anodo mostrate in tabella 1.5, l'elettronica di lettura deve essere in grado di correggere le disuniformità dei guadagni anodici con un fattore moltiplicativo variabile, tale da avere un rapporto tra massimo e minimo valore maggiore di 5.

Riepilogando, le specifiche richieste, per l'elettronica di lettura sviluppata in questo lavoro di tesi, sono le seguenti:

- implementazione integrata dei canali di acquisizione dell'elettronica di lettura;
- sistema di lettura in modalità *free-run*;
- massima frequenza di acquisizione maggiore o uguale a 150 kHz;
- minimo tempo morto del sistema inferiore o uguale a 1 μ s;
- risoluzione digitale migliore del 2.4 % della dinamica del segnale;
- scarti di linearità dei canali dell'elettronica inferiori al 1.2 % della dinamica del segnale e, possibilmente, dello stesso ordine di grandezza dell'LSB del sistema;

¹Come si vedrà più nel dettaglio al sottoparagrafo 3.2.2, la stabilità è l'attitudine di uno strumento a fornire misure poco disperse in molte misurazioni della stessa grandezza, effettuate a intervalli di tempo lunghi rispetto alla durata di esse, utilizzando lo strumento nelle medesime condizioni.

- stabilità dei canali dell'elettronica migliore del 1.2 % della dinamica del sistema e, possibilmente, dello stesso ordine di grandezza dell'LSB del sistema;
- massimo valore della carica acquisibile da ogni canale maggiore di 60 pC;
- presenza di stadi di guadagno impostabile, indipendenti per ogni canale, e con rapporto tra massimo e minimo guadagno maggiore di 5.

Capitolo 2

L'ASIC

In questo capitolo verrà presentata la struttura e il funzionamento dell'ASIC progettato. La tecnologia utilizzata per la realizzazione dell'ASIC è la UMC L180 Mixed Signals offerta dal servizio di Europractice IC. Tale tecnologia è CMOS ed è caratterizzata da transistor con lunghezza minima di canale pari a 180 nm. L'architettura delle diverse parti del *chip*, così come il dimensionamento dei singoli transistor, sono stati decisi tramite l'analisi circuitale, lo studio della letteratura e le simulazioni rese possibili dal *software* Cadence Virtuoso. Tale *software* ha permesso, inoltre, di disegnare gerarchicamente lo schema elettrico e il *layout*¹ del *chip*, e di verificare la loro conformità alle regole di connessione elettriche (le ERC - *Electrical Rule Check*) e di *layout* (le DRC - *Design Rule Check*). Un ulteriore controllo per evidenziare le discrepanze topologiche tra schema elettrico e *layout* di un generico componente è dato dallo strumento LVS (*Layout versus Schematic*).

Nel corso di questo capitolo saranno descritti l'architettura e il funzionamento del *chip* (paragrafo 2.1) e delle strutture circuitali che ne fanno parte (dal paragrafo 2.3 al paragrafo 2.6).

2.1 L'architettura dell'ASIC

L'ASIC sviluppato presenta 32 canali indipendenti per l'acquisizione dei segnali in uscita da un tubo fotomoltiplicatore multi-anodo (MAPMT). I canali di acquisizione permettono di convertire tali segnali di carica in segnali di tensione fruibili dagli ADC. I convertitori analogico-digitale sono posti esternamente all'ASIC, come si vedrà nel capitolo 4, per diminuire l'influenza dei rumori derivanti dalla commutazione dei segnali digitali, la cui presenza è preponderante negli ADC. Ciò ha permesso di ridurre le dimensioni previste per il *die* ottenendo così una diminuzione dei costi.

¹Il *layout* è un disegno nel quale viene riportata la disposizione e la geometria, sul piano del circuito integrato, delle aree del *die* che dovranno essere sottoposte ai diversi processi effettuati in fonderia. Per ognuno di tali processi, il *layout* presenta uno strato che ne mostra la distribuzione sull'area di silicio. Tra i diversi strati di *layout* si possono elencare, ad esempio, quelli relativi ai processi di diffusione/impiantazione dei droganti e quelli relativi ai vari strati di metallizzazione per la connessione dei transistor.

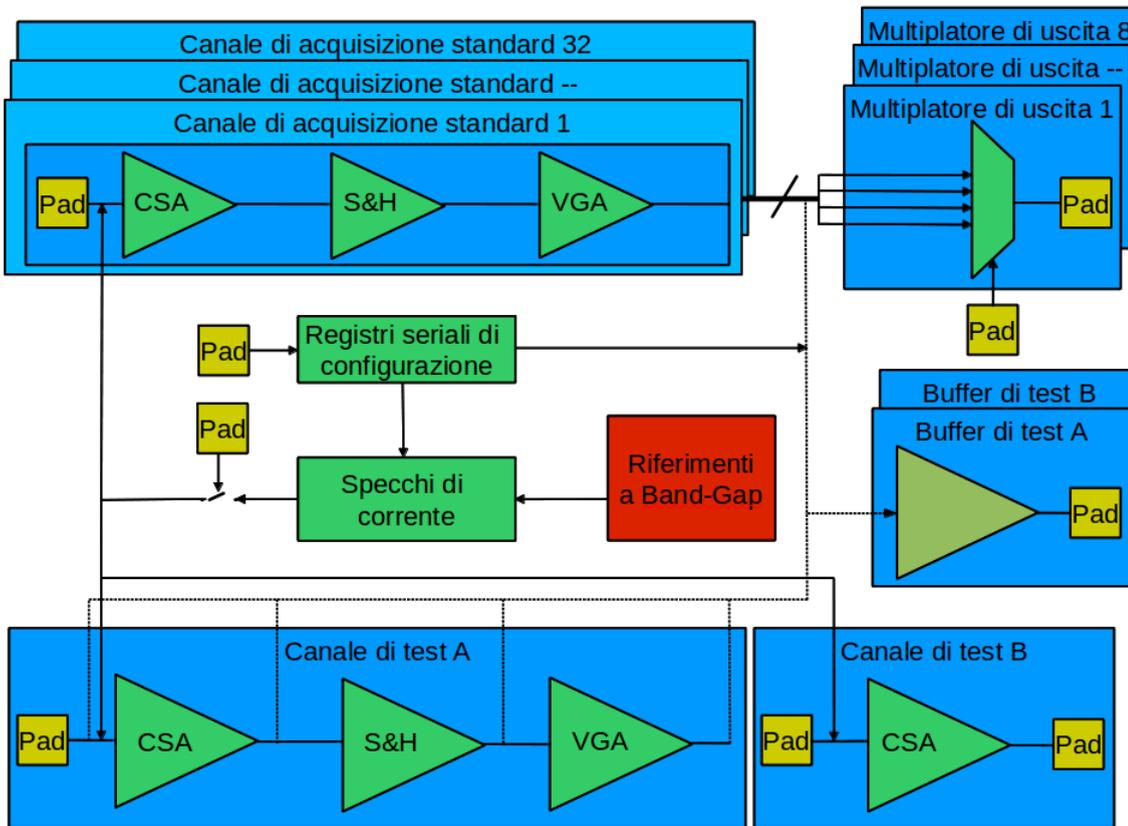


Figura 2.1: Schema a blocchi dell'ASIC.

In figura 2.1 è riportato lo schema a blocchi dell'ASIC. Oltre ai 32 canali di acquisizione, sono presenti: 8 multiplatori analogici per moltiplicare e portare fuori dal *chip* i 32 segnali in uscita dai canali di acquisizione, un blocco per la generazione dei riferimenti di tensione e corrente ("Riferimenti a Band-Gap"), e delle strutture di test per verificare il corretto funzionamento del *chip* e per caratterizzarlo come verrà mostrato nel capitolo 3. Le strutture di test comprendono 2 canali di test ("Canale di test A" e "Canale di test B") e 2 amplificatori operazionali ad alta velocità in configurazione di *buffer* di tensione ("Buffer di test A" e "Buffer di test B") per poter misurare i segnali significativi all'interno dell'ASIC. Gli ulteriori dettagli dello schema verranno discussi più avanti in questo capitolo.

In figura 2.2 è mostrato il *layout* del *chip* di area $1.5 \times 3 \text{ mm}^2$ in cui sono evidenziati i blocchi funzionali appena descritti. Come si può facilmente osservare, la maggior parte dell'area è occupata dai canali di acquisizione. Il *chip* è dotato sia di circuiti analogici che digitali, questi ultimi utilizzati per il controllo e la configurazione dell'acquisizione e delle fasi di test.

L'alimentazione impiegata per i circuiti analogici si è posta a 3.3 V, mentre l'alimentazione dei circuiti digitali si è fissata a 1.8 V. L'abbassamento della tensione di alimentazione dei circuiti digitali comporta il triplice beneficio di diminuire la potenza dissipata da tali circuiti, di ridurre il rumore da essi iniettato e di minimizzare la loro occupazione di area sul *chip*. Quest'ultimo effetto è dovuto alle regole di connessione elettrica (le ERC), le quali permettono di alimentare i transistor

a dimensione minima di canale unicamente a 1.8V, mentre se alimentati a 3.3 V i transistor possono avere una dimensione minima di 240 nm. In particolare si è scelto di fissare la lunghezza di canale di tutti i transistor digitali al valore minimo, riducendo l'area da loro occupata.

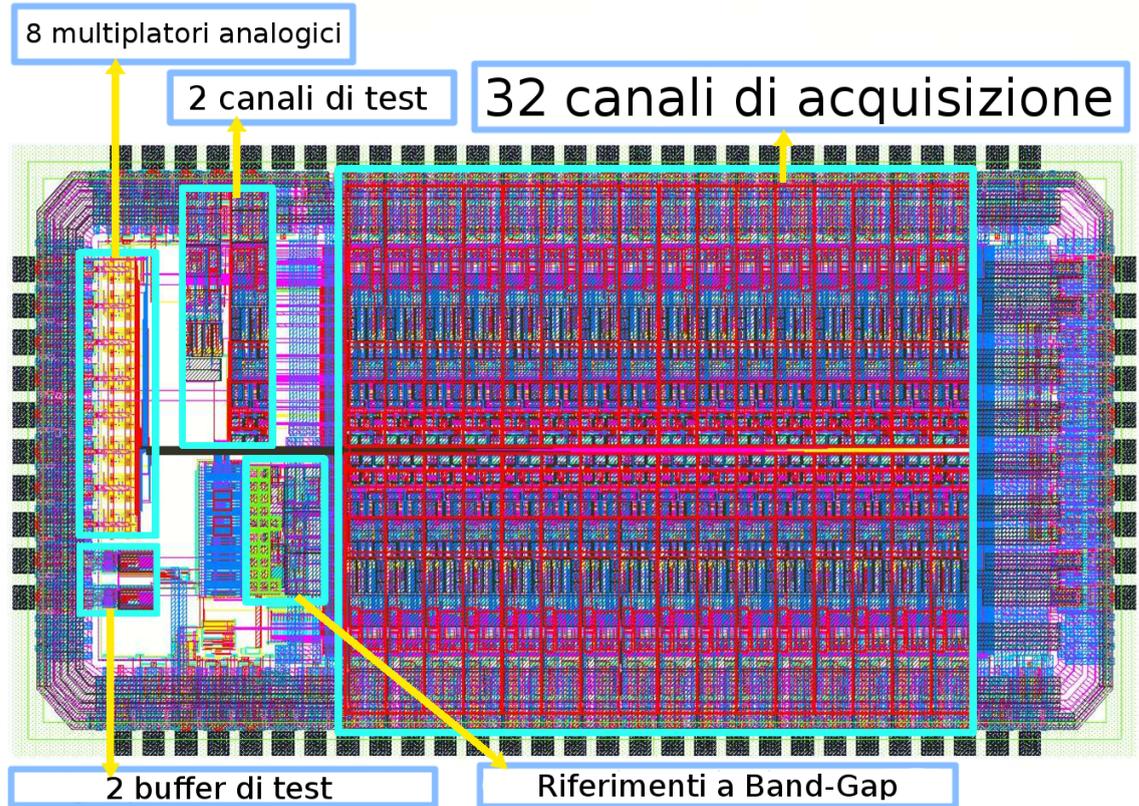


Figura 2.2: Layout del chip sviluppato in cui sono evidenziati i principali blocchi funzionali.

2.2 Descrizione dei pad

Sulla periferia del *chip* sono presenti 78 pad di area $60 \times 60 \mu\text{m}^2$ ciascuno, posizionati con passo di $90 \mu\text{m}$. In figura 2.3 si possono osservare i nomi dei segnali di ingresso/uscita associati ai pad e la loro disposizione sulla periferia dell'ASIC. La funzionalità dei pad e dei relativi segnali è riassunta nel seguente elenco:

- 14 alimentazioni positive e negative (5 coppie di pad V_{DDA} e V_{SSA} per le alimentazioni analogiche a 3.3 V e 2 coppie di pad V_{DD18} e V_{SS18} per le alimentazioni a 1.8 V);
- 32 segnali di ingresso dei canali di acquisizione standard (da I_0 a I_{31});
- 9 riferimenti dei segnali in ingresso (REF_{test} per i segnali di test e da REF_0 a REF_7 per i 32 segnali di ingresso);
- 3 segnali di temporizzazione dei canali di acquisizione (RST_{CSA} , $SAMPLE_{SH}$ e $SAMPLE_{VGA}$);

- 10 pad per la lettura dei segnali acquisiti (8 segnali di uscita dei canali standard da V_0^{out} a V_7^{out} , un segnale di uscita V_{int}^{out} del canale di test B e un segnale di controllo CLK_{mux});
- 5 segnali di configurazione del *chip* (S_IN , S_OUT , S_CLK , S_LATCH e S_RST);
- 2 segnali di ingresso dei canali di acquisizione di test (I_{int} e I_{test});
- 3 segnali per il test del *chip* (un segnale di controllo dei segnali di test $PULSE_TEST$ e 2 uscite dei *buffer* ad alta velocità V_{buffer}^A e V_{buffer}^B).

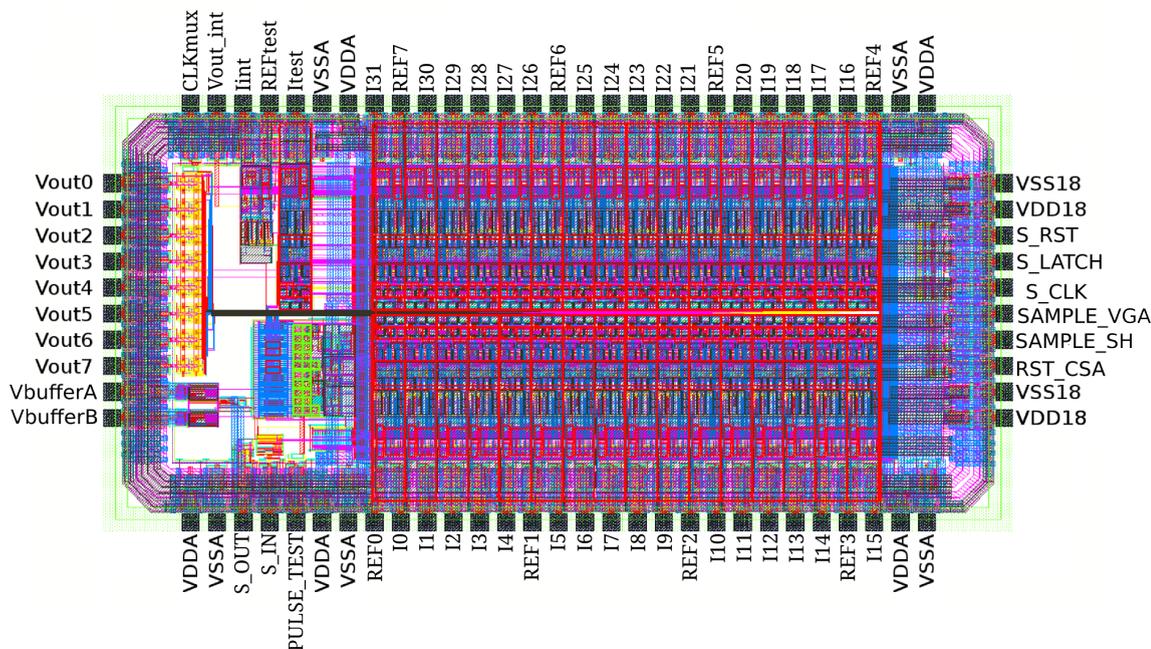


Figura 2.3: *Disposizione dei segnali sui pad del chip.*

I segnali di ingresso dei canali da I_0 a I_{31} verranno connessi direttamente con gli anodi di uscita del fototubo utilizzato, mentre i segnali di riferimento da REF_0 a REF_7 saranno connessi alla tensione di riferimento dei segnali anodici acquisiti. I segnali di temporizzazione (RST_{CSA} , $SAMPLE_{SH}$ e $SAMPLE_{VGA}$) verranno impiegati per coordinare tra loro le fasi di acquisizione dei vari blocchi dei canali e per fissare la frequenza di acquisizione, come verrà mostrato al paragrafo 2.3. Le uscite dei 32 canali sono multiplate sulle 8 uscite da V_0^{out} a V_7^{out} . Per ognuna di tali uscite è possibile, attraverso il segnale CLK_{mux} , selezionare una delle 4 uscite dei canali multiplate sul pad. Il passaggio dalla selezione di un canale multiplate a quella del canale successivo è determinato dal fronte di salita del segnale CLK_{mux} . La configurazione dei registri interni al *chip*, per l'impostazione dei diversi parametri dell'ASIC, viene effettuata attraverso l'interfaccia seriale costituita dai segnali: S_IN , S_OUT , S_CLK , S_LATCH e S_RST . Ad ogni fronte di salita del

segnale S_CLK i registri FIFO², distribuiti internamente al *chip* e connessi in cascata, memorizzano il bit di informazione fornito dal segnale S_IN e fanno transitare verso l'uscita S_OUT i bit di informazione già acquisiti. Una volta che tutti i bit di configurazione sono stati memorizzati, un fronte di salita del segnale S_LATCH determina l'effettiva configurazione dei nuovi parametri impostati. Il pad S_OUT può essere utilizzato opzionalmente per la connessione in cascata dell'ASIC con ulteriori *chip* ad interfaccia seriale, al fine di ridurre il numero di segnali di configurazione dei circuiti integrati. La descrizione dettagliata dei registri di configurazione dell'ASIC progettato è riportata nel paragrafo 2.6. Per il test del corretto funzionamento dei canali sono stati predisposti due canali di test e un generatore di corrente di test interna al *chip*, controllabile attraverso il segnale $PULSE_TEST$. Per monitorare semplicemente le tensioni interne al *chip* relative ai canali di test o ai canali standard, sono stati predisposti due *buffer* di tensione ad alta velocità, le cui uscite V_{buffer}^A e V_{buffer}^B sono accessibili dai rispettivi pad. Per ulteriori dettagli sull'elettronica di test del *chip*, si rimanda al paragrafo 2.5.

Prendendo come riferimento la figura 2.3, i pad di ingresso dei canali di acquisizione e dei loro riferimenti sono stati posizionati sui lati superiore e inferiore del *chip*, il più vicino possibile ai canali stessi. I pad di alimentazione sono stati posti agli angoli del blocco dei 32 canali di acquisizione, mentre i pad dei segnali di temporizzazione e di configurazione, che devono essere distribuiti a tutti i canali, sono stati posti sul lato destro del *chip*. Il lato sinistro del *chip* è stato impiegato per la moltiplicazione dei segnali in uscita dai canali. L'alto numero dei pad di alimentazione del *chip* (specialmente per le alimentazioni analogiche) è stato scelto per evitare abbassamenti di tensione eccessivi sulle linee di alimentazione interne all'ASIC, dipendenti dalle loro posizioni nel *die* e dovute alle alte correnti che vi scorrono (dell'ordine di 100 mA). Per mancanza di spazio non è stato possibile disporre di un pad di riferimento per ogni ingresso di canale, ma è stato posto un riferimento ogni 5 pad di ingresso.

Nonostante i circuiti digitali vengano internamente alimentati a 1.8 V, tutti i pad digitali vengono pilotati esternamente al *chip* da segnali a 3.3 V. Ciò è stato scelto al fine di semplificare l'interfacciamento dell'ASIC con l'FPGA di controllo utilizzata, la quale dispone di pin di ingresso/uscita a 3.3 V. Perciò ogni pad digitale del *chip* sviluppato si avvale di una circuiteria per la conversione dei segnali digitali da 1.8 V a 3.3 V o viceversa. Per consentire la corretta conversione dei segnali digitali da un intervallo di tensioni ad un altro, sono stati fatti coincidere i valori intermedi dei due intervalli. Il valore intermedio dei due intervalli di alimentazione è pari a 1.65 V. Ne consegue che, prendendo come riferimento di tensione l'alimentazione analogica negativa V_{SSA} , le tensioni di alimentazione digitale positiva e negativa a 1.8 V (V_{DD18} e V_{SS18}) sono fissate rispettivamente a 2.55 V e a 0.75 V.

²I registri FIFO (*First in First out*) sono dei registri di memoria che fanno transitare i bit di informazione attraverso una successione di flip-flop. L'ultimo di tali dispositivi trasferisce l'informazione ad un circuito esterno, che riceve come primo bit il primo ad essere stato inserito nel registro, e riceve i restanti in ordine di inserimento.

Ogni pad dell'ASIC è dotato di una coppia di transistor di protezione, connessi a diodo, al fine di evitare la rottura dei sottili strati di ossido di gate dei transistor connessi direttamente ai pad. Infatti, senza un opportuno percorso di corrente a bassa impedenza, gli ossidi di gate dei transistor in ingresso si romperebbero, a causa delle scariche elettro-statiche prodotte, durante la semplice manipolazione o saldatura del componente, dalle alte tensioni (anche di migliaia di Volt) in seguito a fenomeni quali l'effetto triboelettrico³.

2.3 Il canale di acquisizione

Oltre all'integratore di carica (il CSA - *Charge Sensitive Amplifier*), che si occupa di integrare la carica uscente dal generico anodo del tubo fotomoltiplicatore e di convertirla in un segnale di tensione, il canale di acquisizione è composto da altri due blocchi, come mostrato in figura 2.4: il *sample and hold* (S&H) e l'amplificatore a guadagno variabile (il VGA - *Variable Gain Amplifier*). Il *sample and hold* è necessario per garantire un segnale costante durante la conversione in digitale operata dall'ADC. L'amplificatore a guadagno variabile viene usato per conseguire una prima correzione *hardware* dei guadagni dei diversi canali del fototubo, i quali sono caratterizzati da una non uniformità che, per alcuni modelli di fototubo, può arrivare anche a un rapporto 5:1 tra il canale a maggior guadagno e quello a minore guadagno, come riportato nella tabella 1.5.

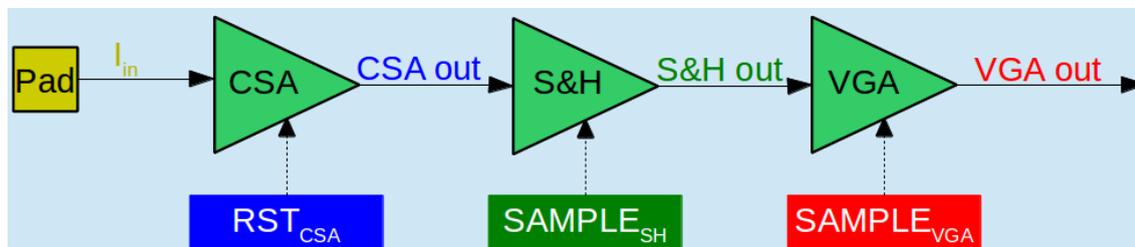


Figura 2.4: Schema a blocchi di un generico canale di acquisizione, con i segnali di controllo dei vari blocchi costituenti.

Il blocco dell'amplificatore a guadagno variabile può essere escluso dal percorso del segnale qualora non fosse necessaria la correzione *hardware* dei guadagni. Infatti, ognuno dei blocchi del canale di acquisizione introduce degli errori che inficiano l'accuratezza della misurazione di carica, e, perciò, è preferibile escludere tali blocchi se non necessari. I principali fenomeni che peggiorano l'accuratezza della misurazione di carica sono:

- La tensione di *offset*⁴ in ingresso agli amplificatori operazionali utilizzati.

³L'effetto triboelettrico è un fenomeno elettrico in cui due materiali (di cui almeno uno sia isolante) si caricano elettricamente in seguito al loro strofinamento.

⁴La tensione di *offset* di un amplificatore operazionale è la differenza di potenziale che si stabilisce tra i suoi due ingressi quando viene retroazionata negativamente. Essa è dovuta al *mismatch* tra i transistor della coppia differenziale dell'operazionale.

- La carica iniettata⁵ dagli interruttori nei condensatori.

Nonostante tali fenomeni possano essere corretti via *software* una volta acquisiti i dati (come vedremo nel capitolo 6), è importante ridurre la loro influenza in quanto essi possono variare nel tempo a causa delle loro derive in temperatura. L'architettura scelta per ogni blocco del canale di acquisizione, come si vedrà nei prossimi paragrafi, è a capacità commutate poiché essa permette facilmente la riduzione delle tensioni di *offset* degli operazionali. Nei sottoparagrafi 2.3.2 e 2.3.3 si spiegherà l'espedito utilizzato per ridurre l'effetto di iniezione di carica. Il canale di acquisizione è stato progettato per funzionare in modalità *free-run*, durante la quale le fasi di acquisizione e di *reset* del canale si susseguono periodicamente a prescindere dalla presenza di un segnale di carica integrato. Il vantaggio di questa modalità di funzionamento consiste nella possibilità di ridurre via *software* gli errori sistematici integrati dal canale di acquisizione per tempi costanti (si rimanda il lettore al paragrafo 6.1 per un approfondimento sui metodi di correzione dei valori acquisiti).

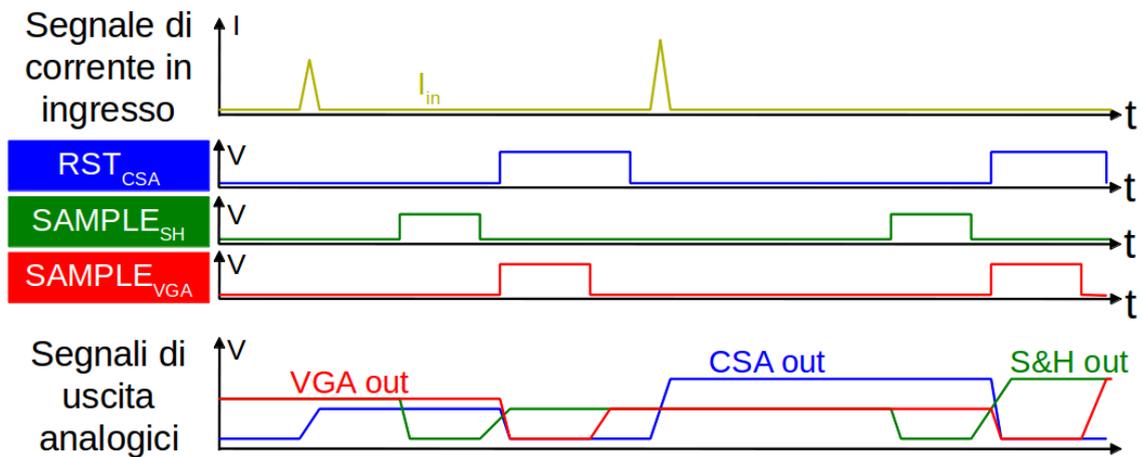


Figura 2.5: Diagrammi temporali di esempio dei segnali di controllo dei blocchi del canale di acquisizione e dei segnali in ingresso e in uscita a tali blocchi (per i nomi dei segnali, si faccia riferimento allo schema a blocchi di figura 2.4).

Data l'architettura a capacità commutate, i blocchi di *sample and hold* e di VGA sono caratterizzati da due fasi di funzionamento: la fase di campionamento, in cui i condensatori memorizzano le tensioni in ingresso, e la fase di mantenimento, in cui le uscite dei blocchi mostrano i valori campionati e memorizzati nella fase precedente. Come si osserva dai diagrammi in figura 2.5, in cui sono mostrati degli andamenti temporali di esempio dei segnali di controllo, di ingresso e di uscita, dei tre blocchi del canale di acquisizione (per i nomi dei segnali, si faccia riferimento alla figura 2.4), la procedura di acquisizione prevede il campionamento con il *sample and hold* dell'uscita del CSA ("CSA out") subito prima di effettuare un *reset* della sua capacità di integrazione.

⁵Il fenomeno della carica iniettata (*injection charge* in inglese) è dovuto al rilascio della carica accumulata nel canale di un transistor in stato di triodo nel momento in cui passa allo stato di interdizione. Tale carica può andarsi ad accumulare nei condensatori di alcune tipologie di circuiti e modificare la tensione ai capi dei condensatori di un valore $\Delta V = Q_{inj}/C$ (dove Q_{inj} è la carica iniettata e C è la capacità del generico condensatore) inficiando l'accuratezza del circuito.

L'uscita del *sample and hold* ("S&H out") si porta, durante la fase di mantenimento, al valore campionato precedentemente. Non appena ciò avviene, il VGA compie le stesse operazioni sul suo ingresso ("S&H out"), determinando in uscita un valore di tensione pari a quello che era in uscita al CSA moltiplicato per il guadagno dell'amplificatore. In figura 2.5 si possono osservare le uscite dei diversi blocchi del canale di acquisizione che variano in accordo a quanto detto finora. Si noti come il segnale impulsivo di corrente in ingresso al CSA determini all'uscita del blocco un gradino di tensione proporzionale alla carica dell'impulso integrato.

Per la particolare architettura dell'amplificatore a guadagno variabile, è preferibile che il *sample and hold* lo preceda in modo da presentargli un segnale in ingresso costante durante la fase di campionamento dell'amplificatore. Di conseguenza sarà il *sample and hold* a prendersi carico dell'inseguimento di eventuali variazioni del segnale durante la fase di campionamento. Infatti, il *sample and hold* ha un comportamento in frequenza non dipendente da impostazioni esterne, mentre l'amplificatore ha una risposta in frequenza dipendente dal guadagno selezionato.

Il blocco circuitale più grande del canale di acquisizione è senza dubbio l'integratore di carica, a causa del grande valore di capacità di reazione (35 pF). La lunghezza di tale blocco circuitale, misurata dopo la realizzazione del rispettivo *layout*, è di 430 μm . Gli altri due blocchi circuitali, il *sample and hold* e l'amplificatore a guadagno variabile, sono lunghi rispettivamente 90 μm e 160 μm . La lunghezza complessiva perciò si attesta a 680 μm mentre la larghezza del canale è pari a 105 μm . Tali dimensioni hanno permesso di affiancare 16 canali di acquisizione per ogni lato maggiore del *chip*. I registri di configurazione di ogni canale sono stati distribuiti all'interno del suo *layout* per ridurre la lunghezza e la complessità delle connessioni tra essi e le parti configurabili del circuito. Solitamente non è una buona pratica posizionare circuiti analogici e digitali troppo vicini tra loro a causa del rumore digitale che può disturbare il corretto funzionamento del circuito analogico. Però, in questo caso, i circuiti digitali non introducono rumore durante il normale funzionamento del *chip* perchè la configurazione dei registri deve avvenire prima di iniziare l'acquisizione, perciò non ci saranno fronti di salita o discesa dei segnali digitali in questione durante l'acquisizione dei segnali analogici.

2.3.1 L'integratore di carica

La scelta del massimo valore per la capacità di integrazione dell'integratore di carica è data dalla massima carica che deve poter essere acquisita da ogni canale senza che l'uscita dell'integratore saturi la dinamica disponibile per il segnale. Dalle considerazioni fatte al paragrafo 1.9, è necessario che ogni canale possa acquisire almeno 60 pC. Inoltre, per soddisfare i requisiti di risoluzione, precisione e accuratezza enunciati al paragrafo 1.9, il massimo valore di carica, che può essere raccolta da un anodo con un dato accoppiamento di scintillatore e tubo fotomoltiplicatore multi-anodo, deve generare in uscita dall'integratore di carica un gradino di tensione di ampiezza pari a tutta la dinamica disponibile. Per rispettare i vincoli sopra enunciati, si è ritenuta opportuna una

capacità di integrazione variabile. In tal modo l'elettronica è accoppiabile ad una vasta gamma di rivelatori basati su diversi tipi di cristalli scintillanti e tubi fotomoltiplicatori multi-anodo. La variabilità della capacità di integrazione deve permettere, insieme alla variabilità del guadagno del tubo fotomoltiplicatore utilizzato, di rivelare lo spettro di energie di radiazioni gamma proprie della tecnica SPECT (da 80 keV a 300 keV). Con una dinamica in uscita all'integratore di carica che può variare da 1.5 V a 2.5 V, si è scelta una capacità di integrazione variabile da un minimo di 5 pF a un massimo di 35 pF, con un passo di 468.7 fF. Per selezionare l'esatto valore di capacità viene impiegata una codifica a 6 bit. Il massimo valore di capacità (35 pF) unito alla massima dinamica del segnale (2.5 V) permette l'acquisizione di 87.5 pC per canale, soddisfacendo la specifica suddetta.

La classica architettura di un integratore di carica, prevede unicamente una capacità di retroazione connessa tra l'uscita di un amplificatore operazionale e il suo ingresso invertente. La tensione in ingresso all'integratore di carica è fissata dal riferimento di tensione posto all'ingresso non-invertente dell'amplificatore operazionale, a causa del corto circuito virtuale degli ingressi dell'operazionale. Un interruttore provvede all'annullamento periodico della carica immagazzinata nel condensatore. Quando l'interruttore si apre per dare inizio a una nuova integrazione, inietta della carica nella capacità, alterando il valore finale della tensione di uscita. Comunque i valori di capacità in questione (maggiori di 5 pF) assicurano una ridotta influenza del fenomeno di iniezione di carica appena descritto, nell'ipotesi che sia utilizzato un interruttore costituito da MOS con lunghezza di canale minima e rapporto tra larghezza e lunghezza di canale non troppo elevato (in modo da contenere la carica iniettata). Dunque, il problema più rilevante di questa configurazione, tra quelli discussi nel precedente paragrafo, è la presenza della tensione di *offset* dell'operazionale.

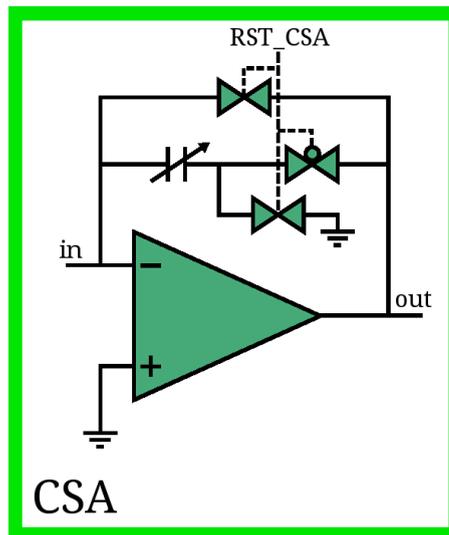


Figura 2.6: Architettura proposta per l'integratore di carica.

L'architettura proposta (figura 2.6) è caratterizzata da una fase in cui si azzerava la carica immagazzinata nella capacità e si memorizza ai suoi capi la tensione di *offset* dell'operazionale. La

durata di questa fase è data dalla durata del segnale RST_{CSA} nello stato logico alto. Tale fase vede l'operazionale in configurazione di inseguitore di tensione. Nella successiva fase di integrazione, la tensione di *offset* dell'amplificatore operazionale viene annullata in uscita, grazie al valore uguale e opposto memorizzato nella capacità. Quando il circuito è in configurazione di inseguitore di tensione, la sua uscita deve essere in grado di pilotare un carico capacitivo pari a 35 pF. Perciò i transistor dello stadio di uscita dell'integratore di carica sono stati dimensionati in modo che la corrente sul ramo di uscita dell'operazionale sia quasi pari a 1 mA. Durante il passaggio dalla fase di azzeramento della tensione ai capi della capacità alla fase di integrazione, è necessario che il segnale di controllo degli interruttori che sono accesi nella fase di azzeramento (RST_{CSA}), non si sovrapponga al segnale di controllo dell'interruttore che è acceso nella fase di integrazione ($\neg RST_{CSA}$). In figura 2.6 quest'ultimo segnale non è stato esplicitamente riportato per semplicità di illustrazione, ma in realtà esso viene generato, mediante la connessione in cascata di tre porte logiche invertenti, a partire dal segnale RST_{CSA} , al fine di creare un certo ritardo rispetto a quest'ultimo. Si noti come, rispetto a un'architettura classica, quella proposta utilizza solamente due interruttori in più, consentendo la riduzione dell'errore di *offset* dell'OpAmp. Infine, si vuole evidenziare che nella figura 2.6, così come negli schemi degli altri blocchi del canale nelle figure 2.7 e 2.8, le tensioni di riferimento del segnale sono state poste a massa per semplicità di illustrazione, ma che, in realtà, esse sono poste alla tensione V_{REF} , la quale sarà configurabile tramite un DAC esterno al *chip* (come si vedrà al paragrafo 4.1).

Il tempo di *reset* deve avere una durata tale da permettere il corretto azzeramento della capacità, altrimenti si ottengono, in uscita dal canale di acquisizione, delle tensioni errate e dipendenti dal valore di carica integrata nel periodo di conversione precedente.

2.3.2 Il Sample & Hold

Al fine di effettuare correttamente la conversione in digitale del segnale analogico in uscita dal canale di acquisizione, è necessaria la presenza di un *sample and hold* che permetta il mantenimento del segnale durante il processo di conversione. Il *sample and hold* deve funzionare correttamente con un tempo di campionamento il più piccolo possibile; ciò si ottiene scegliendo: un operazionale con un alto prodotto guadagno-banda, bassi valori di capacità e interruttori caratterizzati da una bassa resistenza nello stato di accensione.

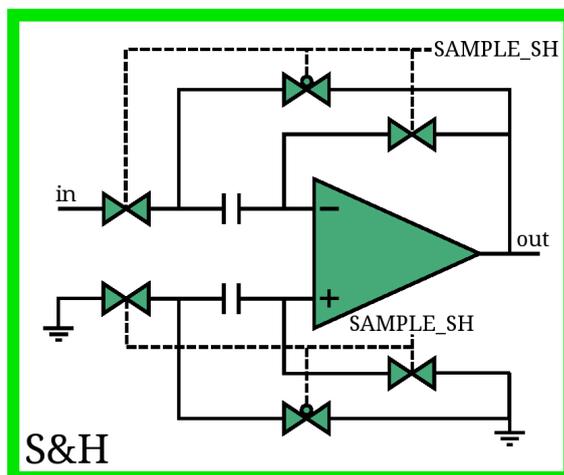


Figura 2.7: Architettura proposta per il *sample and hold*.

L'architettura alla quale ci si è ispirati è quella di un *sample and hold* a capacità commutate [21]. Tale architettura azzerava l'*offset* di tensione dell'amplificatore operazionale, ma risente del fenomeno di iniezione di carica. Per accrescere l'accuratezza del *sample and hold*, che è degradata dal fenomeno di iniezione di carica, è stata connessa all'ingresso non invertente una struttura identica a quella vista dall'ingresso invertente (figura 2.7). Così il contributo di iniezione di carica sui due condensatori sarà il medesimo, e verrà cancellata la sua influenza in uscita, grazie alla alta reiezione del modo comune dell'amplificatore.

Questa architettura permette di ridurre i valori di capacità, migliorando la velocità di campionamento, senza dover rinunciare a un'alta accuratezza del *sample and hold*. La bontà del metodo sopra descritto dipende dal grado di somiglianza delle impedenze viste dai due ingressi dell'operazionale. È, quindi, necessario che l'impedenza di uscita dell'amplificatore operazionale sia trascurabile rispetto all'impedenza della capacità.

È bene evitare che i segnali di controllo degli interruttori si sovrappongano nella transizione dalla fase di campionamento a quella di mantenimento. Perciò è stato creato un ritardo tra i segnali attraverso delle porte logiche invertenti in cascata, analogamente a ciò che si è fatto per il CSA.

2.3.3 L'amplificatore a guadagno variabile

Come è stato già accennato, è utile fare uso di un amplificatore a guadagno variabile in ogni canale per compensare la non uniformità di risposta degli anodi ad una condizione di illuminazione uniforme del fotocatodo. L'amplificatore deve essere non invertente per lasciare il segnale in uscita dal canale a tensioni maggiori di V_{REF} . Infatti l'integratore di carica (invertente) riceve dall'anodo una corrente uscente (gli elettroni entrano nell'integratore di carica), che trasforma in una tensione maggiore di V_{REF} .

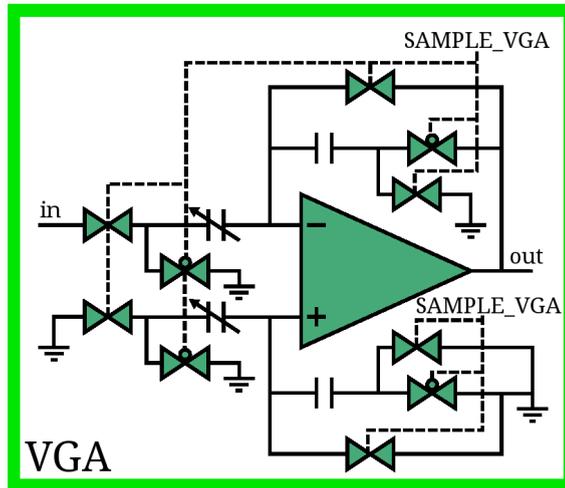


Figura 2.8: Architettura proposta per l'amplificatore a guadagno variabile (VGA).

Anche per l'amplificatore si è propesi per un'architettura a capacità commutate, poiché essa permette di ridurre, in modo semplice, l'*offset* introdotto dall'operazionale. La struttura classica presenta una rete di condensatori e interruttori connessa tra il terminale di ingresso dell'amplificatore, l'ingresso invertente e l'uscita dell'operazionale. Pilotando correttamente gli interruttori, si ottiene in uscita la tensione in ingresso opportunamente amplificata e con un ridotto errore di *offset* introdotto dall'OpAmp. Anche questa architettura risente del fenomeno di iniezione di carica; per ridurlo si è adottata la stessa tecnica impiegata per il *sample and hold*: connettere all'ingresso non invertente dell'operazionale una struttura identica a quella vista dall'ingresso invertente (figura 2.8). L'efficacia di questa tecnica è data dalle condizioni di *matching* tra le due strutture e dalla resistenza di uscita dell'amplificatore operazionale. Il guadagno dell'amplificatore è pari al rapporto tra il valore delle capacità di ingresso e il valore delle capacità di reazione. Fissando il valore delle capacità di reazione a 800 fF e facendo variare il valore delle capacità di ingresso da 0.5 pF a 3.2 pF con un passo di 42.2 fF, si ottengono valori di amplificazione che vanno da 0.625 V/V a 4 V/V con un passo di 52.7 mV/V. La selezione del guadagno si effettua tramite una codifica a 6 bit, utilizzando registri PIPO (*parallel input - parallel output*) caricati da registri SIPO (*serial input - parallel output*). Il rapporto tra guadagno massimo e guadagno minimo dell'amplificatore è di 6.4, valore che rispetta le specifica riportata al paragrafo 1.9.

L'amplificatore a guadagno variabile è l'ultimo stadio del canale di acquisizione la cui uscita viene moltiplicata su un pad del *chip*. Al fine di permettere il corretto pilotaggio di carichi capacitivi fino a 300 pF evitando di innescare lunghe oscillazioni, i transistor di uscita sono stati resi più larghi di quelli dell'integratore di carica. Le capacità di carico dell'amplificatore a guadagno variabile sono quelle di ingresso dell'ADC, nonché quelle parassite del pad dell'ASIC e delle piste sulla scheda stampata.

2.4 Riferimenti a Bandgap

Gli amplificatori operazionali dei canali di acquisizione hanno bisogno di 2 riferimenti di corrente e 3 riferimenti di tensione per funzionare correttamente. Tali riferimenti sono generati una sola volta nell'ASIC e distribuiti a tutti gli operazionali dei canali di acquisizione al fine di ridurre l'area occupata dall'elettronica di *front-end*. Per ottenere un comportamento stabile dell'elettronica di lettura è necessario che i riferimenti di tensione e corrente siano anch'essi stabili nel tempo. Le fluttuazioni dei valori dei riferimenti di corrente e tensione sono dovute principalmente a tre caratteristiche proprie dei riferimenti:

- la regolazione di linea⁶;
- la regolazione di carico⁷;
- il coefficiente di temperatura.

La regolazione di carico non è fondamentale per le tensioni di riferimento in questo *chip*, poiché esse sono distribuite a *gate* di transistor, ovvero a carichi ad alta impedenza. Anche i riferimenti di corrente non hanno bisogno di un'ottima regolazione di carico, in quanto, in condizioni di piccoli segnali, i carichi, rappresentati dai *source* delle coppie differenziali dello stadio di ingresso, rimangono i medesimi. La regolazione di linea influenza maggiormente la scelta della giusta configurazione circuitale del riferimento, anche se la presenza di regolatori di tensione esterni al *chip*, per la generazione delle tensioni di alimentazione dell'ASIC, riduce l'importanza di tale parametro. Comunque la regolazione di linea insieme al coefficiente di temperatura possono essere considerati come le caratteristiche più importanti da migliorare. Nel seguito del presente paragrafo, verrà enunciata la teoria dei riferimenti a *Bandgap* che tipicamente sono caratterizzati da bassi coefficienti di temperatura e buone regolazioni di linea. Infine sarà mostrata, descritta e analizzata l'architettura scelta per i riferimenti del *chip*.

I riferimenti a *Bandgap* permettono di ottenere bassi valori del coefficiente di temperatura, mediante il noto comportamento in temperatura dei transistor BJT. Invertendo l'espressione della corrente di collettore mostrata nella formula (2.1), si ha l'espressione della tensione tra base e emettitore riportata nella formula (2.2).

$$I_C \cong I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \quad (2.1)$$

$$V_{BE} \cong V_T \log \left(\frac{I_C}{I_S} \right) \quad (2.2)$$

⁶La regolazione di linea rappresenta il grado di reiezione delle variazioni della tensione o corrente di riferimento al variare della tensione di alimentazione del circuito.

⁷La regolazione di carico indica quanto cambia la tensione o la corrente di riferimento al variare della resistenza di carico del circuito.

Nelle formule precedenti, I_S rappresenta la corrente di saturazione del BJT, mentre V_T è la tensione termica. Se sottoposto ad una corrente di collettore (I_C) costante, il BJT sarà caratterizzato da una tensione tra base ed emettitore decrescente quasi linearmente con l'aumento della temperatura (con un coefficiente di circa $-2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$), dovuta principalmente alla dipendenza dalla temperatura della corrente di saturazione I_S .

La differenza tra due V_{BE} relative a due diversi BJT (il transistor 1 e il transistor 2) può essere espressa come:

$$\Delta V_{BE} = V_{BE1} - V_{BE2} \cong V_T \log \left(\frac{I_{C1} I_{S2}}{I_{C2} I_{S1}} \right), \quad (2.3)$$

dove i numeri nei pedici dei simboli permettono di distinguere le correnti di collettore, di saturazione e le tensioni tra base ed emettitore relative ai due transistor. Se i BJT sono vicini tra loro in un circuito integrato, e se sono seguiti degli opportuni accorgimenti progettuali per avere un buon *matching* tra i due dispositivi, è possibile controllare molto bene il valore dell'argomento del logaritmo in formula (2.3), rendendolo costante ed indipendente dalla temperatura, in virtù della stessa dipendenza in temperatura che hanno le due correnti di saturazione. Di conseguenza, la differenza tra due tensioni V_{BE} , in queste condizioni, è direttamente proporzionale alla temperatura, allo stesso modo della tensione termica (V_T). Il coefficiente di proporzionalità è pari a $\log m \cdot 85 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$, dove m è il valore dell'argomento del logaritmo di formula (2.3). Il principio dei riferimenti a *Bandgap* è basato sul sommare i due contributi delle formule (2.2) e (2.3) opportunamente pesati, in modo da annullare il coefficiente di temperatura, in quanto somma di due contributi con coefficienti di temperatura opposti.

In figura 2.9 è mostrato lo schema elettrico dei riferimenti a *Bandgap* implementati nell'ASIC. I transistor Q3 e Q4 hanno le stesse dimensioni del canale e, avendo la stessa differenza di potenziale tra *source* e *gate*, sono percorsi dalla stessa corrente. Anche le resistenze R2 e R3 hanno lo stesso valore, perciò assorbono la stessa corrente, determinando, per la legge di Kirchoff ai nodi collegati agli ingressi di U1, l'uguaglianza delle correnti che scorrono sui due BJT (Q1 e Q2). Ai capi del resistore R1 c'è una tensione pari alla differenza delle due V_{EB} dei due BJT. Perciò, tale tensione, così come la corrente su R1 (dalla prima legge di Ohm), è proporzionale alla temperatura, come descritto dalla formula (2.3). Invece, la tensione sui due ingressi dell'amplificatore operazionale U1 è la stessa, in virtù del loro corto circuito virtuale operato dalla retroazione di U1, ed è pari alla differenza di potenziale tra emettitore e base del BJT Q1, che, per quanto detto in precedenza, ha un coefficiente di temperatura negativo. Le correnti su R2 e R3 hanno anch'esse un coefficiente di temperatura negativo, poichè proporzionali alle tensioni sugli ingressi di U1 (per la prima legge di Ohm). Dunque, Le correnti uguali che scorrono sui transistor Q3 e Q4 sono pari ciascuna alla somma di due correnti: una con un coefficiente di temperatura positivo (quella proveniente da uno dei due BJT) e l'altra con un coefficiente di temperatura negativo (quella proveniente da una delle resistenze R2 o R3). Regolando opportunamente il valore delle resistenze e il rapporto tra le dimensioni di Q2 e Q1, si ottiene un valore di corrente I_{BG} indipendente in prima approssimazione dalla

temperatura, il quale produce ai capi di R4 una tensione anch'essa indipendente dalla temperatura (per la prima legge di Ohm).

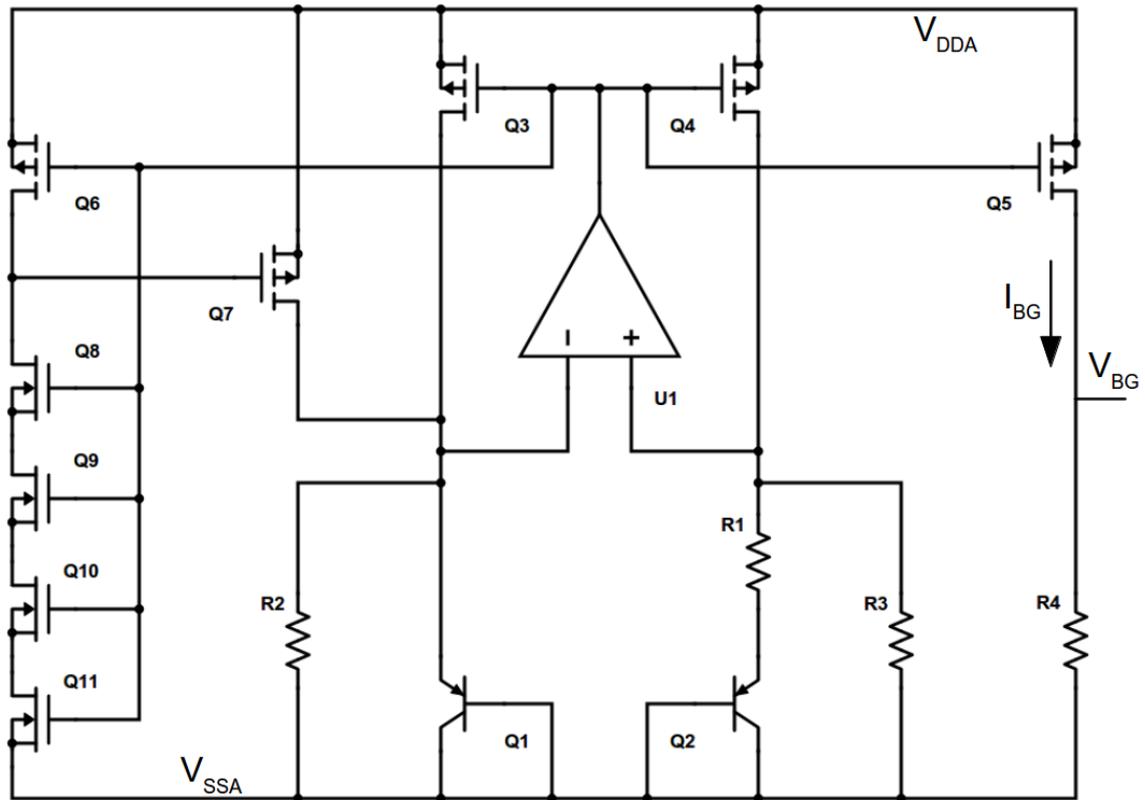


Figura 2.9: Schema elettrico dei riferimenti a Bandgap implementati nel chip.

In realtà, a causa della dipendenza delle resistenze dalla temperatura, non si riesce a ottenere con lo stesso circuito di figura 2.9 sia una corrente che una tensione a coefficienti di temperatura nulli. Perciò, sono state implementate, nell'ASIC sviluppato, due strutture dello stesso tipo di quella illustrata in figura 2.9, ma con un diverso dimensionamento dei componenti, al fine di generare riferimenti sia di tensione, con una di queste strutture, che di corrente, con l'altra.

Il circuito di riferimento presentato ha due punti lavoro stabili, di cui uno è quello che è stato descritto precedentemente, mentre l'altro è determinato dall'amplificatore operazionale U1 la cui uscita va in saturazione a tensioni prossime all'alimentazione V_{DDA} , e da una corrente nulla che scorre nei due rami principali del circuito. Per eliminare tale punto di lavoro non desiderato, sono stati aggiunti i transistor da Q6 a Q11, che, in tale condizione, mettono in conduzione il transistor Q7, portando il circuito al punto di lavoro voluto. Questi transistor si attivano durante la fase in cui viene alimentato il circuito, mentre, nella fase di normale funzionamento, il transistor Q7 rimane in interdizione senza alterare il comportamento descritto in precedenza.

2.5 Elettronica di test

Il *chip* è dotato di una circuiteria di test per verificarne il corretto funzionamento e permetterne la caratterizzazione. In figura 2.1 è mostrato lo schema a blocchi del *chip* in cui si possono individuare le strutture di test. Queste comprendono due amplificatori operazionali ad alta velocità in configurazione di inseguitori di tensione, per monitorare 41 segnali di interesse all'interno dell'ASIC, molti dei quali non direttamente accessibili dall'esterno. I segnali sono selezionabili attraverso un codificatore a 6 bit. Il sottoparagrafo 2.5.1 descrive dettagliatamente gli inseguitori di tensione che sono caratterizzati da una elevata velocità.

Tra le altre strutture di test si hanno due canali di acquisizione aggiuntivi. Il primo (chiamato canale di test A in figura 2.1), perfettamente identico ad uno dei 32 canali di acquisizione ordinari, permette di monitorare, attraverso uno dei due *buffer* di misura, le tensioni di uscita di ciascuno dei suoi blocchi costituenti (come mostrato in figura 2.1). Tale canale di test è stato utilizzato per la caratterizzazione della linearità e della stabilità dei diversi blocchi del canale. Il secondo canale di test (chiamato canale di test B in figura 2.1), invece, comprende solamente un integratore di carica connesso, sia in ingresso che in uscita, a due *pad* esterni per studiarne il comportamento in funzione del tempo, con una maggiore accuratezza di quella che si avrebbe utilizzando uno dei due inseguitori di tensione interni.

L'ultima struttura di test, presente all'interno dell'ASIC, è quella per il trattamento di una corrente di test I_t indirizzabile ad uno qualsiasi dei canali di acquisizione sia ordinari che di test. Grazie a questa corrente, è stato possibile caratterizzare la linearità e la stabilità di tutti i canali di acquisizione senza l'utilizzo di un generatore di segnali esterno. La corrente di test è un segnale di corrente ad onda quadra, che passa da un valore di 0 μA ad uno impostabile da 1 μA a 7 μA con una selezione a 3 bit. La durata di questo segnale di corrente negli stati basso e alto rispecchia quella di un segnale digitale di tensione esterno (*PULSE_TEST*).

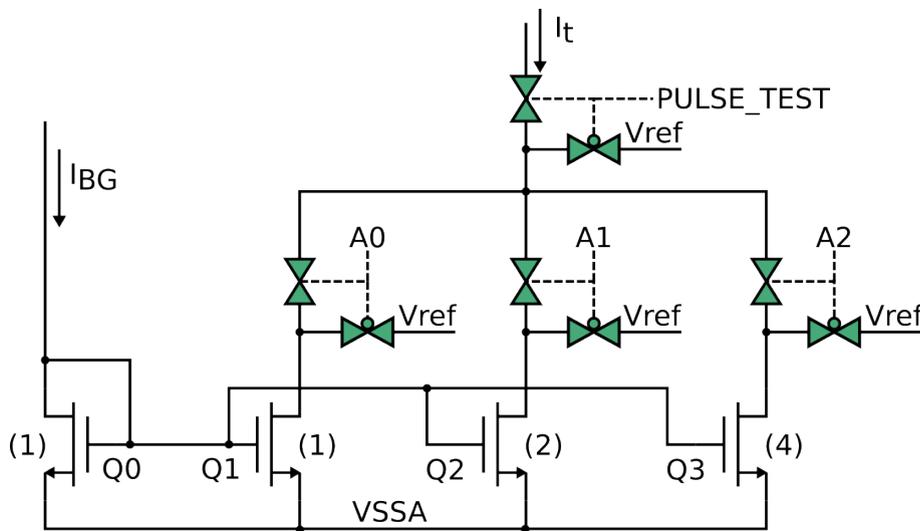


Figura 2.10: Architettura del circuito di trattamento della corrente di test.

Il valore di corrente nello stato alto è dato da una delle correnti di riferimento I_{BG} generate dai circuiti di *Bandgap* descritti nel paragrafo 2.4, opportunamente moltiplicata per il guadagno selezionato di uno specchio di corrente. In figura 2.10 è riportato lo schema elettrico della struttura per la gestione della corrente di test, nel quale si notano i transistor NMOS Q0, Q1, Q2 e Q3 che formano lo specchio di corrente. I rapporti tra larghezza e lunghezza dei transistor Q1, Q2 e Q3 sono tali da avere un guadagno di corrente dello specchio variabile con passo di 1 uA tra il minimo valore (1uA) e il massimo (7 uA), per le diverse combinazioni dei tre segnali digitali A0, A1 e A2. In figura 2.10 sono riportate tra parentesi tonde le proporzioni tra i rapporti larghezza/lunghezza dei canali dei transistor. Gli interruttori sono implementati con dei T-gate (colorati in verde in figura 2.10). Gli interruttori pilotati dai segnali digitali A0, A1 e A2 permettono la selezione del guadagno dello specchio di corrente, mentre gli interruttori pilotati dal segnale *PULSE_TEST* rendono possibile la presenza in uscita di un segnale di corrente I_t ad onda quadra. Ciascun interruttore è affiancato da un altro interruttore pilotato dal segnale negato, al fine di lasciar fluire la corrente altrove quando non può attraversare l'interruttore principale. Con questo accorgimento si migliorano le prestazioni in frequenza di tale circuito.

Nel capitolo 3 si vedrà come sono state impiegate le strutture di test sopra descritte per caratterizzare l'ASIC.

2.5.1 Amplificatore operazionale ad alta velocità

Durante la fase di test e caratterizzazione dell'ASIC è necessario, poter seguire gli andamenti temporali di diversi segnali interni al *chip*. A tal scopo, sono stati predisposti due amplificatori operazionali in configurazione di inseguitori di tensione, che accettano in ingresso 41 segnali di interesse selezionabili per mezzo di un codificatore a 6 bit. Alcuni di questi segnali sono delle tensioni di riferimento utilizzate da diversi circuiti nell'ASIC. Tra gli altri segnali monitorabili, sono presenti le uscite dei 32 canali di acquisizione ordinari, le uscite di ogni blocco del canale di test A e l'ingresso del canale di test A. Gli inseguitori di tensione non devono ridurre sensibilmente la banda in frequenza di questi segnali, in modo da permettere la verifica, non solo qualitativa ma anche quantitativa, del funzionamento dei circuiti esaminati. Di conseguenza, è necessario che la banda a guadagno unitario degli amplificatori operazionali, costituenti gli inseguitori di tensione, sia molto maggiore della banda dei segnali in esame (30 MHz). Eventuali distorsioni introdotte dai *buffer* di tensione saranno corrette attraverso la loro calibrazione che sarà descritta nel capitolo 3.

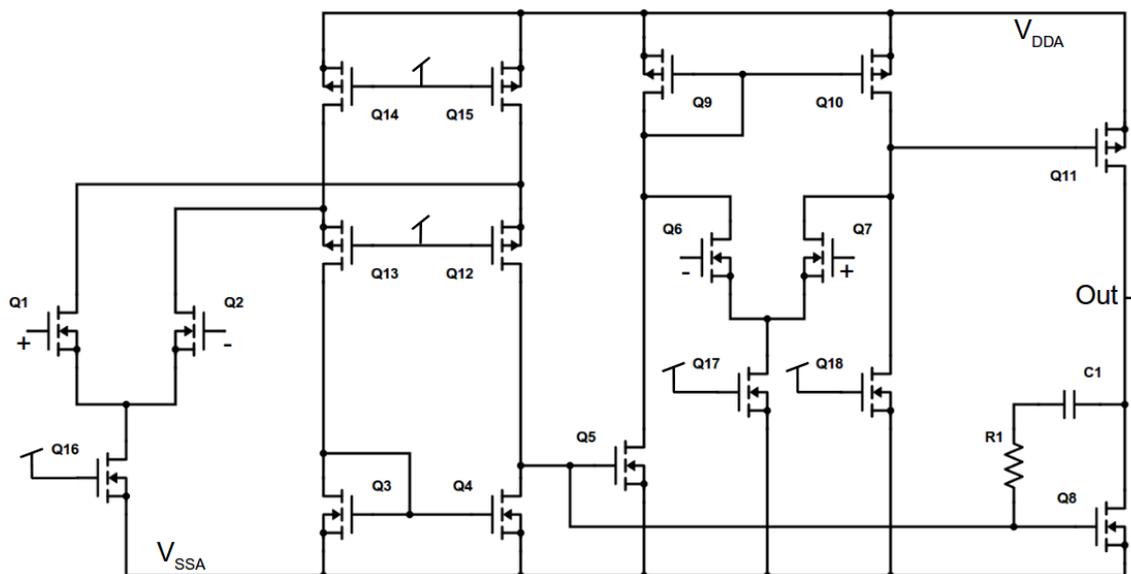


Figura 2.11: Schema elettrico dell'amplificatore operazionale ad alta velocità per il monitoraggio dei segnali di interesse all'interno dell'ASIC durante le fasi di test e caratterizzazione.

In figura 2.11 è mostrato lo schema elettrico dell'amplificatore operazionale ad alta velocità sviluppato. Tale architettura circuitale permette di raggiungere una elevata banda a guadagno unitario attraverso una tecnica di compensazione detta *feedforward*. Questa tecnica di compensazione permette di migliorare la larghezza di banda e di mantenere un buon margine di fase, aggiungendo ad una architettura a più stadi, caratterizzata da un prodotto guadagno banda contenuto per assicurarne la stabilità, un ulteriore stadio di amplificazione, a più basso guadagno ma con un maggiore prodotto guadagno-banda, che somma il suo contributo in uscita e che amplifica direttamente il segnale di ingresso, aggirando, in tal modo, gli stadi precedenti. Quindi, quando, ad alte frequenze, i primi stadi di amplificazione risultano non più efficaci nell'amplificare il segnale, interviene lo stadio di amplificazione a più basso guadagno che, essendo caratterizzato da un numero inferiore di poli, consente un prodotto guadagno-banda maggiore senza pregiudicare la stabilità del circuito. Facendo riferimento alla figura 2.11, lo stadio a basso numero di poli è costituito dalla coppia differenziale formata dai transistor Q6 e Q7. La frequenza a guadagno unitario, calcolata per mezzo di simulazioni AC, è di 150 MHz, mentre il margine di fase risulta essere pari a 55° . Tali valori permettono di monitorare correttamente, senza distorsioni, le forme d'onda dei segnali di interesse interni al *chip*. La corrente assorbita dall'amplificatore operazionale sopra descritto è di circa 10 mA. Gli alti valori di corrente sono stati necessari per migliorare la banda dell'amplificatore, specialmente per quanto riguarda l'ultimo stadio.

2.6 Registri di configurazione

Molte parti dell'ASIC progettato sono configurabili attraverso una comunicazione seriale effettuata tramite i pad *S_IN*, *S_CLK* e *S_LATCH*, come descritto nel paragrafo 2.2. Il *chip* sviluppato

si configura mediante l'invio di una stringa seriale di 453 bit sul pad *S_IN*. I dati, che transitano all'interno dell'ASIC attraverso una serie di registri SIPO (*Serial Input Parallel Output*) dal bit più significativo (MSB - *Most Significant Bit*) a quello meno significativo (LSB - *Least Significant Bit*), determinano il cambiamento della configurazione del *chip* nel momento in cui vengono acquisiti da registri PIPO (*Parallel Input Parallel Output*) al fronte di salita del segnale *S_LATCH*. Nel seguito sono elencati i registri di configurazione del *chip* nell'ordine in cui i corrispondenti dati seriali transitano attraverso il pad *S_IN*.

- Due registri da 6 bit ciascuno per la selezione di due dei 41 segnali da misurare con i due inseguitori di tensione ad alta velocità descritti al sottoparagrafo 2.5.1.
- Registro a 6 bit per la configurazione della capacità di integrazione del canale di test B.
- Registro ad un bit per l'abilitazione del canale di test B alla ricezione della corrente di test.
- Registro a 6 bit per la configurazione della capacità di integrazione del canale di test A.
- Registro a 6 bit per la configurazione del guadagno del canale di test A.
- Registro ad un bit per utilizzare (valore logico basso) o non utilizzare (valore logico alto) gli amplificatori a guadagno variabile di tutti i canali di acquisizione.
- Registro ad un bit per utilizzare i riferimenti di tensione e corrente a *Bandgap* (valore logico basso) o non a *Bandgap* (valore logico alto). Infatti, sono stati predisposti anche dei circuiti alternativi per la generazione dei riferimenti di tensione e corrente non a *Bandgap*, come sostituti di quelli a *Bandgap* in caso di un loro malfunzionamento.
- Registro a 3 bit per l'impostazione del valore della corrente di test.
- Registro ad un bit per l'abilitazione del canale di test A alla ricezione della corrente di test.
- Registro a 32 bit per l'abilitazione dei canali di acquisizione ordinari alla ricezione della corrente di test.
- 32 registri da 6 bit ciascuno per la configurazione delle capacità di integrazione dei 32 canali di acquisizione ordinari.
- 32 registri da 6 bit ciascuno per la configurazione del guadagno dei 32 canali di acquisizione ordinari.

I valori iniziali dei registri, in seguito all'alimentazione del *chip* o al *reset* effettuato tramite il pad *S_RST*, sono stati scelti in modo che fossero quelli più adatti alle tipiche condizioni di utilizzo dell'ASIC. Comunque, prima di ogni acquisizione, è possibile effettuare una configurazione del *chip* per cambiare i valori dei registri sopra elencati. La durata della procedura di configurazione è approssimativamente uguale a 453 volte il periodo del segnale di clock in ingresso al pad *S_CLK*.

Assumendo di avere un periodo di clock di durata pari a 20 ns, si ottiene un tempo di configurazione circa uguale a 9 μ s, paragonabile al periodo di acquisizione dei segnali di carica in ingresso al *chip*.

Capitolo 3

Caratterizzazione dell'ASIC

L'ASIC descritto nel capitolo 2 e sviluppato durante il lavoro di tesi, è stato realizzato dalle fonderie UMC. Una volta terminata la fase di realizzazione, sono stati ricevuti dalla fonderia 30 campioni non incapsulati del *chip* per le schede di lettura dei tubi fotomoltiplicatori multi-anodo (si veda il paragrafo 4.1.1). Insieme ai *chip* non incapsulati, sono stati ricevuti anche 10 campioni incapsulati del *chip* in *package* di tipo PGA (*Pin Grid Array*) da 120 pin, dato l'alto numero di pad dell'ASIC (78 pad). I *chip* incapsulati sono stati impiegati su schede di test dedicate al fine di caratterizzare l'ASIC. In questo capitolo, dopo aver descritto nel paragrafo 3.1 le schede utilizzate per effettuare la caratterizzazione del *chip*, verranno discusse al paragrafo 3.2 le procedure di caratterizzazione e i relativi risultati, che sono stati pubblicati durante il presente lavoro di dottorato [22].

3.1 Le schede di test

La caratterizzazione del *chip* è stata effettuata utilizzando una scheda di interfaccia, sviluppata precedentemente a questo lavoro di tesi, che ha due connettori sulla faccia superiore, per interfacciarsi con una scheda di caratterizzazione sviluppata durante questo lavoro di tesi. La scheda di interfaccia dispone anche di due connettori sulla faccia inferiore, per comunicare con una scheda commerciale basata su una FPGA Spartan 3 (la XEM3010 dell'Opal Kelly), la quale controlla le due schede di test (quella di interfaccia e quella di caratterizzazione) e inoltra i dati della caratterizzazione ad un computer connesso ad essa tramite una interfaccia USB. In figura 3.1 è mostrato lo schema a blocchi del *setup* di caratterizzazione, nel quale si possono individuare le tre schede suddette, il *chip* da caratterizzare, nonché il computer, sul quale viene eseguito un *software*, dedicato alla caratterizzazione, sviluppato durante il lavoro di tesi.

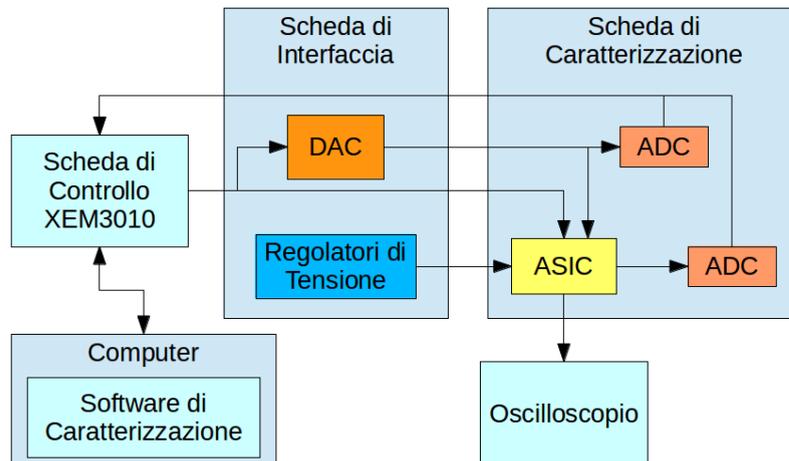


Figura 3.1: Schema a blocchi del setup di caratterizzazione dell'ASIC sviluppato.

La scheda di caratterizzazione dedicata dispone di uno zoccolo per l'inserimento ad incastro del *package* PGA120, in modo da poter caratterizzare più *chip* con la stessa scheda di caratterizzazione evitando le altrimenti necessarie procedure di dissaldatura e saldatura del *package* sulla scheda. In figura 3.2 è riportata la foto delle schede di test in cui si può notare lo zoccolo predisposto per l'inserzione del *chip* incapsulato.



Figura 3.2: Foto delle schede di test, di interfaccia (quella sottostante) e di caratterizzazione (la scheda posta superiormente in cui si può notare lo zoccolo nero per il chip), utilizzate in fase di caratterizzazione del chip.

La scheda di caratterizzazione, oltre allo zoccolo per l'inserzione del *chip* incapsulato, dispone di due ADC commerciali, che verranno specificati più avanti, per rendere possibile l'automazione della procedura di caratterizzazione del *chip*, la quale verrà descritta al paragrafo 3.2. Uno dei due ADC converte in digitale il segnale in uscita dal primo inseguitore di tensione interno al *chip*, descritto al paragrafo 2.5.1, e invia il risultato della conversione all'FPGA, che provvede ad inoltrarlo al *software* di caratterizzazione sul computer. In questo modo è possibile, con un unico

ADC, caratterizzare in linearità e stabilità molte parti del *chip*, come si vedrà ai sottoparagrafi 3.2.1 e 3.2.2. L'altro ADC misura la tensione in ingresso al primo canale di test del *chip*, poiché a tale nodo dell'ASIC, accessibile dall'esterno, si può connettere l'ingresso del *buffer* di tensione utilizzato per le suddette caratterizzazioni di linearità e stabilità. Perciò, avendo a disposizione le misurazioni di ingresso e di uscita dell'inseguitore di tensione, è possibile effettuare la calibrazione al fine di avere una corretta caratterizzazione in linearità dei canali di acquisizione. Nel paragrafo 3.2 si spiegherà più in dettaglio tale procedura. L'ADC utilizzato per la caratterizzazione dell'ASIC è l'LTC1864L. La risoluzione di questo ADC è di 16 bit che corrisponde a circa $50 \mu\text{V}$ di LSB (*Least Significant Bit*), avendo posto il fondo scala dell'ADC a 3.3 V. In tal modo l'ADC è in grado di convertire correttamente tutte le tensioni interne al *chip*, in quanto quest'ultimo è alimentato tra 0 V e 3.3 V. La non linearità differenziale dell'ADC è migliore di $400 \mu\text{V}$, mentre il rumore introdotto dall'ADC è di $100 \mu\text{V}_{RMS}$ e può essere ridotto mediando più campioni della stessa quantità misurata. L'accuratezza dell'ADC è migliore rispetto ai valori di accuratezza misurati nel *chip*, come si vedrà nei sottoparagrafi 3.2.1 e 3.2.2. La frequenza massima di campionamento dell'ADC è di 150 ksp/s, che permette di acquisire in poco tempo un numero elevato di campioni per una stessa condizione di misura, in modo da ridurre l'incertezza della misurazione. I dati acquisiti sono trasmessi all'FPGA tramite una comunicazione SPI¹ (*Serial Peripheral Interface*).

I segnali digitali di controllo del *chip*, descritti al paragrafo 2.2, e degli ADC sono gestiti dall'FPGA, per la quale è stato sviluppato, in questo lavoro di tesi, un *firmware* in VHDL (*VHSIC Hardware Description Language*, dove VHSIC è la sigla di *Very High Speed Integrated Circuits*) per la caratterizzazione dell'ASIC. Sulla scheda di caratterizzazione sono presenti 6 connettori coassiali per effettuare, agevolmente e con una maggiore accuratezza, le misurazioni dei segnali di interesse del *chip* con l'oscilloscopio. L'oscilloscopio utilizzato è un oscilloscopio digitale LeCroy WaveRunner 104MXi, caratterizzato da una velocità massima di campionamento di 10 Gsps. Tali misurazioni hanno permesso di caratterizzare le risposte temporali del *chip*. I risultati di tali caratterizzazioni sono riportati al sottoparagrafo 3.2.3.

3.2 Caratterizzazioni

Le procedure di caratterizzazione del *chip* in linearità, stabilità e risposte temporali hanno fatto un uso estensivo di uno dei due inseguitori di tensione interni all'ASIC. Perciò, per rendere tali caratterizzazioni (specialmente quella in linearità) più indipendenti dalle incertezze introdotte da tale componente, è stata precedentemente effettuata la sua calibrazione. Come descritto al paragrafo 3.1, l'ingresso e l'uscita dell'inseguitore di tensione da calibrare sono stati misurati con due ADC ad elevata accuratezza. Durante la fase di calibrazione, un DAC a 12 bit, montato sulla

¹L'SPI è un protocollo di comunicazione tra circuiti integrati ideato da Motorola. La comunicazione è sincrona e seriale, ed è gestita con quattro segnali.

scheda di interfaccia, ha imposto delle tensioni crescenti in ingresso all'inseguitore di tensione con un passo di 1 mV. Per ogni tensione imposta dal DAC, sono stati mediati $3 \cdot 10^4$ risultati delle conversioni, effettuate dagli ADC, dei segnali sia in ingresso che in uscita al *buffer*. Così facendo, si è potuta determinare la transcaratteristica di ingresso-uscita del *buffer* di tensione. Effettuando un'interpolazione della funzione inversa di tale transcaratteristica con i valori misurati durante la caratterizzazione, è stato possibile calibrare tali valori in modo da tenere conto della non perfetta linearità del *buffer*.

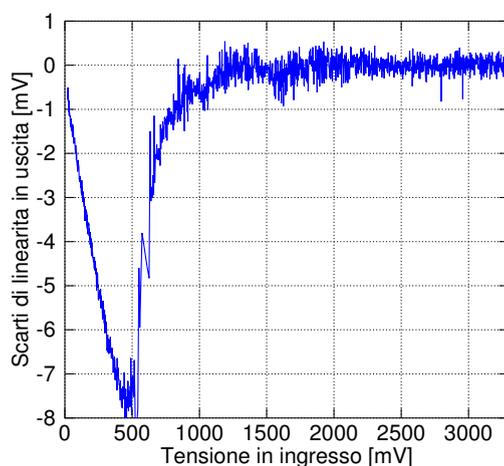


Figura 3.3: Scarti della transcaratteristica ingresso-uscita dell'inseguitore di tensione utilizzato per la caratterizzazione del *chip* rispetto alla transcaratteristica ideale.

In figura 3.3 sono mostrati gli scarti della transcaratteristica del *buffer* di tensione, utilizzato per la caratterizzazione del *chip*, rispetto alla transcaratteristica ideale. Le tensioni riportate in questo capitolo sono misurate rispetto alla alimentazione negativa del *chip* (V_{SSA}).

3.2.1 Linearità

La linearità dei tre blocchi del primo canale di test (identico ad uno dei 32 canali di acquisizione ordinari) è stata caratterizzata misurando i loro segnali di uscita che sono stati letti con uno dei due inseguitori di tensione interni al *chip* (calibrato secondo la procedura vista in precedenza), e convertiti in digitale con l'ADC descritto al paragrafo 3.1. La procedura di caratterizzazione ha previsto l'invio della corrente di test interna al *chip* (descritta in dettaglio al paragrafo 2.5) all'ingresso del canale di test. Il valore di carica acquisita dal canale di test è aumentato durante la caratterizzazione con un passo di 27 fC, ottenuto integrando un impulso di una corrente di test da $2.7 \mu\text{A}$ per tempi crescenti con un passo di 10 ns (la durata dell'intergrazione corrisponde alla durata del segnale digitale di tensione *PULSE_TEST* nel suo stato logico alto). Il valore della corrente di test è stato ottenuto misurando con l'oscilloscopio la pendenza della rampa di salita in uscita dall'integratore di carica, retroazionato con un condensatore da 10 pF, del canale di test B. Per ogni valore di carica acquisita, sono state effettuate $3 \cdot 10^4$ letture con l'ADC dei segnali da

caratterizzare, e sono state mediate al fine di ridurre l'incertezza della misurazione, dovuta ad una sua eventuale scarsa ripetibilità. Avendo mediato $3 \cdot 10^4$ letture, si riduce l'incertezza di un fattore $5 \cdot 10^{-3}$, corrispondente a valori inferiori a $23 \mu\text{V}$, partendo da una incertezza che può arrivare fino a circa 4 mV come si vedrà al sottoparagrafo 3.2.2. Variando la durata dell'impulso di corrente da 0 ns fino ad un valore di $8 \mu\text{s}$, si ha una carica acquisita che varia da 0 pC a 22 pC . In figura 3.4a sono mostrati gli scarti della transcaratteristica dell'integratore di carica, retroazionato con un condensatore da 10 pF , rispetto ad una transcaratteristica lineare con coefficiente angolare pari a 100 mV/pC e termine noto uguale a 1.14 V . Gli scarti di linearità sono inferiori a 2 mV su tutto l'intervallo di misurazione, che, per una dinamica del segnale integrato di 2.16 V , corrispondono al 0.09% . In figura 3.4b sono, invece, riportati gli scarti di linearità del *sample and hold* (figura

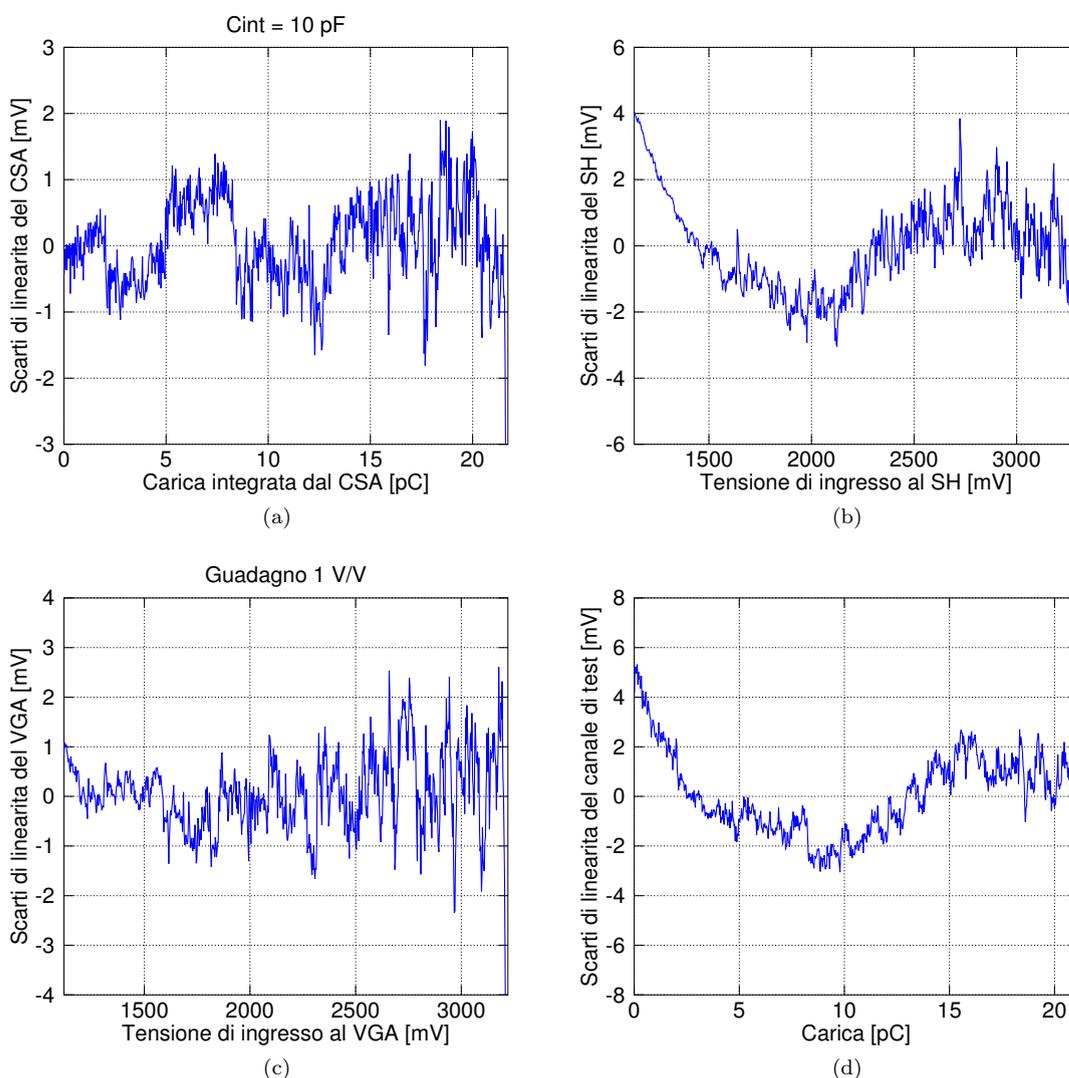


Figura 3.4: Scarti della linearità: dell'integratore di carica (a), retroazionato con 10 pF di capacità, del *sample and hold* (b), dell'amplificatore a guadagno variabile (c) e di tutto il primo canale di test (d).

3.4b) rispetto alla retta con coefficiente angolare 0.993 V/V e termine noto -12.9 mV , mentre in

figura 3.4c sono riportati quelli dell'amplificatore a guadagno variabile con guadagno impostato ad 1 V/V (figura 3.4c) rispetto alla retta con coefficiente angolare 1.03 V/V e termine noto -6.78 mV. Dalle figure si evince che il *sample and hold* è caratterizzato da una linearità migliore di 4 mV (0.18 % della dinamica di 2.16 V), mentre l'amplificatore a guadagno variabile ha degli scarti di linearità inferiori a 2.5 mV (0.11 % della dinamica di 2.16 V). Gli scarti di linearità di tutto il primo canale di test sono mostrati nella figura 3.4d rispetto alla retta con coefficiente angolare 103 mV/pC e termine noto 1.14 V. Tali scarti sono inferiori a 5 mV, corrispondenti al 0.23 % della dinamica impostata a 2.16 V. Il coefficiente angolare della retta rispetto alla quale sono stati valutati gli scarti di linearità del canale di test è diverso da quello ideale aspettato di 100 mV/pC (derivante dal valore nominale di 10 pF della capacità di integrazione), ma tale discrepanza del 3 % rappresenta un errore di guadagno che potrà essere corretto via *software* come riportato al paragrafo 6.1.

Bisogna notare che la dinamica è compresa tra la tensione V_{REF} (posta all'ingresso non invertente degli operazionali costituenti gli integratori di carica) e l'alimentazione positiva del *chip*. Perciò, la dinamica del segnale acquisito e, di conseguenza, le accuratèzze percentuali riportate (relative a 2.16 V di dinamica), possono essere modificate variando il valore di V_{REF} . Al diminuire di V_{REF} si migliorano le accuratèzze percentuali, ma possono verificarsi delle perdite di carica del segnale a causa della limitata risposta in frequenza dell'integratore, il quale non riesce a mantenere il corto circuito virtuale tra gli ingressi dell'amplificatore operazionale per un veloce impulso di corrente in ingresso. Ciò determina un impulso di tensione negativo in ingresso al circuito, che, nel caso in cui raggiungesse il valore di alimentazione negativa del *chip*, comporterebbe la suddetta perdita di carica anodica sulle giunzioni pn dei transistor degli interruttori T-gate, le quali si troverebbero in polarizzazione diretta, offrendo un cammino conduttivo alternativo al segnale di carica.

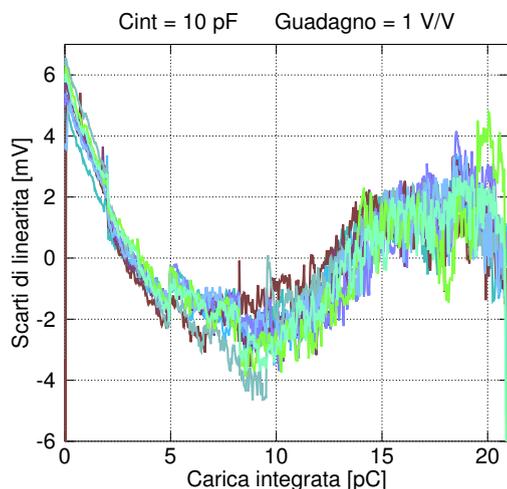


Figura 3.5: Scarti di linearità dei 32 canali di acquisizione ordinari del *chip* caratterizzato.

Inviando la corrente di test a ciascuno dei 32 canali di acquisizione ordinari dell'ASIC e ripetendo per ognuno la procedura effettuata per il canale di test (ad eccezione della misurazione dei segnali in

uscita dal CSA e dal *sample and hold* dei canali di acquisizione ordinari che non sono direttamente misurabili), è stato possibile caratterizzarli individualmente in linearità. I risultati ottenuti sono mostrati in figura 3.5, in cui sono graficati tutti gli scarti di linearità dei 32 canali di acquisizione ordinari. Gli scarti sono calcolati rispetto ad una retta con coefficiente angolare di 103 mV/pC e termine noto pari a 1.14 V, che sono gli stessi valori ottenuti dalla caratterizzazione del canale di test. Si noti come gli scarti siano tipicamente inferiori a 6 mV, corrispondente al 0.28 % della dinamica utilizzata (2.16 V). Tale risultato è in linea con la specifica presentata al paragrafo 1.9, in cui sono stati richiesti degli scarti di linearità inferiori al 1.2 % della dinamica del segnale e prossimi all'LSB del sistema (pari a 3.22 mV come si vedrà al paragrafo 4.1).

3.2.2 Stabilità

La stabilità è l'attitudine di uno strumento a fornire misure poco disperse in molte misurazioni della stessa grandezza, effettuate a intervalli di tempo lunghi rispetto alla durata di esse, utilizzando lo strumento nelle medesime condizioni. Si può esprimere come deviazione standard di un insieme di più misurazioni effettuate sullo stessa quantità misurata, e dipende dai rumori introdotti dallo strumento. Per conoscere la stabilità intrinseca di un dato blocco circuitale, che è parte di un dato strumento di misura, si dovrebbe misurare la dispersione della sua uscita, ponendo in ingresso un segnale, la cui precisione sia molto migliore di quella del rumore equivalente in ingresso introdotto dal blocco circuitale in esame. Nei diversi blocchi dei canali di acquisizione dell'ASIC sviluppato, questa condizione non è rispettata poichè i segnali in ingresso a ciascun blocco sono caratterizzati da una rumorosità paragonabile al rumore equivalente in ingresso introdotto dai blocchi stessi. Inoltre la stabilità della misurazione dipende anche dalle incertezze introdotte dall'ADC e dall'inseguitore di tensione interno al *chip*. Al fine di valutare la stabilità di un blocco, indipendentemente dalla precisione del segnale di ingresso e da quella degli strumenti utilizzati per la caratterizzazione, si sono misurate le deviazioni standard sia del segnale di uscita che del segnale di ingresso, combinandole secondo la seguente equazione:

$$S = \sqrt{\text{Var}[v_{out}] - \text{Var}[v_{in}]} \quad (3.1)$$

Nella formula (3.1), S rappresenta la stabilità introdotta dal blocco caratterizzato, v_{in} e v_{out} sono rispettivamente i segnali di ingresso e uscita, mentre Var è l'operatore di varianza statistica. Perciò, allo stesso modo in cui si è operato per caratterizzare il primo canale di test in linearità, ovvero acquisendo, per ogni valore di carica integrata dal canale, $3 \cdot 10^4$ campioni in uscita da ciascun blocco, è stato possibile applicare la formula (3.1) per ogni valore di carica acquisita, valutando, così facendo, la stabilità del blocco in esame al variare della tensione di ingresso. L'incertezza nella stima della deviazione standard dei segnali è del 9 %, avendo considerato $3 \cdot 10^4$ campioni. Per il *sample and hold* e per l'amplificatore a guadagno variabile è stato possibile applicare semplicemente la formula (3.1) ai segnali in ingresso e in uscita misurati con il *buffer* di tensione e l'ADC. Le stabilità

risultanti sono mostrate in figura 3.6a e in figura 3.6b rispettivamente per il *sample and hold* e per l'amplificatore impostato ad un guadagno unitario. Il *sample and hold* è caratterizzato da un

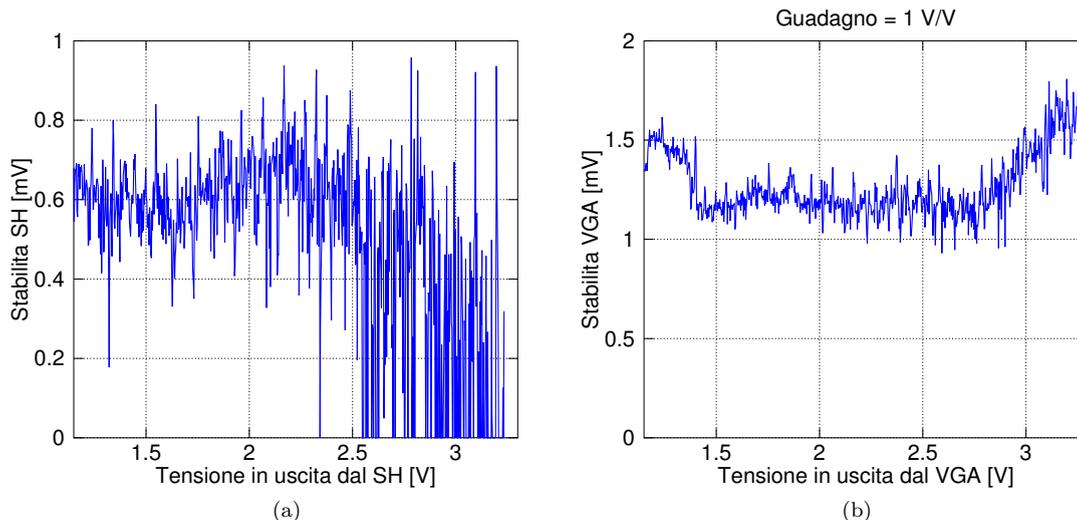


Figura 3.6: Stabilità del sample and hold (a) e dell'amplificatore a guadagno variabile con $G = 1 \text{ V/V}$ (b) in funzione delle loro tensioni medie in ingresso.

valore di stabilità migliore di 0.8 mV, corrispondente al 0.037 % della dinamica impostata (2.16 V). Invece, l'amplificatore a guadagno variabile ha una stabilità migliore di 1.9 mV, che, rispetto alla dinamica utilizzata (2.16 V), rappresenta lo 0.088 %. L'integratore di carica, a differenza degli altri due blocchi del canale di acquisizione, è più difficile da caratterizzare in stabilità a causa della diversa natura del segnale di ingresso, che è un segnale di carica anziché un segnale di tensione. La carica acquisita in fase di test (Q_{test}) è data dal valore della corrente di test nel suo stato logico alto (I_t) moltiplicata per la durata di quello stato (T_I). Di conseguenza, all'aumentare del tempo, durante la caratterizzazione, in cui la corrente di test è nel valore logico alto, il contributo del rumore della corrente di test alla carica acquisita aumenta linearmente. Quindi, la tensione misurata in uscita dell'integratore di carica, tramite il *buffer* di tensione e l'ADC, è affetta dal rumore della corrente di test oltre una certa soglia di carica acquisita. Invece, sotto tale soglia, altri contributi, indipendenti dal tempo di integrazione della corrente di test, sono più influenti, come quelli introdotti dall'inseguitore di tensione, dall'ADC e dall'integratore stesso. Poiché non è stato possibile misurare direttamente la carica acquisita dall'integratore, con gli stessi *buffer* di tensione e ADC con i quali si è misurata la sua uscita, non si è potuta applicare la formula (3.1) per conoscere la stabilità dell'integratore. In figura 3.7 sono riportate le precisioni in uscita dai 32 canali di acquisizione ordinari al variare della carica acquisita dai canali. Le precisioni sono espresse in termini di deviazioni standard dei $3 \cdot 10^4$ campioni convertiti dall'ADC per ogni valore di carica acquisita dal canale. Dalla figura si nota un aumento quasi lineare delle deviazioni standard con la carica acquisita, dovuto al rumore della corrente di test integrata. Invece, per bassi valori di carica acquisita, la precisione del segnale di uscita è determinata dalle stabilità dei vari blocchi dei canali

e da quelle dell'inseguitore di tensione e dell'ADC utilizzati.

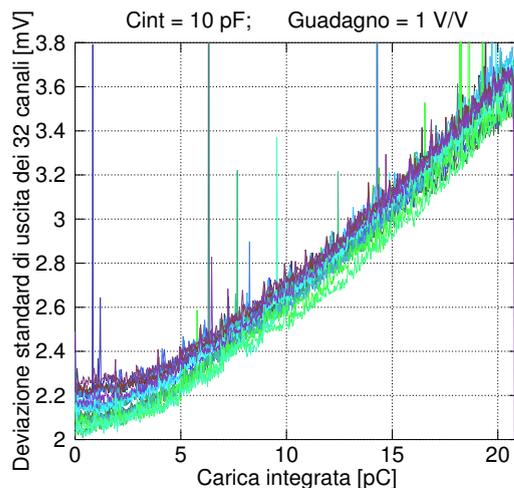


Figura 3.7: Precisione delle uscite dei 32 canali di acquisizione ordinari, al variare della carica acquisita. La precisione è valutata come deviazione standard dei $3 \cdot 10^4$ campioni convertiti per ogni valore di carica.

Le precisioni delle grandezze graficate in figura 3.7 sono inferiori allo 0.18 % della dinamica del segnale (2.16 V). Poichè si può asserire che la stabilità di un canale sia migliore della sua precisione in uscita, in quanto la precisione in uscita tiene conto del contributo della stabilità ma anche di quello della precisione in ingresso, si ha che le stabilità dei 32 canali sono migliori dello 0.18 % della dinamica del segnale. Ciò è in linea con la specifica del paragrafo 1.9 in cui è stata richiesta una stabilità dei canali dell'elettronica di lettura migliore del 1.2 % della dinamica del segnale e prossima all'LSB del sistema (pari a 3.22 mV come si vedrà paragrafo 4.1).

3.2.3 Risposte temporali

La caratterizzazione delle risposte temporali dei vari blocchi circuitali del canale di acquisizione sono state eseguite connettendo l'uscita di uno dei due inseguitori di tensione interni al *chip* all'oscilloscopio, tramite i connettori predisposti sulla scheda di caratterizzazione sviluppata in questo lavoro di tesi e descritta al paragrafo 3.1. La banda in frequenza delle forme d'onda visualizzate non è limitata dall'inseguitore di tensione ma dai blocchi sotto esame, data la più alta velocità del *buffer* di tensione (per approfondimenti si rimanda al paragrafo 2.5.1).

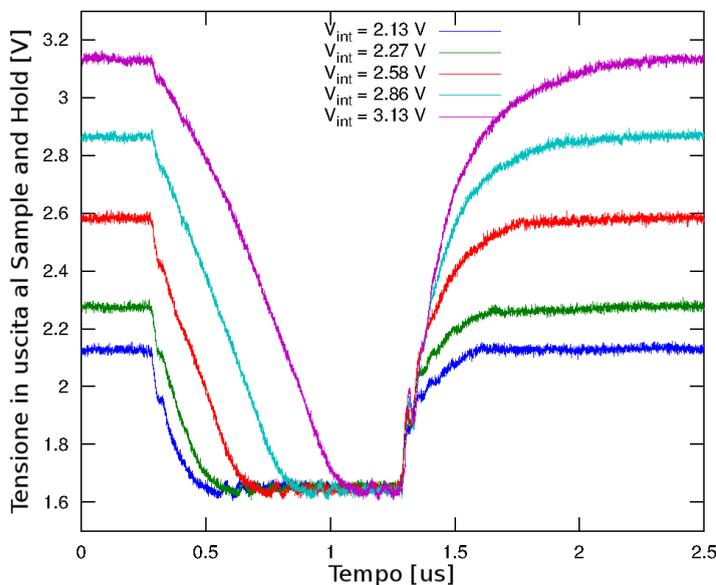


Figura 3.8: Diagramma temporale dell'uscita del *sample and hold* per diversi valori di tensione campionati in ingresso.

In figura 3.8 è riportata la forma d'onda di uscita del *sample and hold* per diversi valori di tensione campionati in ingresso. Non appena il segnale di controllo del *sample and hold* ($SAMPLE_{SH}$) porta quest'ultimo nello stato di campionamento, l'uscita inizia a tendere alla tensione di riferimento V_{REF} con una pendenza costante data dallo *slew-rate* dell'amplificatore operazionale. Dal diagramma temporale si estrapola lo *slew-rate* negativo del *sample and hold*, che è di circa $2.5 \text{ V}/\mu\text{s}$. Esso determina il minimo tempo in cui il *sample and hold* deve rimanere nello stato di campionamento. Infatti, anche nel caso peggiore di tensioni campionate vicine al fondo scala ($V_{int} = 3.13 \text{ V}$), si deve restare in questo stato abbastanza a lungo da permettere all'uscita di ritornare alla tensione di riferimento V_{REF} . Per tensioni di riferimento poste a metà tra le due alimentazioni ($V_{REF} = 1.65 \text{ V}$), il tempo necessario all'azzeramento dell'uscita, anche per tensioni campionate prossime alla tensione di alimentazione positiva ($V_{DDA} = 3.3 \text{ V}$), dovrebbe essere di $0.66 \mu\text{s}$, ma la diminuzione dello *slew-rate* negativo per tensioni di uscita prossime a V_{DDA} fa sì che questo sia di $0.9 \mu\text{s}$. Quando il segnale $SAMPLE_{SH}$ porta il *sample and hold* nel suo stato di mantenimento, la sua uscita inizia a salire tendendo al valore campionato in ingresso. La salita ha un andamento quasi esponenziale, e il blocco successivo del canale di acquisizione (l'amplificatore a guadagno variabile) deve lasciarla assestare al suo valore finale prima di terminarne il campionamento. Con la tensione di riferimento impostata (1.65 V), in figura 3.8, i tempi di assestamento sono inferiori a $1 \mu\text{s}$.

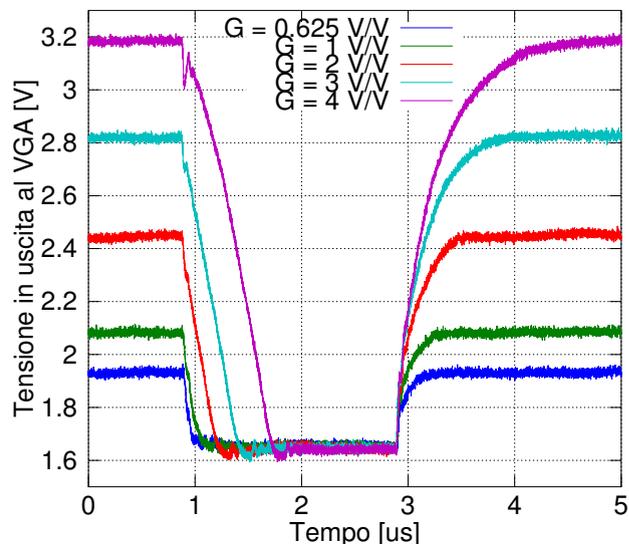


Figura 3.9: Diagramma temporale dell'uscita dell'amplificatore a guadagno variabile per diversi valori del guadagno di tensione.

In figura 3.9 è riportato il diagramma temporale dell'uscita dell'amplificatore a guadagno variabile (VGA) per diversi valori di guadagno impostati. Così come il *sample and hold*, anche il VGA è caratterizzato da una diminuzione costante delle tensioni di uscita all'inizio della fase di campionamento. Il suo *slew-rate* negativo è sempre di $2.5 \text{ V}/\mu\text{s}$, essendo determinato dall'amplificatore operazionale che è lo stesso utilizzato per il *sample and hold*. Tale valore di *slew-rate* dovrebbe consentire di azzerare l'uscita del *sample and hold*, o equivalentemente di campionare correttamente il suo ingresso, in $0.66 \mu\text{s}$ per una tensione di riferimento di 1.65 V e per un valore iniziale dell'uscita prossimo a V_{DDA} . La diminuzione dello *slew-rate* per alte tensioni in uscita dal VGA fa aumentare il minimo tempo della fase di campionamento a $1 \mu\text{s}$. Poiché il segnale $SAMPLE_{VGA}$, per controllare le fasi di campionamento e di mantenimento dell'amplificatore a guadagno variabile, impone l'inizio della fase di campionamento subito dopo l'inizio della fase di mantenimento del *sample and hold*, è necessario che la durata della fase di campionamento del VGA sia tale da permettere, sia il corretto azzeramento dell'uscita dell'amplificatore a guadagno variabile che il completo assestamento dell'uscita del *sample and hold* nella sua fase di mantenimento. Perciò la minima durata della fase di campionamento del VGA dovrà essere di $1 \mu\text{s}$. Alla fine di questa fase, l'uscita del VGA si assesta al valore campionato in ingresso moltiplicato per il guadagno dell'amplificatore. I tempi necessari all'assestamento dell'uscita dipendono dal suo valore finale, crescendo all'aumentare di esso. Per V_{REF} uguale a 1.65 V e valori finali dell'uscita prossimi a V_{DDA} , è necessario attendere $2 \mu\text{s}$ prima di procedere alla successiva conversione analogico-digitale.

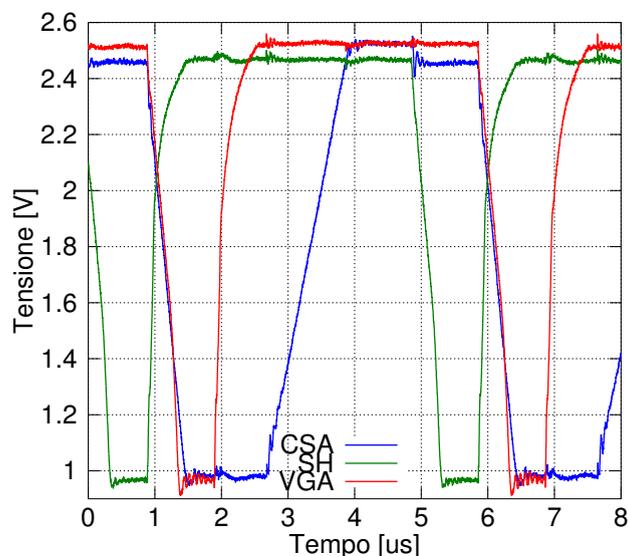


Figura 3.10: Diagramma temporale delle uscite dei tre blocchi del canale di test nel caso di massima frequenza di acquisizione.

In figura 3.10 sono mostrate le forme d'onda delle tensioni di uscita dei tre blocchi del canale di test nel caso di massima frequenza di acquisizione. Rispettando le tempistiche valutate dai diagrammi temporali precedenti, si ottiene un periodo di acquisizione di $5 \mu\text{s}$, corrispondente ad una frequenza di acquisizione di 200 kHz . Come si vedrà più avanti al paragrafo 4.1, la massima frequenza di acquisizione sarà limitata dal tempo di conversione degli ADC selezionati a 167 kHz , assicurando un minimo periodo di acquisizione di $6 \mu\text{s}$ come richiesto al paragrafo 1.9. Il tempo morto del sistema, pari al tempo di *reset* dell'integratore di carica, è di $1 \mu\text{s}$, consentendo di soddisfare la specifica del 70 % di efficienza dell'elettronica per una media di $3 \cdot 10^4$ eventi di scintillazione al secondo riportata al paragrafo 1.9.

3.2.4 Potenza dissipata

La corrente assorbita dal *chip*, quando quest'ultimo non è in modalità di acquisizione, è di 70 mA . Durante l'acquisizione, la corrente assorbita aumenta fino ad un valore di 106 mA . Dato che la tensione di alimentazione dell'ASIC è di 3.3 V , la potenza dissipata dal *chip* è di 230 mW in modalità di riposo, mentre è di 350 mW durante l'acquisizione. Ripartendo il massimo consumo di potenza tra i 32 canali di acquisizione, che saranno utilizzati nell'applicazione finale del *chip*, si ha un consumo medio di circa 11 mW per canale. L'elettronica di lettura a componenti discreti, sviluppata precedentemente a questo lavoro di tesi e presentata in [16], ha dei canali di acquisizione composti da un integratore di carica che consuma dai 7 mW ai 14 mW a seconda del valore della tensione di alimentazione duale scelta che può andare dai $\pm 5 \text{ V}$ ai $\pm 10 \text{ V}$. A questo valore bisogna aggiungere il consumo di potenza dovuto al *track and hold* interno all'ADC multicanale integrato utilizzato, che non è noto a priori in quanto si conosce solamente il consumo

complessivo di tutto l'ADC multicanale (250 mW da ripartire su 8 canali, corrispondenti a circa 31 mW) e non la parte riferita al solo *track and hold*, la quale può anche essere preponderante. Inoltre tale elettronica di lettura, a differenza di quella proposta in questo lavoro, non permette una amplificazione configurabile del segnale di carica acquisito, operazione che ha richiesto risorse sia in termini di area occupata sul *chip* che in termini di potenza dissipata. In una seconda versione dell'ASIC, gli inseguitori di tensione ad alta velocità, per il test del *chip*, saranno eliminati per ridurre la dissipazione di potenza. Infatti ciascun inseguitore di tensione assorbe 10 mA (secondo le simulazioni effettuate). La potenza dissipata dal *chip* diminuirebbe fino ad un valore di 280 mW durante le acquisizioni. Ripartendo il consumo sui 32 canali si otterrebbe una dissipazione media di 8.8 mW per canale.

3.3 Risultati

In sintesi le caratterizzazioni del *chip* hanno portato ai seguenti risultati:

- Scarti di linearità dei 32 canali di acquisizione inferiori del 0.28 % della dinamica del segnale impostata (2.16 V). Tale valore è molto minore del limite massimo imposto dalla specifica (1.2 %).
- Stabilità dei 32 canali di acquisizione inferiori al 0.18 % della dinamica del segnale impostata (2.16 V). Tale valore è molto minore del limite massimo imposto dalla specifica (1.2 %).
- Tempo morto del sistema di lettura pari a 1 μ s, come richiesto dalla specifica.
- Frequenza di acquisizione fino a 200 kHz, che, però, sarà limitata a 167 kHz dai tempi di conversione degli ADC, come sarà spiegato al paragrafo 4.1. Tali valori sono in linea con la specifica di una frequenza di acquisizione massima di almeno 150 kHz.
- Potenza dissipata per canale pari a circa 11 mW.

Capitolo 4

Schede di Acquisizione

L'ASIC sviluppato in questo lavoro di tesi, una volta verificato il suo funzionamento e effettuata la sua caratterizzazione (come mostrato nel capitolo 3), è stato reso fruibile come elettronica di *front-end* per dei tubi fotomoltiplicatori multi-anodo commerciali, mediante lo sviluppo di una scheda di acquisizione. I componenti principali della scheda sono due campioni non incapsulati dell'ASIC e degli ADC commerciali per la conversione in digitale dei segnali acquisiti dai *chip*. Tale scheda di acquisizione analogica verrà descritta in dettaglio al paragrafo 4.1. I segnali di controllo presenti nella scheda di acquisizione devono essere generati esternamente ad essa, ed i campioni digitali in uscita dagli ADC devono essere filtrati e trattati prima di essere inoltrati ad un calcolatore. A tale scopo, la scheda di acquisizione deve essere accoppiata ad una scheda digitale che si occupa dei suddetti compiti. La scheda di acquisizione analogica è stata progettata per essere compatibile con la scheda commerciale Opal Kelly XEM3010, basata su una FPGA Spartan 3, e già impiegata durante la caratterizzazione del *chip*. Purtroppo la scheda XEM3010 ha delle dimensioni maggiori di quelle della scheda di acquisizione analogica e potrebbe risultare non adatta per alcune applicazioni che richiedono un'alta integrazione del sistema di *imaging*. Per superare queste limitazioni, è stata sviluppata, in questo lavoro di tesi, una scheda di controllo e di acquisizione digitale alternativa, sempre basata su un'FPGA e con le stesse dimensioni della scheda di acquisizione analogica. La descrizione di tale scheda è riportata al paragrafo 4.2, mentre al paragrafo 4.3 sono descritte la struttura e il funzionamento del *firmware*, scritto in linguaggio VHDL, per la programmazione dell'FPGA. Il codice VHDL sviluppato è implementabile su entrambe le schede FPGA prese in considerazione.

4.1 Scheda di acquisizione analogica

Per rendere possibile la misurazione di segnali scintigrafici, il *chip* deve essere montato su una scheda che ne permetta il collegamento con un tubo fotomoltiplicatore multi-anodo e con degli ADC, per convertire in digitale i segnali acquisiti dal *chip*. In questo paragrafo viene descritta tale

scheda. In figura 4.1 è mostrato lo schema a blocchi della scheda di acquisizione, che è costituita da due campioni non incapsulati dell'ASIC per poter leggere simultaneamente 64 segnali anodici provenienti dal MAPMT. Per ogni uscita analogica dei *chip*, è stato disposto un ADC commerciale a singolo canale, atto a convertire in digitale le uscite di 4 canali di acquisizione interni al *chip*, che, a tale scopo, sono state multiplate su un unico pad di uscita. Il numero complessivo di ADC a singolo canale disposti sulla scheda è di 16 unità. La scelta di impiegare più ADC a singolo canale, invece di meno unità di ADC multicanale, è stata presa per assicurare la simultaneità delle conversioni di tutte le uscite analogiche dei *chip* e l'alta velocità di campionamento richiesta (come si vedrà più avanti in questo paragrafo), mantenendo nel complesso un basso costo e un basso consumo di potenza per tali componenti. Infatti, i modelli commerciali di ADC multicanale, con acquisizione simultanea dei canali e con alte velocità di campionamento, sono molto dispendiosi sia in termini economici che in termini di corrente assorbita. Ad esempio, gli ADC commerciali a doppio canale LTC1407 e AD7352 dissipano una potenza per canale rispettivamente 1.5 e 3 volte maggiore di quella dissipata dall'ADC a singolo canale scelto (4.6 mW), a fronte di un costo per canale rispettivamente 1.8 e 2.2 volte maggiore. Inoltre, gli ADC multicanale sono più complessi da controllare, avendo, tipicamente, più funzionalità e più segnali di controllo rispetto agli ADC a singolo canale, che, invece, sono caratterizzati, solitamente, da un basso numero di pin di controllo e da un numero ridotto di possibili modalità di utilizzo.

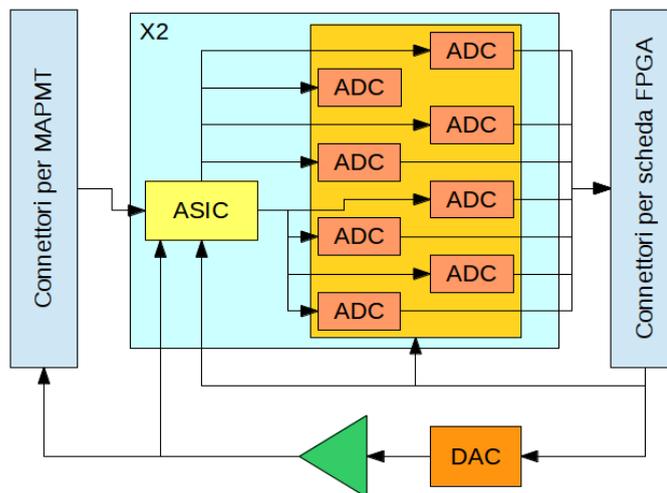


Figura 4.1: Schema a blocchi della scheda di acquisizione analogica, in cui si nota la presenza di due campioni dell'ASIC descritto al capitolo 2, ciascuno affiancato ad 8 ADC multicanale, dei connettori per i collegamenti con la scheda di controllo (connettori con scheda FPGA) e con il tubo fotomoltiplicatore. La tensione di riferimento per i segnali di carica uscenti dal MAPMT è generata da un DAC connesso ad un inseguitore di tensione, in modo da poter modificare la dinamica dell'elettronica.

Sulla scheda di acquisizione sono presenti anche un regolatore di tensione, per generare le due alimentazioni digitali V_{DD18} e V_{SS18} per la logica a 1.8 V del *chip*, ed un DAC a 10 bit seguito da un operazionale in configurazione di *buffer* di tensione, per generare la tensione variabile di riferimento

V_{REF} dei segnali acquisiti dal *chip*, dalla quale dipende la massima dinamica dei segnali.

La massima frequenza di acquisizione di ciascun canale del *chip* dipende dalla massima frequenza di campionamento degli ADC, in quanto è necessario effettuare, durante un unico periodo di acquisizione, le 4 conversioni dei canali di acquisizione multiplati sull'ingresso del generico ADC, come mostrato nel diagramma temporale d'esempio in figura 4.2. La figura mostra le forme d'onda d'esempio del segnale di inizio conversione degli ADC (diagramma in basso), del segnale di controllo dei multiplatori interni al *chip* (diagramma in alto) per selezionare una delle uscite dei quattro canali di acquisizione (le curve colorate del diagramma centrale) multiplate sull'ingresso analogico di un ADC (la curva nera del diagramma centrale). La massima frequenza di acquisizione dei canali del *chip* (f_{acq}^{max}) è determinata dalla seguente formula:

$$f_{acq}^{max} = \frac{1}{t_{sVGA}^{min} + t_{aVGA}^{min} + \frac{4}{f_{ADC}^{max}}}. \quad (4.1)$$

t_{sVGA}^{min} è la più breve durata della fase di campionamento degli amplificatori a guadagno variabile (i VGA) interni al *chip*, che consente il corretto campionamento dei loro segnali in ingresso. t_{aVGA}^{min} rappresenta il più breve tempo necessario all'assestamento delle uscite dei VGA. f_{ADC}^{max} , invece, è la massima frequenza di campionamento degli ADC disposti sulla scheda. I tempi t_{sVGA}^{min} e t_{aVGA}^{min} dipendono sia dal massimo valore dei segnali di uscita dei VGA che dalla tensione V_{REF} di riferimento del segnale come visto al paragrafo 3.2.3. Ponendo la V_{REF} a 1.65 V e supponendo di avere dei segnali di uscita dei VGA che arrivano fino a valori prossimi alla tensione di alimentazione V_{DDA} , si ottengono dei tempi minimi per consentire l'assestamento dei VGA pari a 2 μs e dei tempi minimi della fase di campionamento dei VGA pari a 1 μs , come riportato al paragrafo 3.2.3. Dunque, esplicitando f_{ADC}^{max} nella formula (4.1) e ponendo come massima frequenza di acquisizione quella richiesta al paragrafo 1.9 (pari a 150 kHz), si ricava la massima frequenza di campionamento degli ADC che deve essere di almeno 1.1 Msps.

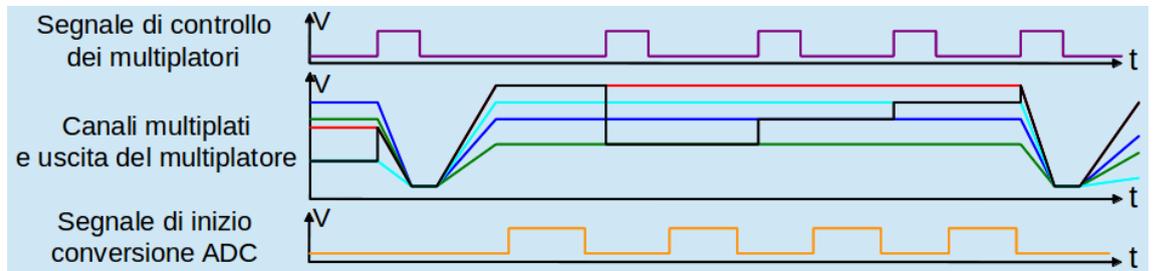


Figura 4.2: Diagramma temporale di esempio dei segnali di conversione degli ADC (diagramma in basso), di gestione dei multiplatori interni al *chip* (diagramma in alto) e del segnale di ingresso ad un ADC (curva nera del diagramma centrale) sul quale sono multiplate le uscite di quattro canali di acquisizione (curve colorate del diagramma centrale).

Dalle considerazioni fatte al paragrafo 1.9, la risoluzione degli ADC deve essere migliore del 0.13 % del massimo numero di fotoelettroni rivelati da un singolo canale dell'elettronica. Nell'ipotesi di aver imposto un valore di capacità dell'integratore di carica tale da sfruttare al massimo la

dinamica del segnale di tensione disponibile in uscita ($V_{DDA} - V_{REF}$) in condizioni di massimo numero di fotoelettroni rivelati, il valore dell'LSB dell'ADC dovrà essere inferiore o uguale al 0.13 % della dinamica di tensione in uscita, in modo da poter distinguere il singolo fotoelettrone rivelato. Sfruttando una dinamica di 2.5 V, si ricava il massimo valore dell'LSB, pari a 3.25 mV. Per ottenere questo valore, ipotizzando di utilizzare un ADC con un intervallo di conversione compreso tra l'alimentazione analogica negativa e quella positiva (3.3 V di intervallo), si deve scegliere un ADC con una risoluzione di almeno 10 bit, corrispondente a un valore dell'LSB al massimo di 3.22 mV.

Il convertitore analogico-digitale scelto per soddisfare i suddetti requisiti è l'ADC commerciale ADS7887 a singolo canale con 10 bit di risoluzione e 1.25 Msps di massima frequenza di campionamento. Questo dispone di 6 pin, di cui 3 dedicati al controllo dell'inizio della conversione e alla trasmissione seriale dei valori convertiti. In particolare, il protocollo di trasmissione è di tipo SPI non configurabile in cui l'ADC si comporta sempre da *slave*. Tale protocollo prevede che dopo l'abbassamento del segnale di selezione dell'ADC, chiamato CS_{ADC} , vengano forniti 16 cicli di clock sul pin di controllo chiamato CLK_{ADC} , durante i quali è possibile leggere i valori dei bit della conversione dal pin SDO_{ADC} . Poichè tutti gli ADC devono lavorare perfettamente in sincrono tra di loro, i loro segnali di controllo CS_{ADC} e CLK_{ADC} sono condivisi. Invece, il numero dei segnali SDO_{ADC} , che portano l'informazione dei valori convertiti, è pari al numero degli ADC e vengono tutti letti in parallelo dall'FPGA posta sulla scheda di controllo e acquisizione digitale. La potenza dissipata da uno di questi ADC in condizioni di massima frequenza di campionamento (e, quindi, anche in condizioni di massima potenza dissipata) è di 4.6 mW. Poichè ogni ADC converte le uscite di 4 canali di acquisizione multiplate sul suo ingresso, la potenza dissipata per canale è di 1.15 mW. Tale valore è decisamente inferiore alla potenza dissipata da un canale degli ADC, che sono stati utilizzati nella precedente versione a componenti discreti dell'elettronica di lettura [16], sviluppata prima di questo lavoro di tesi. Per tale scheda, infatti, la potenza dissipata dagli ADC per canale è di 31 mW, più di un fattore 10 maggiore di quella ottenuta con la scheda descritta in questo paragrafo, e costituisce la maggiore fonte di dissipazione di potenza.

4.1.1 Il PCB

La scheda di acquisizione analogica è stata realizzata con una tecnologia caratterizzata da una larghezza minima delle piste di 90 μm , dovendo ospitare due copie non incapsulate dell'ASIC che presentano un'alta densità di pad sulla periferia del *chip*. Infatti, l'utilizzo di piste, con larghezza di 100 μm e distanza minima tra esse di 100 μm , ha permesso di effettuare correttamente il *wire-bonding* dei pad del *chip* con le piste ad esso affacciate, senza violare le regole di *wire-bonding* che prevedono un massimo valore per l'angolazione consentita del filo rispetto al lato del *chip* e un limite anche per la massima lunghezza del filo. Inoltre, sempre per rispettare le suddette regole, le piste sulla scheda, su cui effettuare il *wire-bonding*, sono state disposte su due file per ogni lato

del *chip*, come mostrato in figura 4.3, dove si può osservare anche il risultato della operazione di *wire-bonding* tra pad del *chip* e piste sulla scheda.

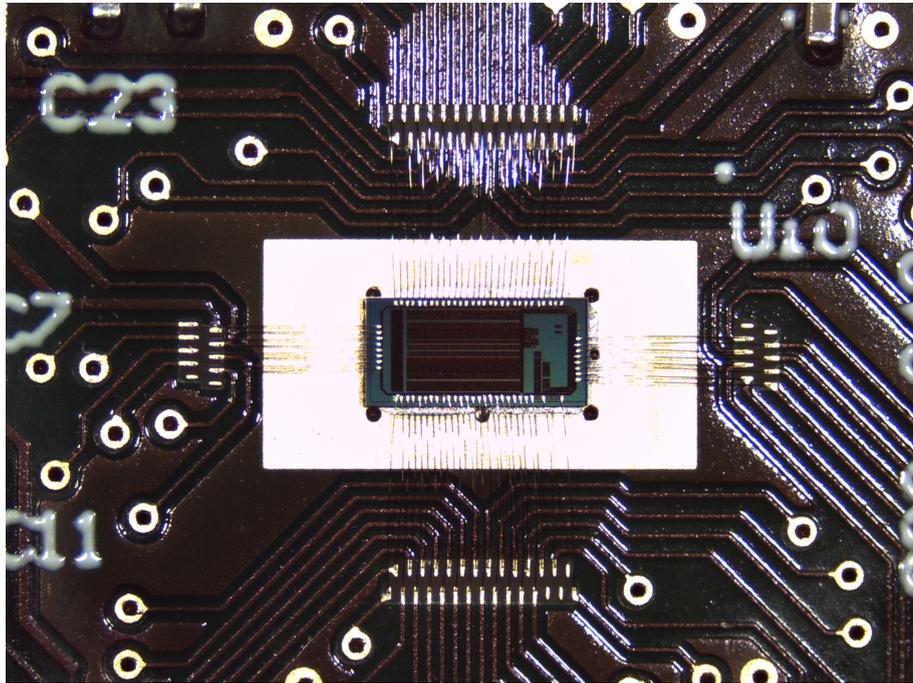


Figura 4.3: Foto al microscopio ottico di uno dei *chip* non incapsulati montati sulla scheda e connessi ad essa tramite *wire-bonding*.

Nelle figure 4.4a e 4.4b sono mostrate le foto della scheda realizzata di dimensioni $5 \times 5 \text{ cm}^2$, rispettivamente nelle viste dall'alto e dal basso. La dimensione planare della scheda è stata scelta in modo da essere inferiore a quella dei tubi fotomoltiplicatori utilizzati. Nella vista dall'alto della scheda (figura 4.4a) si possono osservare tutti i componenti della scheda descritti in precedenza, insieme ai due connettori per la comunicazione con una delle due schede di controllo digitali basate su FPGA. Le alimentazioni della scheda sono due: una analogica a 3.3 V (pari a V_{DDA} , avendo

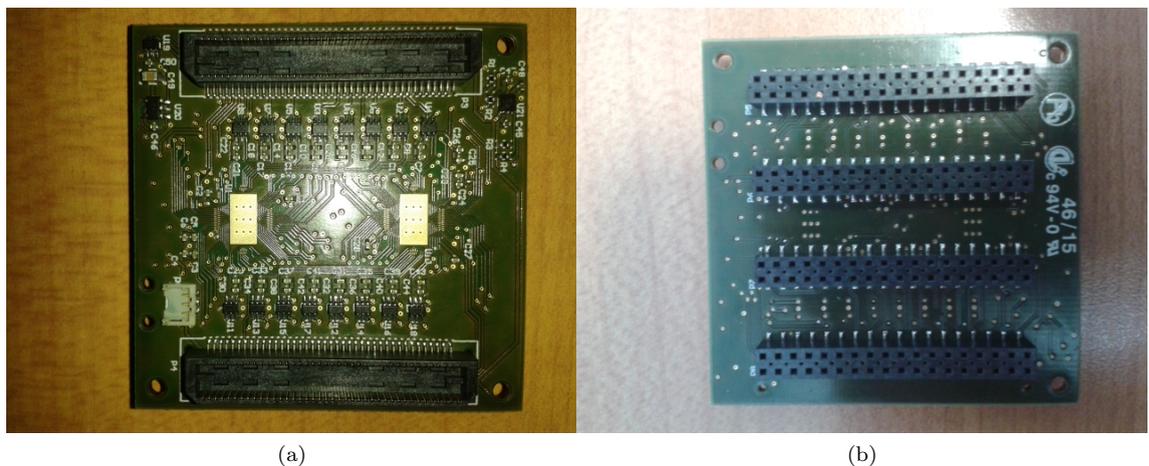


Figura 4.4: Viste dall'alto (a) e dal basso (b) della scheda di acquisizione analogica, su cui sono stati montati tutti i componenti.

posto a massa V_{SSA}) ed una digitale a 3.3 V (V_{DD}). Queste devono provenire dall'esterno ed essere ben regolate. Quella digitale, utilizzata per generare a sua volta le alimentazioni digitali dei *chip* a 1.8 V, è la stessa utilizzata per alimentare la scheda di controllo digitale e proviene, quindi, da essa passando attraverso i due connettori suddetti. La tensione di alimentazione analogica, che è quella dalla quale verrà erogata la maggior parte della potenza dissipata dalla scheda, non viene generata dalla scheda di controllo digitale al fine di ridurre i rumori dovuti alle transizioni logiche dei circuiti digitali. Comunque l'alimentazione analogica può essere portata sulla scheda sempre tramite la scheda di controllo, sfruttando i medesimi connettori, se si volesse evitare di impiegare ulteriori cablaggi per l'alimentazione. Alternativamente è possibile portare la tensione di alimentazione analogica alla scheda con gli ASIC attraverso il connettore bianco mostrato in figura 4.4a. I due fori nelle sue vicinanze sono stati predisposti per assicurare meccanicamente i cavi di alimentazione analogica, in modo da evitare di scollegare il connettore in seguito ad un tiraggio dei cavi. In figura 4.4b si notano i quattro connettori per il collegamento della scheda con il tubo fotomoltiplicatore multi-anodo. I modelli supportati di MAPMT sono tre:

- H8500,
- H10966,
- H12700.

Tutti e tre i modelli sono basati su una matrice di 8x8 anodi e hanno dei pin di uscita tra loro compatibili. Come riportato in tabella 1.5, i tre modelli si differenziano per l'intervallo dei guadagni disponibili, per il tipo di fotocatodo utilizzato e per l'efficienza di primo dinodo. Gli strati di metallizzazione della scheda sono 4, di cui due sono dedicati ai piani di massa e di alimentazione analogica, mentre gli altri due, quelli esterni (sul *top* e il *bottom* della scheda), sono impiegati per le connessioni tra i componenti.

Nel tracciare le piste sulla scheda, si è cercato di minimizzare i percorsi tra gli ingressi dei canali dei *chip* e le uscite anodiche del tubo fotomoltiplicatore, circondando tali piste con delle metallizzazioni di massa, al fine di ridurre l'impatto dei disturbi esterni sui segnali acquisiti. La scheda complessivamente dissipa una potenza di 0.9 W, la maggior parte della quale dispersa dai due ASIC (0.7 W). Ripartendo la potenza dissipata sul numero di canali dell'elettronica (64 canali), si ha una potenza dissipata per canale pari a 14 mW, valore inferiore a quello relativo alla precedente versione a componenti discreti dell'elettronica di lettura [16], che va da 39 mW a 47 mW per canale dell'elettronica a seconda del valore scelto per la tensione di alimentazione. Nonostante la potenza dissipata complessivamente sulla scheda descritta in questo paragrafo sia molto inferiore (0.9 W) a quella consumata dalla precedente versione a componenti discreti dell'elettronica di lettura (dai 10 W ai 12 W a seconda dei valori impostati per le tensioni di alimentazione), essa è confinata in uno spazio più ristretto (una sola scheda da 5x5 cm² invece di 16 schede da 5x9 cm² ciascuna). Inoltre la scheda sarà montata in una meccanica chiusa e, quindi, tenuta in un ambiente non areato durante

il suo utilizzo, in quanto la gamma camera dovrà essere adeguatamente schermata, lateralmente e sul retro, dalle radiazioni ambientali e da quelle diffuse della sorgente, in modo da non inficiarne il contrasto e l'efficienza. Di conseguenza è stato necessario cercare il più possibile di favorire la dispersione del calore prodotto per effetto Joule sulla scheda. Le azioni intraprese per soddisfare tale requisito sono state:

- allargare il più possibile l'estensione delle piazzole per i *chip*, conduttive termicamente e connesse a massa elettricamente, in modo da favorire la dispersione laterale del calore;
- disporre 9 via per ogni piazzola in modo da favorire la dispersione verticale del calore verso la faccia opposta della scheda;
- ricoprire ogni strato della scheda con delle metallizzazioni connesse elettricamente (e termicamente) a massa in modo da ridurre la resistenza termica per la dispersione laterale del calore;
- scegliere una tecnologia con spessori elevati di metallizzazione per ogni strato della scheda, al fine di ridurre la resistenza termica nella direzione laterale;
- scegliere una resina protettiva per i *chip* con un'alta conducibilità termica in modo da favorire la dispersione verticale del calore verso l'esterno.

Infine, la meccanica della schermatura in piombo dovrà essere ben studiata al fine di favorire la dispersione del calore nell'ambiente.

4.2 Scheda di controllo e di acquisizione digitale

La scheda di acquisizione analogica descritta al paragrafo precedente necessita di diversi segnali digitali di controllo per gestire tutte le fasi dell'acquisizione dei segnali di carica provenienti dagli anodi del tubo fotomoltiplicatore (come descritto ai paragrafi 2.2 e 2.3). Inoltre, è necessario effettuare un'elaborazione dei dati uscenti dagli ADC, al fine di creare un pacchetto di informazioni con tutti i 64 segnali di carica acquisiti in un periodo di acquisizione, adatto ad essere inoltrato ad un computer attraverso un protocollo USB e nel quale si identifichi chiaramente l'inizio del pacchetto, pacchetto che può essere anche scartato in determinate condizioni (per approfondire questi argomenti si rimanda al paragrafo 4.3). I 64 valori di carica, digitalizzati e contenuti in un pacchetto, sono relativi ad un possibile evento di scintillazione avvenuto durante il periodo di acquisizione precedente a quello in cui tale pacchetto viene acquisito dalla scheda di controllo.

La scheda di acquisizione digitale deve essere in grado di acquisire nel minimo periodo di acquisizione richiesto ($6.7 \mu\text{s}$) i 64 valori digitali uscenti dai 16 ADC. Poichè gli ADC trasmettono serialmente 16 bit per ogni conversione, anche se solamente 10 bit di questi contengono l'informazione sul valore convertito, il numero di byte trasmessi dagli ADC alla scheda di controllo per

ogni pacchetto è pari a 128 Byte. Considerando come massima frequenza di acquisizione 150 kHz, si ottiene una velocità di trasmissione di 154 Mbit/s. Date l'alta quantità di dati ricevuti nell'unità di tempo, la necessità di ordinare i valori convertiti per creare i pacchetti a partire dalle trasmissioni seriali, le successive elaborazioni per il filtraggio dei pacchetti ricevuti e la seguente trasmissione verso un calcolatore, si è scelto di non far uso di un microcontrollore, che è tipicamente limitato ad una esecuzione sequenziale delle operazioni, ma di impiegare una FPGA. Questa, infatti, permette di sintetizzare al suo interno, grazie ad una fitta rete di interruttori programmabili, complessi circuiti digitali in grado di elaborare in parallelo i dati acquisiti, garantendo così un maggior controllo sui tempi di elaborazione e, tipicamente, una più veloce esecuzione. L'incremento della velocità di elaborazione è favorito dalla possibilità di scegliere i circuiti logici più idonei a compiere le operazioni richieste.



Figura 4.5: Scheda commerciale XEM3010 dell'Opal Kelly, utilizzata come scheda di controllo e acquisizione digitale dei dati uscenti dalla scheda di acquisizione analogica descritta al paragrafo 4.1.

Come già accennato al paragrafo precedente, la scheda di acquisizione analogica può essere collegata alla scheda commerciale Opal Kelly XEM3010, basata su un'FPGA Spartan 3 e mostrata in figura 4.5. Lo svantaggio di questa scheda risiede nelle sue dimensioni planari ($75 \times 50 \text{ mm}^2$), che sono maggiori di quelle della scheda di acquisizione analogica e del tubo fotomoltiplicatore utilizzato, e che peggiorano l'integrazione dell'elettronica di lettura. Ciò rappresenta un problema sia per le applicazioni riguardanti le sonde scintigrafiche, in cui un maggior volume della gamma camera si traduce in un suo maggior peso causato dal conseguente aumento di volume della schermatura in piombo, ma soprattutto per le applicazioni riguardanti anelli di rivelatori per ricostruzioni tomografiche, nelle quali è necessario disporre molte unità della gamma camera in esame su più anelli affiancati, cosa che non sarebbe possibile con una scheda di controllo delle dimensioni della Opal Kelly XEM3010. Per questi motivi, durante il lavoro di tesi si è sviluppata una scheda di controllo basata su una FPGA con le stesse dimensioni planari della scheda di acquisizione analogica.

Nelle figure 4.6a e 4.6b sono mostrate rispettivamente le viste dall'alto e dal basso del disegno

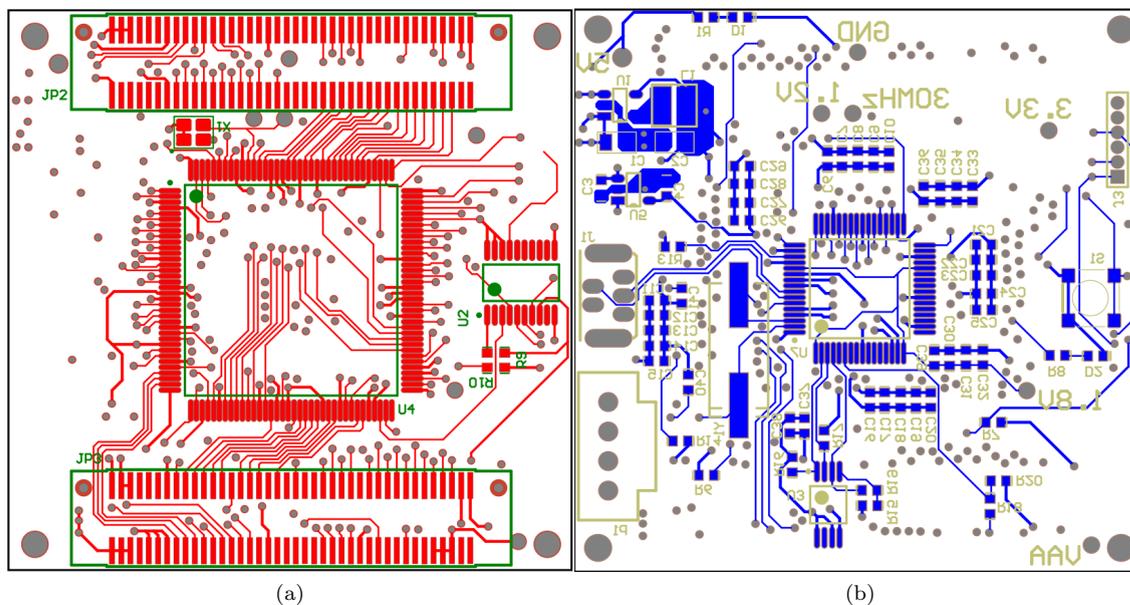


Figura 4.6: Viste dall'alto (a) e dal basso (b) del disegno della scheda di controllo sviluppata.

della scheda di controllo e acquisizione digitale alternativa alla XEM3010. Tra i *footprint*¹ dei componenti predisposti sul lato superiore della scheda (figura 4.6a), si nota maggiormente quello relativo al principale componente della scheda: l'FPGA (il *footprint* con *designator*² U4). Il modello dell'FPGA scelta è XC6SLX9-2TQG144C della famiglia Spartan 6 della Xilinx che, a differenza del modello XC3S1500-4FG320 della famiglia Spartan 3 utilizzato dalla scheda XEM3010, è dotato di un contenitore del tipo QFP (*Quad Flat Pack*), caratterizzato dai pin disposti sui quattro lati di esso, invece di un contenitore del tipo BGA (*Ball Grid Array*), in cui i pin sono disposti su una matrice di pin sottostante ad esso. In tal modo, il costo per il montaggio del componente sulla scheda è stato inferiore. Il componente, il cui *footprint* è caratterizzato dal *designator* U2, è una memoria non volatile per la programmazione dell'FPGA, operazione che viene effettuata dopo l'avvenuta alimentazione della scheda. La programmazione deve essere effettuata ad ogni accensione della scheda, poichè la memoria dell'FPGA dedicata al codice di programmazione è volatile. Nella scheda progettata, la programmazione dell'FPGA avviene con quest'ultima che scandisce, con il suo segnale di clock, le varie fasi di programmazione, operando in una modalità nella quale l'FPGA si comporta da *master*. Il *footprint* J3 in figura 4.6b è dedicato ad un connettore per la trasmissione del codice di programmazione alla memoria non volatile. Sul retro della scheda di controllo (figura 4.6b) è predisposto il *footprint* per un componente in grado di convertire una comunicazione FIFO (basata su registri FIFO - *First In First Out*) sincrona attraverso un *bus* ad 8 canali, protocollo

¹In un circuito stampato, il *footprint* di un componente rappresenta l'insieme delle piazzole metalliche predisposte per la saldatura dei pin del componente sulla scheda.

²Il *designator* di un componente, su di un progetto elettronico, rappresenta un nome di riferimento per il componente al fine di identificarlo senza ambiguità all'interno del progetto.

utilizzato dall'FPGA per trasmettere (e ricevere) dati al (e dal) computer, in una comunicazione USB, protocollo impiegato dal computer, nel caso in esame, per ricevere (e trasmettere) dati da (e a) l'FPGA. In particolare si deve garantire una velocità di trasmissione dati verso il computer di almeno $3 \cdot 10^4$ pacchetti al secondo (stabilita dalla specifica al paragrafo 1.9), corrispondenti a 31 Mbit/s, valore al di sotto di quelli limite per i due protocolli appena menzionati. Anche il componente appena descritto necessita di una memoria non volatile per la sua configurazione, il cui *footprint* è identificabile grazie al *designator* U3 in figura 4.6b. Sempre sulla vista dal basso della scheda di controllo (figura 4.6b) è possibile notare anche i *footprint* dei connettori che verranno utilizzati, durante il normale funzionamento della scheda, per alimentare sia la scheda di controllo che quella di acquisizione analogica (connettore con *designator* P1), e per trasmettere e ricevere dati dal computer (connettore con *designator* J1). In particolare, quest'ultimo è relativo ad un comune connettore mini USB.

4.3 Firmware FPGA

La scrittura del codice di programmazione dell'FPGA si è effettuata facendo uso del linguaggio VHDL, il quale permette di sintetizzare dei circuiti digitali mediante due paradigmi: quello comportamentale e quello architetturale. Il primo consente di sintetizzare un circuito logico definendo il comportamento, ovvero descrivendone il modo in cui variano i segnali di uscita ed i segnali interni al circuito in funzione dei segnali di ingresso e dei segnali interni. Il secondo paradigma, quello architetturale, dà la possibilità di collegare tra loro dei circuiti digitali precedentemente definiti, in modo da poter avere un maggior controllo sulle risorse utilizzate per l'implementazione di tutta la logica circuitale, e di poter seguire un approccio modulare che è tipico della progettazione elettronica. Tipicamente la progettazione VHDL prevede lo sviluppo dei diversi blocchi del circuito complessivo, chiamati entità (in inglese *entity*), ciascuno dei quali può essere implementato anche con entrambi i paradigmi descritti.

In figura 4.7 è mostrato lo schema a blocchi del *firmware* scritto in VHDL. Per ogni blocco dello schema è stata sviluppata la sua corrispondente entità, ad eccezione dell'ultimo blocco per il controllo del convertitore della comunicazione FIFO in una comunicazione USB. Questo non è stato sviluppato poichè la scheda commerciale XEM3010, inizialmente impiegata, fa uso di alcuni moduli già implementati dai produttori per eseguire questo compito. In futuro, esso dovrà essere implementato per completare il *firmware* per la scheda di controllo descritta al paragrafo precedente. Tutti i rimanenti blocchi in figura 4.7 possono essere sintetizzati su entrambe le FPGA presenti sulle due schede utilizzabili come schede di controllo (ovvero la XEM3010 e quella descritta al paragrafo 4.2). Per avere, nelle due schede, i segnali di controllo provenienti dalle FPGA (come i segnali: RST_{CSA} , $SAMPLE_{SH}$ e $SAMPLE_{VGA}$) nella stessa posizione sui connettori per il collegamento della scheda di controllo con quella di acquisizione analogica, basterà modificare il

file di indirizzamento dei segnali interni dell’FPGA ai suoi pin (il *file* con estensione “.ucf”).

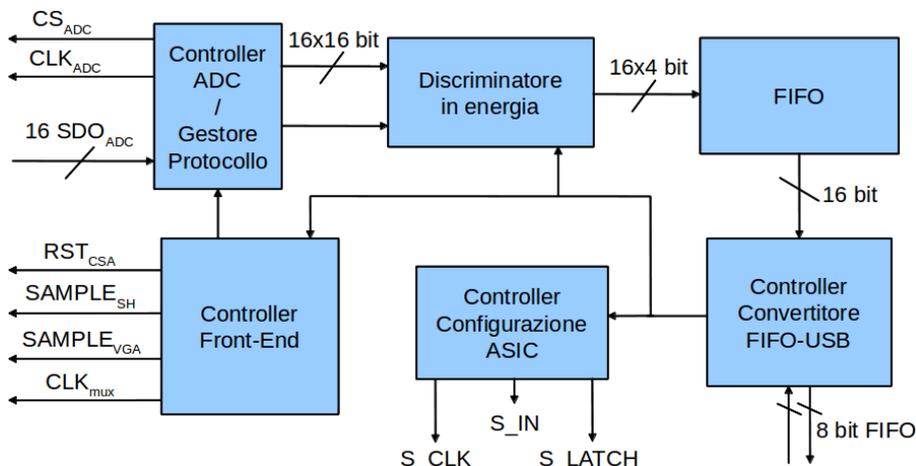


Figura 4.7: Schema a blocchi del firmware per le FPGA, sviluppato in VHDL.

Facendo riferimento alla figura 4.7, il blocco “*controller Front-End*” ha il compito di generare i segnali di controllo delle varie fasi di acquisizione che avvengono all’interno dell’ASIC. In particolare, questo blocco dovrà occuparsi di generare i segnali di *reset* degli integratori di carica (RST_{CSA}), di campionamento del *sample and hold* ($SAMPLE_{SH}$) e dell’amplificatore a guadagno variabile ($SAMPLE_{VGA}$), nonché il segnale per la selezione delle uscite dei canali di acquisizione sugli 8 pin di uscita di ogni ASIC (CLK_{mux}). Il blocco “*controller configurazione ASIC*”, invece, gestisce la trasmissione seriale per la configurazione dei due ASIC sulla scheda di acquisizione analogica, mediante il pilotaggio dei segnali S_{IN} , S_{CLK} e S_{LATCH} . Il blocco “*controller ADC/gestione protocollo*” controlla gli ADC ed assicura la corretta ricezione seriale dei valori convertiti. Tale blocco funzionale deve sincronizzarsi con la fase di mantenimento dell’amplificatore a guadagno variabile, come mostrato in figura 4.2, e, perciò, riceve un segnale di sincronismo dal blocco “*controller Front-End*”. Inoltre, il blocco “*controller ADC/gestione protocollo*”, dopo aver memorizzato in dei registri i 64 valori convertiti dagli ADC relativi ad un singolo periodo di acquisizione, deve formare con essi un pacchetto nel quale ne è distinguibile l’inizio senza ambiguità. Per far ciò è stato stabilito un semplice protocollo. Poichè i valori a 10 bit sono memorizzati in registri da 16 bit, i registri, contenenti i risultati delle prime 4 conversioni dei 64 valori convertiti, hanno il 15-esimo e il 16-esimo bit, che per gli altri registri sono entrambi fissati a zero, posti a dei valori diversi. Questi sono dei bit di protocollo che fanno sì che il *software* di acquisizione sia in grado di riconoscere l’inizio di ogni pacchetto e, quindi, di associare correttamente tra loro i valori acquisiti a gruppi di 64, ciascuno relativo ad un solo periodo di acquisizione. Una volta aggiunti i bit di protocollo, il pacchetto viene inoltrato al blocco successivo a gruppi di 16 valori, in modo da risparmiare risorse interne all’FPGA in termini di numero di celle logiche utilizzate. Il blocco successivo è il “*discriminatore in energia*”, che somma tutti i valori relativi ad un periodo di acquisizione, per stimare l’energia di un possibile evento di scintillazione rivelato. Il discriminatore effettua una comparazione della stima dell’energia con una soglia impostabile e inoltra il pacchetto

al blocco successivo nel caso in cui tale soglia venga superata. Ciò permette di ridurre notevolmente la quantità di dati trasmessi nell'unità di tempo al computer, diminuendo, così, il numero di pacchetti che il computer deve elaborare e memorizzare. Se la soglia viene impostata a zero, tutti i pacchetti vengono inoltrati, anche quelli relativi a periodi di acquisizione durante i quali nessun evento di scintillazione è avvenuto nel cristallo. I pacchetti vengono inoltrati al blocco dei registri FIFO riducendo ulteriormente la dimensione del *bus* di uscita (vengono trasmessi quattro valori convertiti alla volta), in modo da adattarla a quella massima consentita del *bus* in ingresso della FIFO. L'implementazione del blocco "FIFO" ha fatto uso dello strumento *Core Generator* per la generazione di componenti standard offerto dall'ambiente di sviluppo ISE *Design Suite* della Xilinx. La FIFO implementata ha un controllo indipendente per la lettura e per la scrittura, così da non dover preoccuparsi delle operazioni svolte dal blocco successivo (il *controller* del convertitore FIFO-USB). La dimensione del *bus* in uscita dalla FIFO è ridotta a 16 linee, trasmettendo, in questo modo, un valore convertito alla volta, poichè tale è la dimensione del *bus* in ingresso al blocco "controller convertitore FIFO-USB".

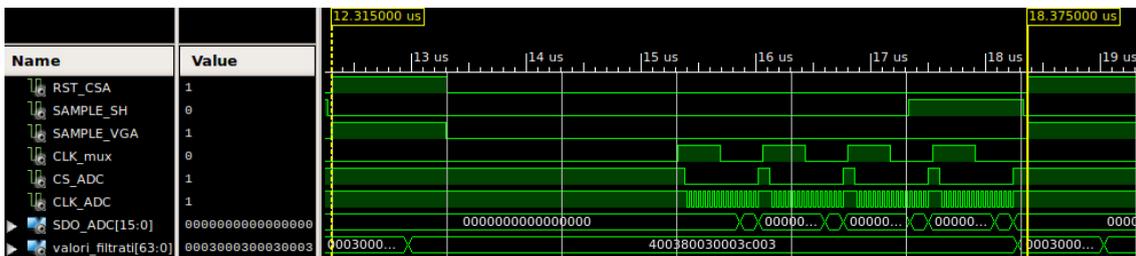


Figura 4.8: Simulazione dei diagrammi temporali dei segnali di ingresso e uscita dei tre blocchi di figura 4.7: "controller Front-End", "controller ADC" e "discriminatore in energia".

In figura 4.8 è mostrata la simulazione dei diagrammi temporali in ingresso e in uscita dai blocchi "controller Front-End", "controller ADC" e "discriminatore in energia", durante un periodo di acquisizione. In particolare, l'uscita del discriminatore in energia (il segnale chiamato "valori_filtrati[63:0]") mostra i valori del pacchetto inoltrato in esadecimale in cui si evidenziano i bit di protocollo (in valori esadecimali '4', '8', '0', 'C') e i valori convertiti (i valori esadecimali '003'). Si noti che il periodo di acquisizione è di circa $6 \mu\text{s}$, il quale è in accordo con la specifica descritta al paragrafo 1.9, e che è stato rispettato il tempo di assestamento di $2 \mu\text{s}$ delle uscite dei VGA nel *chip* prima di iniziare le conversioni in digitale.

Capitolo 5

Analisi delle Prestazioni di una Gamma Camera

In questo capitolo viene svolta un'analisi teorica per la costruzione di un modello di una gamma camera, al fine di predire le prestazioni di un rivelatore scintigrafico, in termini di linearità e risoluzione spaziale dell'immagine risultante, su tutto il suo campo di vista. Tale modello permette di valutare le prestazioni risultanti di una data gamma camera molto più velocemente di quanto si farebbe con una normale simulazione Monte Carlo, sebbene con una accuratezza inferiore. Il capitolo è composto da due paragrafi principali: il primo (paragrafo 5.1) tratta della modellizzazione della distribuzione di luce di scintillazione sulla superficie fotosensibile del rivelatore (il fotocatodo per le gamma camere basate su tubi fotomoltiplicatori); il secondo (paragrafo 5.2), a partire da tale modellizzazione, si propone di valutare la risoluzione spaziale ottenibile con vari metodi di stima della posizione di scintillazione. Mediante l'uso di questi due modelli, sono state fatte considerazioni progettuali per l'elettronica di lettura sviluppata in questo lavoro di tesi e descritta nei capitoli precedenti. Nel paragrafo 5.3 sono riportate alcune applicazioni dei modelli sviluppati, per stimare la posizione di interazione del raggio gamma in uno scintillatore monolitico (sottoparagrafo 5.3.4) e per individuare alcuni parametri progettuali di una gamma camera in funzione delle diverse combinazioni di cristalli scintillanti e tubi fotomoltiplicatori multi-anodo utilizzate (dal sottoparagrafo 5.3.1 al sottoparagrafo 5.3.3).

Il modello presentato dipende dai parametri fisici e geometrici dei materiali costituenti una gamma camera e, perciò, permette di studiare il comportamento delle prestazioni esaminate al variare della geometria e delle caratteristiche dei materiali utilizzati. Un ulteriore scopo di tale modellizzazione non è di determinare in assoluto il metodo di stima migliore (che dipende da caso a caso), bensì di fornire uno strumento che permetta di valutare, per ogni configurazione di gamma camera, quale sia il metodo più idoneo per la determinazione della posizione della radiazione incidente.

5.1 Modello della distribuzione dei fotoni di scintillazione sul fotocatodo

In questo paragrafo viene riportato il procedimento che ha permesso di ricavare l'espressione della densità superficiale di fotoni di scintillazione incidenti sulla superficie sensibile del fotorivelatore (come il fotocatodo di un tubo fotomoltiplicatore multi-anodo), in funzione dei parametri dei materiali in cui si propaga o interagisce la luce di scintillazione (scintillatore e accoppiatori ottici). Tale modello considera cristalli scintillanti monolitici anziché pixellati, dato il loro minore costo e la possibilità, che offrono, di stimare la profondità di interazione della scintillazione nel cristallo (utile per correggere gli errori di parallasse che si hanno normalmente nella tecnica PET, o che si hanno con collimatori a fori inclinati o a *pin-hole* nella tecnica SPECT). Viene poi riportata la validazione del modello, basata sul confronto delle distribuzioni radiali dei fotoni di scintillazione modellizzate con quelle ottenute per mezzo di accurate simulazioni Monte Carlo. I casi presi in esame hanno tenuto in considerazione diverse profondità di interazione del raggio gamma all'interno del cristallo scintillante e diverse configurazioni di scintillatori e accoppiatori ottici utilizzati. In letteratura sono presenti alcuni modelli della distribuzione della luce di scintillazione sulla superficie sensibile di un fotorivelatore [23, 24], che, però, non tengono conto degli effetti di riflessione e rifrazione della luce di scintillazione alle interfacce. Il modello proposto, invece, considera un numero arbitrario di accoppiatori ottici e modella sia la riflessione che la rifrazione alle interfacce tra i mezzi in cui si propaga la luce. Inoltre esso permette di conoscere il numero di fotoni incidenti sul rivelatore per una data energia di scintillazione e per una data configurazione dei materiali della gamma camera.

5.1.1 Derivazione teorica della distribuzione di luce

Al fine di studiare matematicamente la propagazione dei fotoni di scintillazione all'interno di un sistema di scintillatore e accoppiatori ottici fino alla superficie sensibile di un fotorivelatore, sono state fatte diverse assunzioni le quali vengono di seguito riportate.

- La scintillazione avviene in un dato punto nel cristallo ed è considerata isotropa.
- Tutte le pareti in cui la luce interagisce sono considerate perfettamente lisce in modo da avere solamente riflessioni e rifrazioni alla Snell-Cartesio.
- Si escludono fenomeni di interferenza della luce di scintillazione.
- Si considera una luce emessa dal cristallo monocromatica.
- Le pareti laterali del cristallo e degli accoppiatori ottici sono perfettamente assorbenti oppure sono poste molto lontane dal punto di scintillazione.

L'ultima assunzione è stata fatta per mantenere la simmetria circolare della propagazione della luce di scintillazione in modo da ottenere un semplice modello radiale della distribuzione dei fotoni di

scintillazione. Alla fine di questo paragrafo verrà spiegato come generalizzare questo modello permettendo di considerare pareti laterali non assorbenti e luci di scintillazioni non monocromatiche.

Secondo la legge di Lambert (formula (5.1)), l'intensità della luce prodotta da una sorgente puntiforme su una superficie è proporzionale al coseno dell'angolo di incidenza del raggio di luce rispetto alla normale alla superficie (θ), ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla sorgente (r).

$$I(\theta) = P_{st} \frac{\cos \theta}{r^2} e^{-\frac{r}{\lambda_1}} \quad (5.1)$$

Nella formula (5.1) il coefficiente P_{st} rappresenta la potenza irradiata per unità di angolo solido. Il fattore esponenziale è stato aggiunto al fine di considerare il fenomeno dell'autoassorbimento della luce di scintillazione nel cristallo (λ_1 è la lunghezza di autoassorbimento). Questa formula è stata riscritta nella formula (5.2) in funzione della distanza del punto di scintillazione dalla superficie inferiore (quella più vicina al fotorivelatore) del cristallo (h) e della distanza radiale sulla superficie di rivelazione (ρ). $I_c(\rho)$ rappresenta il profilo radiale dell'intensità della luce di scintillazione sulla superficie inferiore del cristallo.

$$I_c(\rho) = \frac{P_{st} \cdot e^{-\frac{\sqrt{\rho^2+h^2}}{\lambda_1}}}{h^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{h}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (5.2)$$

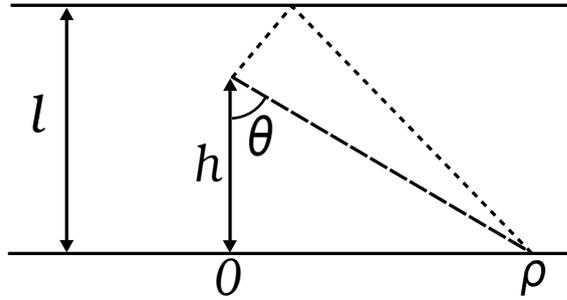


Figura 5.1: Contributi più significativi della luce di scintillazione (luce diretta e riflessa una volta) all'interno del cristallo i quali raggiungono la superficie inferiore dello scintillatore prima di essere trasmessi al mezzo successivo.

Introducendo l'interfaccia superiore del cristallo (si veda la figura 5.1), si considera un determinato spessore l dello scintillatore. Di conseguenza, la formula dell'intensità deve tenere conto di tutte le possibili riflessioni multiple della luce che contribuiscono in un punto alla distanza radiale ρ . In tal caso l'espressione diventa la seguente:

$$I_c(\rho) = P_{st} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mathcal{R}_{bottom} \mathcal{R}_{top})^n \cdot e^{-\frac{\sqrt{\rho^2+(2nl+h)^2}}{\lambda_1}}}{(2nl+h)^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{2nl+h}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{P_{st}}{\mathcal{R}_{bottom}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\mathcal{R}_{bottom} \mathcal{R}_{top})^n \cdot e^{-\frac{\sqrt{\rho^2+(2nl-h)^2}}{\lambda_1}}}{(2nl-h)^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{2nl-h}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (5.3)$$

Nella formula (5.3) ogni contributo delle sommatorie è simile alla formula (5.2) avendo sostituito $(2nl + h)$ o $(2nl - h)$ ad h , poichè la riflessione speculare alla Snell può essere modellizzata ponendo una sorgente virtuale più lontana dalla superficie inferiore del cristallo rispetto a quella reale ed eliminando la presenza dell'interfaccia superiore del cristallo. La distanza della sorgente virtuale è scelta in modo da assicurare l'uguaglianza dei cammini ottici percorsi dalla luce delle sorgenti reale e virtuale. La prima sommatoria della formula (5.3) si riferisce ai contributi in cui la luce riflette un numero pari di volte tra le superfici inferiore e superiore del cristallo (il contributo della luce diretta si ha con $n = 0$). Invece la seconda sommatoria è relativa alla luce riflessa un numero dispari di volte. \mathcal{R}_{bottom} e \mathcal{R}_{top} rappresentano rispettivamente la riflettanza sulla superficie inferiore e superiore del cristallo. l , come già detto, è lo spessore del cristallo e n è l'indice della sommatoria che distingue i diversi contributi della luce riflessa. L'intensità della luce espressa nella formula è relativa alla superficie inferiore del cristallo prima che la luce venga trasmessa al mezzo successivo. Si noti che nella formula (5.3) le riflettanze vengono considerate, in prima approssimazione, non dipendenti dall'angolo di incidenza della luce. Questa semplificazione verrà rimossa nel seguito, quando si troverà l'espressione dell'intensità luminosa sulla superficie di rivelazione.

La formula (5.3) può essere approssimata dal contributo della luce diretta e dai contributi della luce riflessa fino a N volte dalle pareti superiore e inferiore del cristallo. Normalmente una buona approssimazione è data dai primi termini delle due sommatorie (i contributi della luce diretta e della luce riflessa una volta dalla superficie superiore del cristallo). Perciò la formula (5.3) diventa:

$$I_c(\rho) \cong \frac{P_{st} \cdot e^{-\frac{\sqrt{\rho^2+h^2}}{\lambda_1}}}{h^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{h}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{P_{st} \cdot \mathcal{R}_{top} \cdot e^{-\frac{\sqrt{\rho^2+(2l-h)^2}}{\lambda_1}}}{(2l-h)^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{2l-h}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (5.4)$$

Il processo di scintillazione avviene in un breve periodo di tempo, quindi si possono esprimere tutte le intensità luminose (I) in termini di densità di numero di fotoni di scintillazione (\mathcal{N}), sostituendo N_{st} al posto di P_{st} . N_{st} è il numero medio di fotoni irradiati per unità di angolo solido durante il processo di scintillazione, e può essere espresso come:

$$N_{st} = \frac{E_g \cdot LY}{4\pi}, \quad (5.5)$$

dove E_g è l'energia del fotone gamma interagente con lo scintillatore attraverso l'effetto fotoelettrico, mentre LY è la resa luminosa del cristallo.

Propagazione della luce con un solo accoppiatore ottico

In ogni gamma camera è sempre presente almeno un accoppiatore ottico della luce di scintillazione tra il cristallo scintillante e il fotorivelatore. Lo stesso fotorivelatore viene prodotto con una finestra ottica per l'ingresso della luce, che è normalmente spessa più di 0.1 mm. Diventa perciò importante considerare gli effetti di interfaccia tra il cristallo scintillante e l'accoppiatore ottico. Il comportamento della luce all'interfaccia è descritto dalla legge di Snell-Cartesio, che descrive la

direzione di uscita della luce rifratta, e dalla legge di Fresnel, che esprime la riflettanza (e, di conseguenza, la trasmittanza) dell'interfaccia. Si riporta la legge di Fresnel nella formula (5.6), dove θ_i rappresenta l'angolo di incidenza della luce all'interfaccia, mentre θ_r è l'angolo di rifrazione.

$$\mathcal{R} = \frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{\sin(\theta_i - \theta_r)}{\sin(\theta_i + \theta_r)} \right]^2 + \left[\frac{\tan(\theta_i - \theta_r)}{\tan(\theta_i + \theta_r)} \right]^2 \right\} \quad (5.6)$$

La superficie di rivelazione (il fotocatodo per i tubi fotomoltiplicatori) è considerata totalmente assorbente e l'autoassorbimento della luce nell'accoppiatore ottico è stato preso in considerazione.

Come si può vedere dalla figura 5.2, l'effetto di rifrazione è equivalente alla propagazione della luce senza interfaccia con la sorgente posizionata diversamente da quella reale.

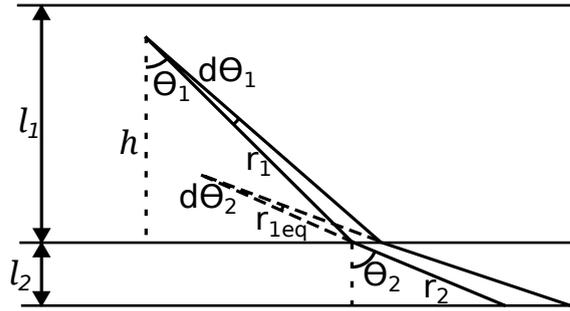


Figura 5.2: Schema per la modellizzazione della rifrazione.

L'energia irradiata dalla sorgente reale nel differenziale $d\Omega_1$ dell'angolo solido conico Ω_1 (con apertura $2\theta_1$), deve essere la stessa irradiata dalla sorgente virtuale nel corrispondente differenziale $d\Omega_2$ dell'angolo solido conico Ω_2 (con apertura $2\theta_2$), nel caso in cui si ignorino i fenomeni di riflessione all'interfaccia. Questa relazione è riportata nella formula (5.7), in cui dE è l'energia irradiata all'interno degli angoli solidi differenziali $d\Omega_1$ e $d\Omega_2$, E_1 è l'energia della sorgente reale, mentre E_2 è l'energia della sorgente virtuale.

$$\begin{cases} \frac{4\pi}{d\Omega_1} = \frac{E_1 \cdot e^{-\frac{r_1(\theta_1)}{\lambda_1}}}{dE} \\ \frac{4\pi}{d\Omega_2} = \frac{E_2}{dE} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_2(\theta_1)}{E_1} = \frac{d\Omega_1 \cdot e^{-\frac{r_1(\theta_1)}{\lambda_1}}}{d\Omega_2} = e^{-\frac{r_1(\theta_1)}{\lambda_1}} \cdot \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \cdot \frac{d\theta_1}{d\theta_2} \quad (5.7)$$

Poichè la stessa energia è distribuita in due differenti angoli solidi, si ha una variazione dell'energia della sorgente virtuale rispetto a quella della sorgente reale. Nella formula (5.7) si è considerato che la luce della sorgente virtuale non è affetta dall'autoassorbimento nel cristallo. Questa assunzione rende i calcoli più semplici e non cambia i risultati finali se la consideriamo nell'espressione finale della distribuzione di luce (formula (5.13)).

Dalla legge di Snell-Cartesio, è possibile calcolare la derivata di θ_2 rispetto a θ_1 , che è pari a:

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = \frac{n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_2}. \quad (5.8)$$

Sostituendo nella formula (5.7) la relazione di formula (5.8), si ottiene:

$$\frac{E_2(\theta_1)}{E_1} = e^{-\frac{r_1(\theta_1)}{\lambda_1}} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cdot \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}. \quad (5.9)$$

Per calcolare la distanza efficace percorsa dalla luce nel cristallo (r_{1eq}) come se il cristallo fosse dello stesso materiale dell'accoppiatore ottico, si deve considerare che la sorgente reale e quella virtuale devono produrre la stessa intensità luminosa nel generico punto dell'interfaccia secondo la legge di Lambert.

$$\frac{E_1 \cos \theta_1 e^{-\frac{r_1(\theta_1)}{\lambda_1}}}{4\pi r_1^2(\theta_1)} = \frac{E_2(\theta_1) \cos \theta_2}{4\pi r_{1eq}^2(\theta_1)} \quad (5.10)$$

Esplicitando nella formula (5.10) la distanza r_{1eq} , e sostituendo nell'espressione così ottenuta la formula (5.9), si ottiene:

$$r_{1eq}(\theta_1) = r_1(\theta_1) \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1}. \quad (5.11)$$

Dunque la distanza complessiva di un punto sulla superficie del fotocatodo dalla sorgente virtuale è espressa nella formula (5.12).

$$r_{eff}(\theta_1) = r_{1eq}(\theta_1) + r_2(\theta_1) = r_1(\theta_1) \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} + r_2(\theta_1) = h \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos^2 \theta_1} + \frac{l_2}{\cos \theta_2} \quad (5.12)$$

In tal modo è possibile calcolare la media della densità dei fotoni di scintillazione sulla superficie di rivelazione, dovuti alla luce diretta, in funzione degli angoli di incidenza e di rifrazione (si noti che, usando la relazione di Snell-Cartesio, è possibile esprimere tutta l'espressione in funzione di uno dei due angoli). La seguente formula riporta tale densità ed è dello stesso tipo della formula (5.1) ad eccezione di un fattore aggiuntivo che tiene conto della trasmittanza dell'interfaccia cristallo-accoppiatore ottico al variare degli angoli di incidenza e di rifrazione, e di due altri fattori che tengono conto della variazione dell'energia della sorgente virtuale e dell'autoassorbimento della luce nell'accoppiatore ottico.

$$\mathcal{N}_d(\theta_1) = \frac{LY}{4\pi} \cdot E_2(\theta_1) \cdot e^{-\frac{r_2(\theta_1)}{\lambda_2}} \cdot [1 - \mathcal{R}(\theta_1)] \frac{\cos \theta_2}{r_{eff}^2(\theta_1)} \quad (5.13)$$

Il primo fattore della formula (5.13) è un fattore di conversione per passare da energie a densità di fotoni di scintillazione mentre λ_2 è la lunghezza di autoassorbimento della luce nell'accoppiatore ottico. Al fine di ottenere le giuste densità di fotoni si deve porre l'energia della sorgente reale (E_1) uguale all'energia del fotone gamma interagente nel cristallo scintillante (E_g). Le posizioni radiali corrispondenti alle densità di fotoni di formula (5.13) sono calcolate utilizzando la seguente formula:

$$\rho(\theta_1) = h \tan \theta_1 + l_2 \tan \theta_2. \quad (5.14)$$

Propagazione della luce con uno o più accoppiatori ottici

Al fine di modellizzare più accoppiatori ottici nel caso generale di m materiali costituenti il sistema di propagazione della luce (il cristallo scintillante più $m-1$ accoppiatori ottici), bisogna

calcolare l'energia e la posizione della sorgente virtuale nell' m -esimo materiale. In generale l'energia della sorgente virtuale nell' m -esimo materiale, funzione dell'energia della sorgente virtuale nell' $(m-1)$ -esimo materiale, è calcolata con la seguente formula:

$$\begin{aligned} E_m(\theta_1) &= E_{m-1}(\theta_1) \cdot e^{-\frac{r_{m-1}(\theta_1)}{\lambda_{m-1}}} \cdot \left(\frac{n_m}{n_{m-1}}\right)^2 \cdot \frac{\cos \theta_m}{\cos \theta_{m-1}} = \\ &= E_1 \cdot e^{-\sum_{k=1}^{m-1} \frac{r_k(\theta_1)}{\lambda_k}} \cdot \left(\frac{n_m}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{\cos \theta_m}{\cos \theta_1}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

$r_m(\theta_1)$ è la distanza percorsa dalla luce nell' m -esimo materiale, λ_m è la lunghezza di autoassorbimento della luce nell' m -esimo materiale, mentre θ_m è l'angolo di rifrazione della luce nell' m -esimo materiale. L'ultima semplificazione si è ottenuta sostituendo ricorsivamente all'energia della sorgente virtuale quella relativa al mezzo contiguo a quello considerato. Allo stesso modo, si può scrivere l'espressione della distanza efficace totale di un punto della superficie di rivelazione dalla sorgente virtuale, in funzione della distanza efficace di un punto della più vicina interfaccia dalla sua sorgente virtuale.

$$\begin{aligned} r_{m-ef}(\theta_1) &= r_{(m-1)-eq} + r_m = \\ &= r_{(m-1)-eff} \frac{n_m}{n_{m-1}} \frac{\cos \theta_m}{\cos \theta_{m-1}} + \frac{l_m}{\cos \theta_m} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Questa equazione si può semplificare ricorsivamente tenendo conto che $r_{1-ef} = r_1$. Con le formule (5.15) e (5.16) si può scrivere l'espressione (5.17) della densità di fotoni di scintillazione sulla superficie di rivelazione nel caso generico di $m-1$ accoppiatori ottici interposti tra scintillatore e fotorivelatore.

$$\mathcal{N}_d(\theta_1) = \frac{LY}{4\pi} \cdot E_m(\theta_1) \cdot e^{-\frac{r_m(\theta_1)}{\lambda_m}} \cdot \frac{\cos \theta_m}{r_{m-ef}^2(\theta_1)} \cdot \prod_{i=2}^m [1 - \mathcal{R}_i(\theta_1)]. \quad (5.17)$$

Il parametro $\mathcal{R}_i(\theta_1)$ è la riflettanza dell'interfaccia quando la luce passa dal $(i-1)$ -esimo mezzo all' i -esimo mezzo. Le posizioni radiali corrispondenti sulla superficie di rivelazione sono espresse da:

$$\rho(\theta_1) = h \tan \theta_1 + \sum_{k=2}^m l_k \tan \theta_k. \quad (5.18)$$

Interpolando i punti corrispondenti di formula (5.17) e formula (5.18) (o i punti di formula (5.13) e formula (5.14) per il caso a singolo accoppiatore ottico), si ottiene un modello sufficientemente accurato della distribuzione di luce derivante da un determinato punto di scintillazione (detta *Point Spread Function* - PSF) sulla superficie di rivelazione.

Per tener conto del contributo della luce riflessa sulla superficie superiore del cristallo, rappresentato dal secondo termine di formula (5.4), è sufficiente ripetere le operazioni descritte dalla formula (5.15) alla formula (5.18) (o dalla formula (5.12) alla formula (5.14) per un singolo accoppiatore ottico) sostituendo ad h la quantità $(2l_1 - h)$ e sommando alla fine i risultati interpolati con quelli relativi alla luce diretta. La riflettanza della superficie superiore del cristallo, funzione

dell'angolo di incidenza della luce all'interfaccia, si può ricavare a partire dalla riflettanza voluta a incidenza normale, calcolando il corrispondente indice di rifrazione e applicandolo alla legge di Snell-Cartesio e alla formula (5.6). Alla fine è stato così trovato un modello numerico $\mathcal{N}_d(\rho)$ della distribuzione radiale di fotoni di scintillazione, dipendente dalla profondità di interazione del raggio gamma e dalla geometria e dai materiali del cristallo e degli accoppiatori ottici.

Il modello può essere usato per predire l'energia misurata media degli eventi di scintillazione, espressa in termini di numero di fotoni ottici rivelati (N_p). Tale numero si può calcolare, nel caso più semplice, per un fotorivelatore circolare centrato sulla posizione di scintillazione con la seguente formula:

$$N_p = 2\pi \int_0^{R_D} \mathcal{N}_d(\rho) \rho d\rho, \quad (5.19)$$

in cui R_D è il raggio del fotorivelatore circolare. N_p può essere calcolato per differenti geometrie del fotorivelatore e per diverse posizioni della posizione di scintillazione con operazioni più complesse.

L'assunzione che si è fatta, di avere una superficie di rivelazione della luce totalmente assorbente, non è irrealistica perchè il materiale sensibile è tipicamente molto sottile (nei bialcali) oppure è opaco (nei semiconduttori) e la distribuzione dei fotoni rivelati può essere considerata uguale alla distribuzione dei fotoni sulla superficie di rivelazione. Il numero di fotoni rivelati può essere trovato riducendo il numero di fotoni incidenti sulla superficie di rivelazione per l'efficienza quantica del fotorivelatore. Inoltre le riflessioni della luce sulla superficie di rivelazione possono essere modellizzate aggiungendo un accoppiatore ottico molto sottile alla fine del sistema ottico (cristallo scintillante più accoppiatori ottici) con l'appropriato indice di rifrazione. Come si è dichiarato in precedenza, il modello descritto è relativo ad una emissione di luce di scintillazione monocromatica, ma un modello più accurato può essere trovato se più distribuzioni monocromatiche, a diverse lunghezze d'onda, sono sovrapposte ognuna con il suo peso dato dallo spettro di emissione. Perciò, è possibile modellizzare anche un'emissione di luce non monocromatica. Il modello discusso finora considera tutte le pareti laterali del sistema ottico totalmente assorbenti. Le riflessioni speculari sulle pareti laterali possono essere modellizzate ponendo quattro sorgenti virtuali (od otto sorgenti virtuali, considerando le doppie riflessioni su due pareti laterali contigue) oltre le pareti in posizioni speculari alla posizione della sorgente reale rispetto alle pareti. La distribuzione dei fotoni di scintillazione è la sovrapposizione delle cinque (o nove) distribuzioni sulla superficie di rivelazione. Di conseguenza la distribuzione di luce risultante non è più caratterizzata da una simmetria circolare, ed il passaggio ad un sistema di coordinate cartesiane diventa necessario. Gli assorbimenti parziali della luce sulle pareti laterali possono essere presi in considerazione riducendo la densità di fotoni prodotta dalla generica sorgente virtuale di un fattore pari alla riflettanza della parete laterale (per semplificare il calcolo, si può considerare la riflettanza delle pareti laterali indipendente dall'angolo di incidenza della luce).

5.1.2 Validazione del modello della distribuzione di luce

Per validare il modello descritto nel precedente paragrafo, le distribuzioni medie dei fotoni di scintillazione trovate con il modello sono state confrontate con quelle ottenute con accurate simulazioni Monte Carlo. Le configurazioni dei sistemi ottici (numero, spessore e tipo di materiali in cui si propaga la luce di scintillazione) analizzate sono quelle tipiche per applicazioni PET e SPECT, e si sono ispirate a particolari configurazioni riportate in diversi articoli [25][26][27][28]. I sistemi ottici considerati sono i seguenti:

Sistema A Un cristallo di NaI:Tl spesso 6 mm accoppiato a 3 mm di vetro (energia dei raggi gamma pari a 140.5 keV).

Sistema B Un cristallo di LYSO spesso 2 mm accoppiato a 1.5 mm di vetro (energia dei raggi gamma pari a 140.5 keV).

Sistema C Un cristallo di LYSO spesso 2 mm accoppiato a 1.5 mm di vetro attraverso 10 μm di grasso ottico (energia dei raggi gamma pari a 140.5 keV).

Sistema D Un cristallo di LYSO spesso 12 mm accoppiato a 1.5 mm di vetro attraverso 10 μm di grasso ottico (energia dei raggi gamma pari a 511 keV).

Sistema E Un cristallo di CsI:Tl spesso 4 mm accoppiato a 1.5 mm di vetro attraverso 10 μm di grasso ottico (energia dei raggi gamma pari a 140.5 keV).

Ogni sistema considerato è caratterizzato da uno spessore di vetro di almeno 1.5 mm per tenere in considerazione la finestra ottica dei tubi fotomoltiplicatori.

Tabella 5.1: Parametri delle simulazioni Monte Carlo per ogni sistema ottico analizzato. I valori della tabella sono relativi alla lunghezza d'onda del picco dello spettro d'emissione degli scintillatori per la simulazione che considera una emissione dispersa della luce (Sistema A).

		Sistema Ottico				
		A	B	C	D	E
Fotoni Gamma	Energia [keV]	140.5	140.5	140.5	511	140.5
	Tipo	NaI	LYSO	LYSO	LYSO	CsI
Scintillatore	Emissione Monocromatica(M) o Dispersa(D)	D	M	M	M	M
	Resa Luminosa [fotoni/keV]	41	32	32	32	54
	Riflettanza normale sul top [%]	100	95	100	95	95
	Spessore [mm]	6	2	2	12	4
	Indice di rifrazione	1.85	1.81	1.81	1.81	1.79
	Lunghezza di autoassorbimento [mm]	1000	400	400	400	∞
Grasso Ottico	Spessore [mm]	-	-	0.01	0.01	0.01
	Indice di rifrazione	-	-	1.47	1.47	1.47
	Lunghezza di autoassorbimento [mm]	-	-	20	20	∞
Vetro	Spessore [mm]	3	1.5	1.5	1.5	1.5
	Indice di rifrazione	1.5	1.55	1.5	1.5	1.5
	Lunghezza di autoassorbimento [mm]	∞	∞	420	420	∞

I parametri usati dal modello, come la ressa luminosa dello scintillatore, gli indici di rifrazione e le lunghezze di autoassorbimento, sono gli stessi usati dalle simulazioni che sono mostrati in tabella 5.1, ad eccezione dell'emissione del cristallo che è stata sempre considerata monocromatica nel modello. I parametri del grasso ottico sono quelli relativi al prodotto Bicron BC-630 (Saint Gobain, Newbury, Ohio). Le profondità di interazione dei raggi gamma sono state fissate sia nel modello che nelle simulazioni. Nelle simulazioni l'effetto Compton è stato disabilitato al fine di avere solamente delle scintillazioni generate in un unico punto del cristallo. Le simulazioni Monte Carlo considerano tutti i processi ottici all'interno dei mezzi in cui si propaga la luce, ad eccezione della dispersione cromatica della luce emessa durante il processo di scintillazione (nei sistemi B, C, D e E). In tutte le simulazioni le superfici dei materiali sono state poste perfettamente lisce e le superfici laterali sono state poste perfettamente assorbenti.

Per permettere la comparazione tra le distribuzioni di fotoni di scintillazione simulate e modellizzate, le fluttuazioni statistiche delle simulazioni Monte Carlo sono state ridotte mediando i risultati di $5 \cdot 10^4$ eventi di scintillazione. La figura 5.3 mostra la comparazione tra le densità di fotoni di scintillazione simulate (i cerchi) e modellizzate (le curve) sulla superficie di rivelazione per il Sistema A. Si nota come i risultati siano in buon accordo per le diverse profondità di interazione (DOI - *Depth of Interaction*) considerate dei raggi gamma. Si vuole sottolineare che la sovrapposizione delle curve simulate e modellizzate si è ottenuta senza alcuna post-elaborazione dei risultati ottenuti dal modello. Ciò dimostra che il modello è in grado di produrre risultati corretti non solo qualitativamente (forma della distribuzione), ma anche quantitativamente (numero di fotoni incidenti per unità di area).

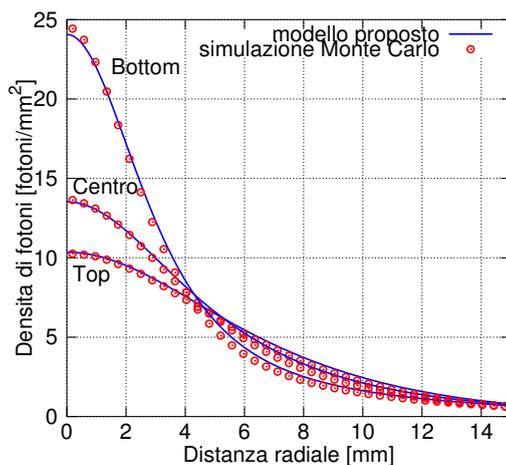


Figura 5.3: Comparazione tra le densità modellizzate e simulate dei fotoni di scintillazione incidenti sulla superficie di rivelazione del Sistema A. Le profondità di interazione (DOI) analizzate sono tre: 1 mm dalla superficie del cristallo da cui arriva la radiazione gamma (top), centro cristallo (DOI = 3 mm) e 1 mm dalla superficie inferiore del cristallo (bottom).

Risultati simili sono mostrati nelle figure 5.4a, 5.4b, 5.4c e 5.4d, relative rispettivamente ai sistemi B, C, D e E.

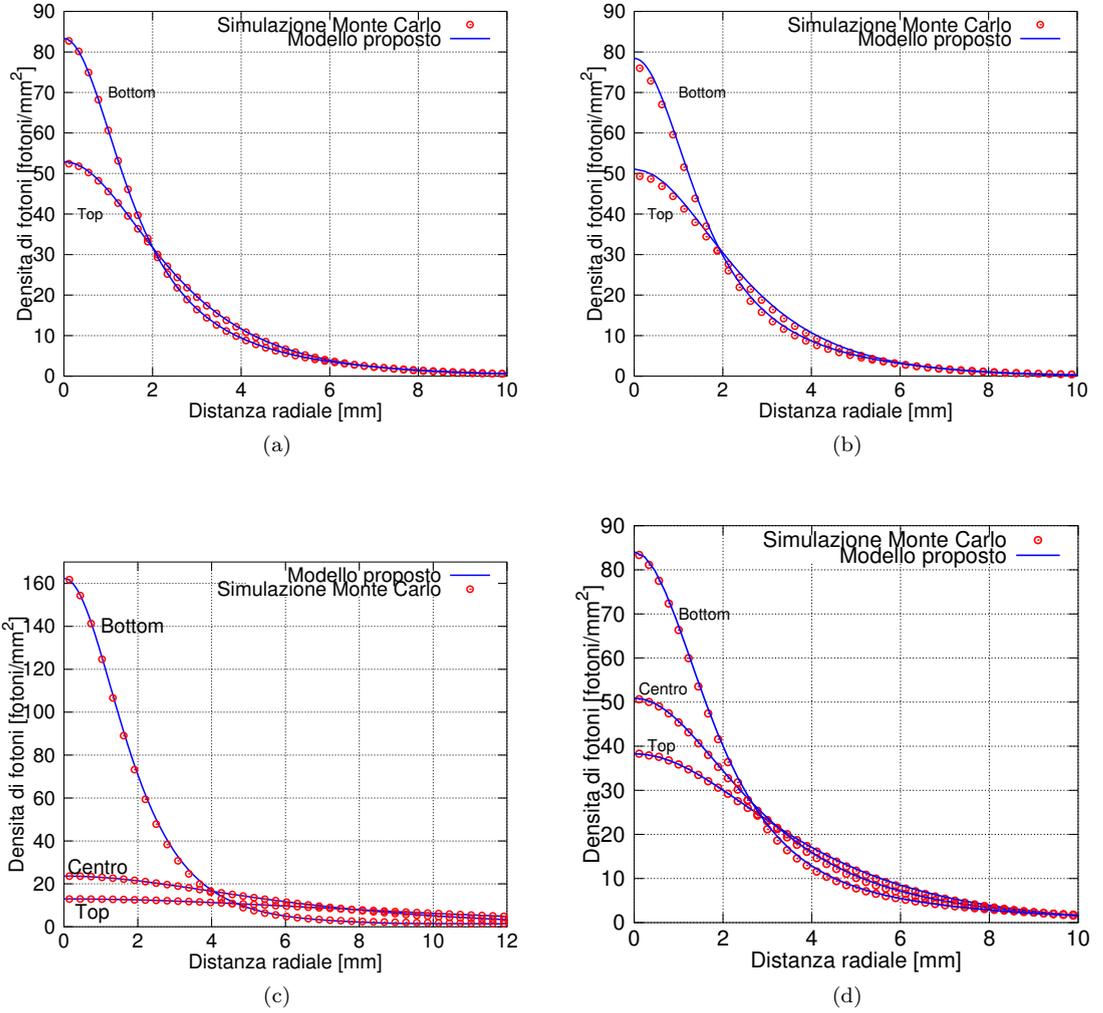


Figura 5.4: Comparazione tra le densità modellizzate e simulate di fotoni di scintillazione incidenti sulla superficie di rivelazione dei Sistemi Ottici B (a), C (b), D (c) e E (d). Le profondità di interazione (DOI) analizzate sono: 0.5 mm e 1.5 mm (a/b); 1 mm, 6 mm e 11 mm (c); 1 mm, 2 mm e 3 mm (d).

Nella tabella 5.2 sono mostrate le differenze tra il numero totale di fotoni collezionati, calcolati con il modello e con la simulazione, per ogni sistema considerato. Il numero di fotoni sono calcolati dal modello secondo la formula (5.19), considerando i contributi della luce diretta e riflessa nel cristallo fino all' N -esima riflessione, per tre casi diversi ($N=1,2,10$). Il raggio del fotorivelatore (R_D) è stato posto a 45 mm. Le incertezze del modello sono inferiori al 3 % per $N=1$, mentre sono inferiori a 1.2 % per $N=2$. Per $N \geq 10$ il numero di fotoni del modello non cambia e le incertezze sono inferiori al 5 %. Dalla tabella e dalla figura 5.3 si nota che il modello monocromatico è in buon accordo anche con la simulazione caratterizzata da una emissione del cristallo non monocromatica.

Le simulazioni Monte Carlo sono state effettuate utilizzando il *toolkit* GEANT4 (versione 10.1 con la libreria PENELOPE [29]), per tenere conto di tutti i processi di trasporto ottici ed elettronici. Le simulazioni, per ogni caso analizzato, sono durate mediamente 23 ore, considerando $5 \cdot 10^4$ eventi di scintillazione. Invece il tempo medio per generare una delle distribuzioni radiali di fotoni di

scintillazione con il modello è di 20 ms. Anche simulando solamente $5 \cdot 10^3$ eventi di scintillazione, il tempo di calcolo del modello è più di 5 ordini di grandezza inferiore a quello della simulazione. Sia le distribuzioni del modello che quelle ottenute con le simulazioni sono state calcolate con un computer basato su un processore Intel Core-2 6600 con 2.40 GHz di velocità di clock e 2 GB di RAM.

Tabella 5.2: Numero medio di fotoni di scintillazione collezionati da un rivelatore circolare di raggio 45 mm e centrato rispetto alla posizione x - y di scintillazione. I fotoni collezionati delle simulazioni sono confrontati con quelli del modello per differenti numeri di riflessioni all'interno dei cristalli ($N=1,2,10$).

Sistema Ottico	(l_1 -DOI) h [mm]	Fotoni Simulazione	Fotoni Modello N=1	Fotoni Modello N=2	Fotoni Modello N=10	Incertezza N=1	Incertezza N=2	Incertezza N=10
A	1	2333±10	2291.1	2347.5	2394.8	1.86%	0.77%	2.68%
A	3	2336±11	2303.2	2358.4	2409.0	1.45%	1.08%	3.17%
A	5	2337±11	2308.2	2361.6	2415.1	1.31%	1.14%	3.37%
B	0.5	2106±9	2054.7	2097.2	2157.8	2.46%	0.60%	2.52%
B	1.5	2106±9	2061.9	2104.7	2165.3	2.16%	0.46%	2.84%
C	0.5	1809±8	1775.0	1819.0	1887.1	1.94%	0.70%	4.32%
C	1.5	1812±8	1780.5	1824.6	1892.8	1.77%	0.85%	4.51%
D	1	6150±28	6033.1	6170.5	6195.4	1.95%	0.56%	0.86%
D	6	6142±28	6066.0	6167.8	6200.8	1.32%	0.61%	1.05%
D	11	6126±28	6063.4	6123.0	6170.7	1.11%	0.45%	0.87%
E	1	3150±14	3064.2	3137.2	3234.8	2.76%	0.60%	2.73%
E	2	3151±14	3070.3	3142.5	3240.0	2.60%	0.52%	2.86%
E	3	3154±14	3074.2	3146.3	3243.0	2.56%	0.50%	2.87%

5.2 Modello della linearità e della risoluzione spaziale

In questo paragrafo viene riportata l'analisi teorica, basata sulla teoria della stima, che consente di valutare la risoluzione spaziale e la linearità spaziale di una gamma camera su tutto il suo campo di vista (FoV - *Field of View*) a partire dalle distribuzioni dei fotoni di scintillazione sulla superficie sensibile del fotorivelatore. Tali distribuzioni sono state calcolate mediante il modello descritto nel paragrafo precedente e pubblicato su rivista [30], in virtù dei suoi bassi tempi di calcolo. Successivamente alla trattazione teorica, presentata al sottoparagrafo 5.2.1, per la valutazione delle prestazioni di una gamma camera, vengono descritti i metodi maggiormente utilizzati per la stima della posizione di interazione di ogni singolo evento di scintillazione. I metodi analizzati sono quattro: il metodo del baricentro (COG - *Center of Gravity*), il metodo del baricentro dei quadrati (SCOG - *Squared Center of Gravity*), i metodi di fit (MSE - *Mean Squared Error*) e il metodo della massima verosimiglianza (MLE - *Maximum Likelihood Estimation*). La trattazione teorica del sottoparagrafo 5.2.1 mostrerà come applicare i risultati dell'analisi di ognuno di questi metodi, presentata ai sottoparagrafi 5.2.2, 5.2.3, 5.2.4 e 5.2.5, al calcolo delle prestazioni di una gamma camera. Infine, nel sottoparagrafo 5.2.6 vengono confrontate le risoluzioni spaziali e le linearità spaziali, ottenute mediante delle simulazioni Monte Carlo, con quelle calcolate con il

modello teorizzato, che viene in tal modo validato. Il modello proposto permetterà di investigare le prestazioni di un numero elevato di configurazioni di gamma camera, consentendo di ridurre il numero di configurazioni di interesse a poche unità da simulare più accuratamente con delle simulazioni Monte Carlo standard. Tale modello darà anche delle informazioni sulla scelta del più appropriato metodo di stima della posizione di scintillazione da impiegare. Infatti, sebbene il metodo della massima verosimiglianza sia quello che permette di raggiungere il limite inferiore della risoluzione spaziale, per qualche configurazione di gamma camera può risultare poco conveniente utilizzare un metodo così lungo e complesso, se il miglioramento delle prestazioni è poco significativo rispetto a quelle ottenute con altri metodi più semplici e veloci.

5.2.1 Derivazione teorica della linearità e della risoluzione spaziale

Per analizzare le prestazioni di una gamma camera è necessario conoscere la distribuzione media dei fotoni di scintillazione sulla superficie sensibile del fotorivelatore per ogni posizione di scintillazione all'interno del cristallo scintillante. Come è stato già precisato, si è utilizzato il modello descritto al paragrafo 5.1 per calcolare tale distribuzione, ma anche altri modelli, più o meno accurati e versatili possono essere impiegati a tale scopo. Quale che sia la scelta adottata per il calcolo delle distribuzioni medie dei fotoni di scintillazione, il modello proposto in questo paragrafo rimarrà immutato. Cambierebbero, invece, i tempi di calcolo che dipendono da quelli delle distribuzioni medie dei fotoni di scintillazione.

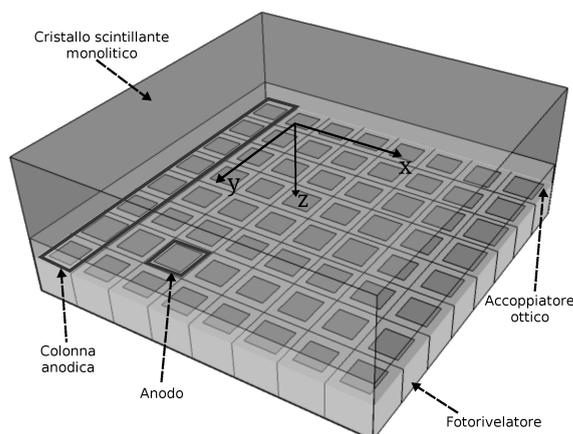


Figura 5.5: Diagramma del rivelatore con gli assi del sistema di riferimento adottato.

Le distribuzioni medie dei fotoni di scintillazione devono essere convertite in coordinate cartesiane e marginalizzate¹ rispetto alla variabile y , per ottenere le distribuzioni medie dei fotoni di scintillazione lungo x (si veda il diagramma di figura 5.5). Le aree morte del fotorivelatore e la

¹La marginalizzazione è una operazione matematica effettuata per eliminare la dipendenza di una funzione densità di probabilità n -dimensionale da una delle sue variabili dimensionali. Tale operazione prevede l'integrazione da meno infinito a più infinito della funzione densità di probabilità n -dimensionale rispetto alla variabile da eliminare.

posizione di scintillazione lungo la direzione y sono prese in considerazione durante la marginalizzazione. Perciò, tutte le quantità, che verranno calcolate nel seguito del paragrafo, dipendono dalla posizione di scintillazione lungo y , ma non verrà riportata tale dipendenza per brevità di scrittura. La distribuzione marginalizzata dei fotoni viene moltiplicata per l'efficienza quantica efficace del fotorivelatore al fine di ottenere la distribuzione marginalizzata dei fotoelettroni rivelati. L'efficienza quantica efficace tiene conto, oltre che della efficienza quantica del fotorivelatore, anche del non perfetto accoppiamento tra spettro di emissione dello scintillatore e risposta spettrale del fotorivelatore, e considera anche altri eventuali fenomeni di riduzione del segnale come l'efficienza di collezione di primo dinodo per i tubi fotomoltiplicatori (facendo riferimento ai simboli definiti al paragrafo 1.6, l'efficienza quantica efficace è data $QE^{max} \cdot \epsilon_{ACC} \cdot CE$). Poi, si effettua una normalizzazione della distribuzione marginalizzata dei fotoelettroni rivelati, per ottenere la funzione densità di probabilità della posizione x dei fotoelettroni condizionata ad una data posizione di scintillazione (x_0, z_0) . Si definisce tale funzione densità di probabilità come $P_{x|x_0, z_0}(x|x_0, z_0)$. Nella seguente analisi si considererà z come la direzione della profondità del cristallo e z_0 come la profondità di interazione (DOI) del raggio gamma nello scintillatore. Inoltre tutti i metodi di stima della posizione di scintillazione, che saranno analizzati, avranno come segnali di ingresso le somme dei segnali uscenti dal fotorivelatore lungo la direzione y (i segnali di colonna del fotorivelatore).

Nella seguente analisi verrà chiamato anodo il singolo elemento del fotorivelatore che colleziona i fotoni incidenti e contribuisce a produrre un segnale elettrico in uscita dal fotorivelatore. Verrà chiamata colonna anodica l'insieme degli anodi lungo una colonna della matrice anodica del fotorivelatore, che produrrà in uscita un segnale uguale alla somma di tutti i segnali anodici di quella colonna, come mostrato in figura 5.5. Inoltre verrà chiamata A la dimensione della colonna anodica lungo l'asse x . Perciò la funzione

$$P_A(x|x_0, z_0) \triangleq P_{x|x_0, z_0}(x|x_0, z_0) * \text{rect}(x/A) \quad (5.20)$$

rappresenta la probabilità che un fotoelettrone, dovuto ad una scintillazione gamma avvenuta in (x_0, z_0) , sia generato in una delle colonne anodiche centrata in x , dove il simbolo $*$ rappresenta l'operatore di convoluzione. Assumendo che gli x_k siano le coordinate dei centri delle colonne anodiche lungo x , si definisce $p_k \triangleq P_A(x_k|x_0, z_0)$ per brevità di scrittura. I p_k vengono, poi, normalizzati alla sommatoria dei p_k estesa a tutte le colonne anodiche del fotorivelatore, cosicchè questi diventano la probabilità che uno dei fotoelettroni rivelati sia generato all'interno della k -esima colonna anodica. Di conseguenza la relazione seguente è sempre valida:

$$\sum_k p_k = 1. \quad (5.21)$$

Il numero di fotoni di scintillazione (n_{tot}), prototti per effetto fotoelettrico da un raggio gamma con una data energia, è una variabile aleatoria. Se il numero medio di fotoni di scintillazione è proporzionale all'energia, il numero dei fotoni prodotti ha una distribuzione Poissoniana, altrimenti

la distribuzione può essere doppiamente Poissoniana come spiegato nel paragrafo 11.1 di [31]. Altri tipi di distribuzioni sono possibili come descritto in [32]. Comunque, per semplicità di analisi si considererà una distribuzione Poissoniana nella seguente trattazione. Solo una parte di tutti i fotoni di scintillazione prodotti inciderà sull'area sensibile del fotorivelatore, e solo una parte di questi fotoni inciderà su una determinata colonna anodica. Infine solo alcuni dei fotoni che incidono su una data colonna anodica produrranno un fotoelettrone secondo l'efficienza quantica del fotorivelatore. Tutte queste selezioni sono di tipo binomiale e, poichè, le selezioni binomiali operate su delle distribuzioni poissoniane hanno a loro volta una distribuzione Poissoniana, la variabile aleatoria del numero di fotoelettroni rivelati (n) e la variabile aleatoria del numero di fotoelettroni rivelati dalla k -esima colonna anodica (F_k) sono caratterizzate entrambe da una distribuzione Poissoniana. Di conseguenza valgono le seguenti equazioni, derivanti dalle proprietà delle variabili aleatorie Poissoniane:

$$E[n] = Var[n] = \bar{n}, \quad (5.22)$$

$$E[F_k] = Var[F_k] = \bar{n}p_k. \quad (5.23)$$

\bar{n} è il numero medio di fotoelettroni rivelati, mentre E e Var sono gli operatori di valore atteso e varianza.

Tipicamente il fotorivelatore e la sua elettronica di lettura introducono delle incertezze sui segnali di uscita in termini di *offset* e precisione. Il rumore del guadagno di un tubo fotomoltiplicatore o il rumore dell'elettronica di lettura sono alcune delle cause di tali incertezze. Nell'analisi di questo paragrafo si assume che il fotorivelatore non introduca incertezze. Solo l'efficienza quantica e la geometria delle colonne anodiche sono state considerate. In questo modo il modello proposto è in grado di valutare le prestazioni ottenibili con un dato sistema ottico (dato dalle dimensioni e caratteristiche dei materiali in cui la luce di scintillazione si genera e si propaga) accoppiato con un fotorivelatore quasi ideale. Quindi, tutti i metodi di stima, che dovrebbero essere applicati ai segnali uscenti dal rivelatore, possono essere applicati direttamente al numero di fotoelettroni rivelati (gli F_k) dal fotorivelatore.

Per ogni metodo di stima della posizione di scintillazione esiste uno stimatore $\hat{x}(\underline{F})$ che è applicato al vettore \underline{F} dei segnali aleatori delle colonne anodiche (gli F_k). La posizione stimata è condizionata ad una data posizione di interazione x_0 all'interno del cristallo e ad una data profondità di interazione z_0 . Per tutti i metodi, che verranno descritti dal paragrafo 5.2.2 al paragrafo 5.2.5, si mostreranno le funzioni dei loro stimatori. Al fine di valutare le linearità delle immagini risultanti, si calcoleranno i valori attesi dei rispettivi stimatori. In assenza di distorsioni dell'immagine, il valore atteso dello stimatore $\hat{x}(\underline{F})$ deve coincidere con x_0 , mentre il *bias* dello stimatore (detto anche errore sistematico), che è definito come la differenza tra il valore atteso di uno stimatore condizionato ad un dato parametro da stimare e il valore effettivo di tale parametro, diventa di conseguenza uguale a zero. Allo stesso modo, per valutare la precisione statistica di un

metodo di stima si calcola la deviazione standard della variabile aleatoria $\hat{x}(\underline{F})$. Tale precisione è connessa direttamente alla larghezza a metà altezza (FWHM - *Full Width at Half Maximum*) dell'istogramma delle stime, ottenuto quando si considerano un alto numero di realizzazioni del vettore aleatorio \underline{F} associate alla stessa posizione di scintillazione (x_0, z_0) . La linearità spaziale, ovvero il valore atteso della posizione stimata per un dato punto di scintillazione (x_0, z_0) , verrà chiamata $x_s(x_0, z_0)$, mentre si chiamerà $x_p(x_0, z_0)$ la precisione delle posizioni stimate per un dato punto di scintillazione (x_0, z_0) . Esprimendo ciò in formule, si ha:

$$x_s(x_0, z_0) \triangleq E[\hat{x}(\underline{F})], \quad (5.24)$$

$$x_p(x_0, z_0) \triangleq \sqrt{\text{Var}[\hat{x}(\underline{F})]}. \quad (5.25)$$

Il *bias* si ottiene dalla linearità sottraendo x_0 da $x_s(x_0, z_0)$. Nella presente analisi, la dipendenza di F_k e p_k dalla posizione di scintillazione sarà sempre sottointesa. Inoltre i segnali F_k possono essere considerati sempre statisticamente indipendenti (come mostrato nel paragrafo 11.1 di [31]) per tutta l'analisi in questo capitolo. Tale assunzione sarà utile per semplificare le espressioni di $x_s(x_0, z_0)$ e $x_p(x_0, z_0)$ nei paragrafi successivi, ed è stata verificata nel paragrafo 5.2.6 per il caso peggiore con il test del chi quadro per l'indipendenza statistica.

Una volta valutate $x_s(x_0, z_0)$ e $x_p(x_0, z_0)$ per ogni posizione di scintillazione, come verrà fatto dal paragrafo 5.2.2 al paragrafo 5.2.5, è necessario valutare le prestazioni per una data distribuzione di profondità di interazione dei raggi gamma nel cristallo, come avviene normalmente sottoponendo il cristallo a fasci di raggi gamma. Per fare ciò, si assume che le distribuzioni delle stime lungo x (\hat{x}), condizionate ad una data posizione di interazione (x_0, z_0) , siano gaussiane con valore atteso pari a $x_s(x_0, z_0)$ e deviazione standard uguale a $x_p(x_0, z_0)$. Tali distribuzioni verranno, nel seguito, identificate come $P_{\hat{x}|x_0, z_0}(\hat{x}|x_0, z_0)$. Con questa semplificazione si può procedere al calcolo della funzione densità di probabilità della distribuzione delle stime condizionata alla sola coordinata di interazione x_0 . Questa operazione è descritta dalla formula (5.26).

$$P_{\hat{x}|x_0}(\hat{x}|x_0) = \int_0^{l_1} P_{z_0}(z_0) \cdot P_{\hat{x}|x_0, z_0}(\hat{x}|x_0, z_0) dz_0 \quad (5.26)$$

$P_{z_0}(z_0)$ rappresenta la funzione densità di probabilità della distribuzione delle profondità di interazione dei raggi gamma nello scintillatore. Tale densità di probabilità è nota (la densità di probabilità delle distribuzioni delle profondità di interazione è una funzione esponenziale decrescente) se si conoscono lo spessore del cristallo (l_1) e il coefficiente di assorbimento dei raggi gamma nel cristallo. In particolare il coefficiente di assorbimento del cristallo dipende dall'energia della radiazione incidente e dal materiale dello scintillatore.

Applicando alla formula (5.26) le operazioni descritte nelle formule (5.27) e (5.28), è possibile valutare rispettivamente la linearità e la precisione delle stime delle posizioni di scintillazione lungo

x relative ad una data distribuzione di profondità di interazione dei raggi gamma nel cristallo.

$$x_s(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x} \cdot P_{\hat{x}|x_0}(\hat{x}|x_0) d\hat{x} \quad (5.27)$$

$$x_p(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{x} - x_s(x_0))^2 \cdot P_{\hat{x}|x_0}(\hat{x}|x_0) d\hat{x} \quad (5.28)$$

La larghezza a metà altezza (FWHM) della distribuzione delle stime \hat{x} relativa ad un fascio di raggi gamma incidente sulla posizione x_0 , ha una relazione espressa dalla formula (5.29), assumendo che le stime abbiano una distribuzione gaussiana.

$$FWHM(x_0) = 2\sqrt{2 \ln 2} \cdot x_p(x_0) \cong 2.35 \cdot x_p(x_0) \quad (5.29)$$

La risoluzione spaziale dipende sia dalla linearità che dalla FWHM. Il calcolo della risoluzione spaziale nel generico punto di scintillazione x_0 a partire da $x_s(x_0, z_0)$ e $x_p(x_0, z_0)$ viene effettuato secondo la seguente equazione:

$$SR(x_0) = r \quad :$$

$$\begin{aligned} x_s\left(x_0 + \frac{r}{2}\right) - x_s\left(x_0 - \frac{r}{2}\right) = \\ \frac{1}{2} \left[FWHM\left(x_0 + \frac{r}{2}\right) + FWHM\left(x_0 - \frac{r}{2}\right) \right]. \end{aligned} \quad (5.30)$$

In questo modo la risoluzione spaziale è calcolata come la distanza reale tra due fasci gamma incidenti normalmente alla superficie dello scintillatore, le cui distribuzioni delle posizioni stimate si riducono della metà nello stesso punto lungo \hat{x} . Tale criterio per la determinazione della risoluzione spaziale è, perciò, molto simile al criterio di Rayleigh.

5.2.2 Metodo del baricentro

Il metodo del baricentro (COG - *Center of Gravity*) [1], conosciuto anche come algoritmo del centroide o logica Anger dal nome del suo ideatore, è basato sull'extrapolazione del centro di gravità della distribuzione anodica, stimando il valore atteso della posizione spaziale di tale distribuzione. Il metodo è affetto dalle fluttuazioni statistiche dei valori anodici che allontanano la distribuzione da quella ideale a statistica infinita. Inoltre il metodo è affetto dal numero discreto e finito degli anodi che causano errori di troncamento e di sottocampionamento della distribuzione di luce campionata dagli anodi. Tali errori rappresentano degli errori sistematici della stima, ovvero delle distorsioni dell'immagine finale. Il metodo è caratterizzato dal seguente stimatore:

$$\hat{x}_{COG}(E) = \frac{\sum_k x_k F_k}{\sum_k F_k}. \quad (5.31)$$

Le sommatorie nella formula (5.31) sono estese a tutte le colonne anodiche del rivelatore. Al fine di conoscere la linearità risultante dell'immagine, si deve calcolare il valore atteso dello stimatore.

Quindi è necessario conoscere un'espressione per il calcolo del valore atteso del rapporto tra due variabili aleatorie. Una formulazione approssimata di tale espressione [33] è riportata nella seguente formula:

$$E \left[\frac{N}{D} \right] \approx \frac{E[N]}{E[D]} - \frac{Covar[N, D]}{E^2[D]} + \frac{Var[D]E[N]}{E^3[D]}. \quad (5.32)$$

N e D sono due variabili aleatorie. L'applicazione della formula (5.32) alla formula (5.31), in cui la sommatoria al numeratore è sostituita ad N e la sommatoria al denominatore è sostituita a D , conduce alla seguente formula della linearità:

$$x_s^{COG}(x_0, z_0) \cong \left(1 - \frac{1}{\bar{n}} + \frac{1}{\bar{n}^2} \right) \sum_k x_k p_k. \quad (5.33)$$

In questa analisi i valori attesi, le varianze e le covarianze delle sommatorie delle variabili aleatorie F_k pesate dagli x_k sono calcolati secondo le regole della teoria statistica. Allo stesso modo, per calcolare la precisione delle stime effettuate con questo metodo, si deve saper valutare la varianza di un rapporto tra variabili aleatorie. Questo si può approssimare [33] con:

$$Var \left[\frac{N}{D} \right] \approx \frac{Var[N]}{E^2[D]} - 2 \frac{E[N]Covar[N, D]}{E^3[D]} + \frac{E^2[N]Var[D]}{E^4[D]}. \quad (5.34)$$

Applicando l'equazione (5.34) alla formula (5.31), si ottiene la seguente espressione della precisione:

$$x_p^{COG}(x_0, z_0) \cong \left[\frac{\sum_k x_k^2 p_k - (\sum_k x_k p_k)^2}{\bar{n}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.35)$$

Per il calcolo delle formule (5.33) e (5.35), tutti i segnali del vettore \underline{F} sono stati considerati statisticamente indipendenti. Come aspettato (si veda la formula (1.3) della risoluzione spaziale intrinseca di un generico rivelatore a scintillazione), la precisione delle stime, in prima approssimazione uguale alla risoluzione spaziale, è inversamente proporzionale alla radice quadrata del numero medio di fotoelettroni rivelati.

5.2.3 Metodo del baricentro dei quadrati

Se, invece di applicare l'algoritmo del baricentro direttamente ai segnali F_k , lo si applica ai quadrati di questi segnali, si ottiene il metodo del baricentro dei quadrati (SCOG - *Squared Center of Gravity*). Rispetto al metodo classico del baricentro, questo riesce a raggiungere prestazioni migliori [34], in termini di *bias* e risoluzione spaziale, nella maggior parte dei sistemi. Lo stimatore del metodo SCOG è il seguente:

$$\hat{x}_{SCOG}(\underline{F}) = \frac{\sum_k x_k F_k^2}{\sum_k F_k^2}. \quad (5.36)$$

Applicando l'approssimazione di formula (5.32) alla formula (5.36), si ottiene l'espressione della linearità del sistema.

$$\begin{aligned} x_s^{SCOG}(x_0, z_0) &\cong \frac{\sum_k [x_k(p_k + \bar{n}p_k^2)]}{1 + \bar{n} \sum_k p_k^2} - \\ &- \frac{\sum_k [x_k(4\bar{n}^2 p_k^3 + 6\bar{n}p_k^2 + p_k)]}{\bar{n}[1 + \bar{n} \sum_k p_k^2]^2} + \\ &+ \frac{[1 + \sum_k (4\bar{n}^2 p_k^3 + 6\bar{n}p_k^2)] \sum_k [x_k(p_k + \bar{n}p_k^2)]}{\bar{n}[1 + \bar{n} \sum_k p_k^2]^3} \end{aligned} \quad (5.37)$$

Per ottenere la formula (5.37), sono state effettuate le operazioni delle formule (5.38) e (5.39), considerando che i segnali F_k sono variabili aleatorie con distribuzione Poissoniana.

$$\begin{aligned} Var[F_k^2] &= E[(F_k^2 - E[F_k^2])^2] = E[F_k^4] - E^2[F_k^2] = \\ &= 4\bar{n}^3 p_k^3 + 6\bar{n}^2 p_k^2 + \bar{n} p_k, \end{aligned} \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} Covar \left[\sum_k x_k F_k^2, \sum_k F_k^2 \right] &= \sum_k [x_k (E[F_k^4] - E^2[F_k^2])] = \\ &= \sum_k [x_k (4\bar{n}^3 p_k^3 + 6\bar{n}^2 p_k^2 + \bar{n} p_k)]. \end{aligned} \quad (5.39)$$

La precisione, risultante dall'uso del metodo SCOG, è mostrata nella formula (5.40), avendo usato l'approssimazione della formula (5.34).

$$\begin{aligned} [x_p^{SCOG}(x_0, z_0)]^2 &\cong \frac{\sum_k [x_k^2 (4\bar{n}^2 p_k^3 + 6\bar{n} p_k^2 + p_k)]}{\bar{n} [1 + \bar{n} \sum_k p_k^2]^2} - \\ &- 2 \frac{\sum_k [x_k (p_k + \bar{n} p_k^2)] \sum_k [x_k (4\bar{n}^2 p_k^3 + 6\bar{n} p_k^2 + p_k)]}{\bar{n} [1 + \bar{n} \sum_k p_k^2]^3} + \\ &+ \frac{\{\sum_k [x_k (p_k + \bar{n} p_k^2)]\}^2 [1 + \sum_k (4\bar{n}^2 p_k^3 + 6\bar{n} p_k^2)]}{\bar{n} [1 + \bar{n} \sum_k p_k^2]^4} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Esempi di risoluzioni spaziali e linearità calcolate con le formule appena mostrate sono riportati al sottoparagrafo 5.2.6.

5.2.4 Metodi di fit

I metodi di fit [9, 10, 35] sono basati sulla minimizzazione di una funzione di costo, che tipicamente è data dagli scarti quadratici medi tra la distribuzione anodica (i segnali F_k) e una funzione analitica che deve approssimare la distribuzione misurata (si veda la formula (5.41)). Per questo motivo il metodo è anche chiamato metodo degli scarti quadratici medi (MSE - *Mean Squared Error*). Nel seguito la funzione analitica verrà chiamata funzione di fit $f_{fit}(x, \underline{\nu})$, che viene valutata alle coordinate delle colonne anodiche (gli x_k), come descritto nella formula (5.41).

$$\mathcal{E}_{Cost}(\underline{\nu}) = \sum_k [F_k - f_{fit}(x_k, \underline{\nu})]^2 \quad (5.41)$$

La funzione di fit dipende, oltre che dalla variabile spaziale x , da un certo numero di parametri contenuti nel vettore $\underline{\nu}$ che vengono variati iterativamente per ridurre la funzione di costo \mathcal{E}_{Cost} . Tipicamente i parametri $\underline{\nu}$, che minimizzano la funzione di costo, sono direttamente connessi con i parametri dell'evento di scintillazione che si vogliono stimare, come, per esempio, la posizione di scintillazione. Tra i vari parametri del vettore $\underline{\nu}$, la coordinata spaziale, rispetto alla quale la funzione di fit è simmetrica, è sempre presente. Questo parametro è usato come stima della posizione di scintillazione sull'asse x . Nel seguito si chiamerà questo parametro ν_x e si trascurerà la presenza degli altri parametri del vettore $\underline{\nu}$ per concentrarsi sulla stima di x_0 .

Nei metodi di fit la minimizzazione della funzione di costo si può effettuare attraverso un gran numero di metodi di ottimizzazione iterativi propri del campo della ricerca operativa. Tra questi si

ricordano il metodi del gradiente, di Newton, di bisezione, di Armijo o delle secanti. Possono essere applicati anche metodi di ottimizzazione euristici come l'algoritmo genetico. Inoltre, più metodi di ottimizzazione possono essere applicati in sequenza per sfruttare i benefici di ciascun metodo. Infatti ogni metodo di ottimizzazione è caratterizzato dalla sua velocità di convergenza al risultato, capacità di uscire da minimi locali della funzione di costo e assenza di fenomeni di oscillazione nello spazio delle soluzioni. Perciò la scelta del metodo di ottimizzazione deve essere fatta in modo da assicurare un buon compromesso tra queste caratteristiche. Comunque, i risultati dei metodi di fit possono risentire delle non-idealità del metodo di ottimizzazione scelto, che non hanno permesso la corretta minimizzazione della funzione di costo. Nella seguente analisi dei metodi di fit, si assumerà che il metodo di ottimizzazione utilizzato sia ideale e permetta di ottenere i parametri della funzione di fit che restituiscono il minimo globale della funzione di costo.

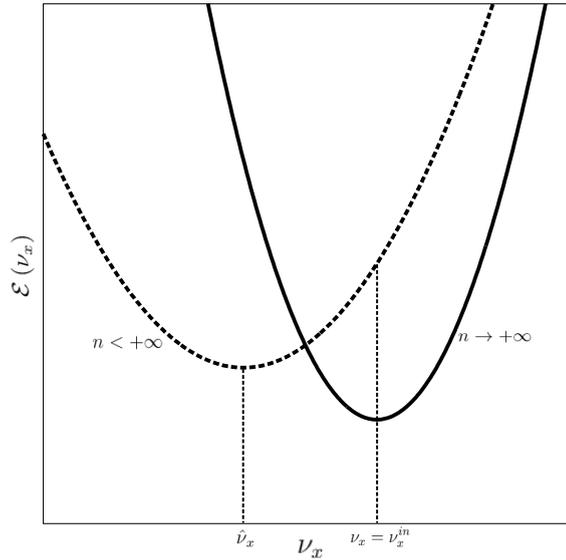


Figura 5.6: Esempio qualitativo di due funzioni di costo relative a due scintillazioni a statistica finita (linea tratteggiata) e a statistica infinita (curva continua).

L'analisi dei metodi MSE è effettuata a partire da un riferimento $\underline{\nu}_{in}$ dei parametri stimati. Il riferimento è dato dai parametri che minimizzano la funzione di costo, nel caso di una condizione ideale di rivelare un numero infinito di fotoelettroni per ogni evento di scintillazione. La formula per il calcolo di questo riferimento è di seguito riportata:

$$\underline{\nu}_{in} = \underset{\underline{\nu}}{\operatorname{arg\,min}} \left\{ \sum_k [\bar{n}P_A(x_k|x_0, z_0) - f_{fit}(x_k, \underline{\nu})]^2 \right\}. \quad (5.42)$$

Se il numero di fotoelettroni rivelati in un generico evento di scintillazione è sufficientemente alto, le stime delle posizioni di scintillazione saranno vicine a ν_x^{in} (che è la componente di $\underline{\nu}_{in}$ lungo x), e la funzione di costo potrà essere approssimata con una funzione quadratica del parametro ν_x , come riportato nella seguente equazione:

$$\mathcal{E}_{Cost}(\nu_x) \cong a(\nu_x - \hat{\nu}_x)^2 + b. \quad (5.43)$$

Nella formula (5.43) a e b sono due costanti generiche. La figura 5.6 mostra un esempio di funzioni di costo rispetto al parametro ν_x , per un numero di fotoelettroni rivelati finito e infinito.

Grazie alla approssimazione quadratica della funzione di costo, è possibile scrivere l'espressione dello stimatore $\hat{\nu}_x$ in funzione delle derivate prima e seconda della funzione di costo rispetto al parametro ν_x . Le derivate vengono valutate in ν_x^{in} , che rappresenta il parametro di riferimento. La relazione è espressa dalla formula (5.44).

$$\hat{\nu}_x \cong -\frac{\frac{d\mathcal{E}_{Cost}(\nu_x^{in})}{d\nu_x}}{\frac{d^2\mathcal{E}_{Cost}(\nu_x^{in})}{d\nu_x^2}} + \nu_x^{in} \quad (5.44)$$

La scelta della funzione di fit influisce sulle prestazioni finali ottenibili con il metodo MSE. La funzione di fit che restituisce le migliori prestazioni dovrebbe essere quella più simile alla funzione $\bar{n}P_A(x|x_0, z_0)$, ma i tempi di elaborazione, necessari per valutare una funzione di fit più accurata e complessa, aumenterebbero sostanzialmente. Comunque è interessante valutare i limiti dei metodi MSE, considerando la funzione $\bar{n}P_A(x|x_0, z_0)$ come funzione di fit. Nel seguito, si chiamerà questo metodo, metodo MSE ideale (IMSE - *Ideal Mean Squared Error*). Per questo particolare metodo, ν_x^{in} corrisponde alla posizione di scintillazione x_0 , poichè il valore atteso della derivata della funzione di costo rispetto a ν_x è uguale a zero, e la funzione di costo si può esprimere come:

$$\mathcal{E}_{Cost}(\nu_x) = \sum_k [F_k - \bar{n}p_k]^2. \quad (5.45)$$

Tenendo presente che i segnali F_k non dipendono da ν_x , si possono calcolare le derivate prima e seconda di formula (5.45) rispetto al parametro ν_x . I risultati sono mostrati rispettivamente nelle formule (5.46) e (5.47).

$$\frac{d\mathcal{E}_{Cost}}{d\nu_x} = 2\bar{n} \sum_k \left[\frac{dp_k}{d\nu_x} (\bar{n}p_k - F_k) \right] \quad (5.46)$$

$$\frac{d^2\mathcal{E}_{Cost}}{d\nu_x^2} = 2\bar{n} \sum_k \left[\frac{d^2p_k}{d\nu_x^2} (\bar{n}p_k - F_k) + \bar{n} \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2 \right] \quad (5.47)$$

Con le precedenti considerazioni, la formula (5.44) diventa:

$$\hat{\nu}_x(\underline{F}) \cong -\frac{\sum_k \left[\frac{dp_k}{d\nu_x} (\bar{n}p_k - F_k) \right]}{\sum_k \left[\frac{d^2p_k}{d\nu_x^2} (\bar{n}p_k - F_k) + \bar{n} \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2 \right]} + x_0. \quad (5.48)$$

Poi, facendo uso della formula (5.32), si ottiene l'espressione della linearità del metodo IMSE, mostrata nella formula (5.49).

$$x_s^{IMSE}(x_0, z_0) \cong \frac{\sum_k \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \frac{d^2p_k}{d\nu_x^2} p_k \right)}{\bar{n} \left[\sum_k \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2 \right]^2} + x_0 \quad (5.49)$$

La precisione delle stime delle posizioni di scintillazione, risultanti dall'applicazione del metodo IMSE, è ottenuta dalla formula (5.34) applicata alla formula (5.48), il cui risultato è riportato nella

formula (5.50).

$$x_p^{IMSE}(x_0, z_0) \cong \frac{\left[\sum_k \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2 p_k \right]^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\bar{n}} \cdot \sum_k \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2}. \quad (5.50)$$

Esempi di risoluzioni spaziali e linearità calcolate con le formule appena mostrate sono riportati al sottoparagrafo 5.2.6.

5.2.5 Metodo del Maximum Likelihood

Il metodo della massima verosimiglianza (MLE - *Maximum Likelihood Estimation*) è un metodo efficiente, in quanto è esente dal *bias* e può raggiungere il limite di Cramer-Rao, che rappresenta il limite inferiore della risoluzione di un certo stimatore per un dato problema di stima. Il metodo MLE si basa sulla massimizzazione della verosimiglianza di ottenere una certa combinazione di segnali F_k del vettore \underline{F} , condizionata ai parametri della scintillazione contenuti nel vettore $\underline{\nu}$, come la posizione dell'interazione gamma e l'energia da essa rilasciata. Per il calcolo della funzione di verosimiglianza, è necessario costruire un modello statistico di una scintillazione in una gamma camera. Con le considerazioni fatte al sottoparagrafo 5.2.1, la verosimiglianza può essere espressa come:

$$pr(\underline{F}|\underline{\nu}) = \prod_k \frac{(\bar{n}p_k)^{F_k}}{F_k!} e^{-\bar{n}p_k}. \quad (5.51)$$

Il k-esimo fattore della produttoria rappresenta la verosimiglianza che F_k fotoelettroni siano rivelati dalla k-esima colonna anodica, sapendo che il loro valore atteso è pari a $\bar{n} \cdot p_k$. Questa verosimiglianza segue una distribuzione di Poisson come discusso al sottoparagrafo 5.2.1. La produttoria è dovuta all'indipendenza statistica tra i valori dei segnali delle colonne anodiche (gli F_k). Spesso è più semplice massimizzare il logaritmo naturale della formula (5.51). L'espressione risultante è mostrata nella formula (5.52).

$$\mathcal{L}(\underline{\nu}) \triangleq \ln [pr(\underline{F}|\underline{\nu})] = \sum_k [F_k \ln(\bar{n}p_k) - \bar{n}p_k - \ln(F_k!)] \quad (5.52)$$

Si deve notare che la quantità $\bar{n} \cdot p_k$ è conosciuta come $MDRF_k$ [36] (*Mean Detector Response Function*).

Così come per i metodi di fit, anche il metodo MLE fa uso di metodi di ottimizzazione per massimizzare la funzione di verosimiglianza. Nell'analisi che seguirà, si valuteranno le prestazioni di linearità e precisione ottenute con il metodo MLE, in cui viene utilizzato un metodo di ottimizzazione ideale che permette sempre il raggiungimento delle soluzione ottima che massimizza la verosimiglianza.

Con la stessa procedura impiegata nel sottoparagrafo 5.2.4, si trascurano tutte le componenti del vettore $\underline{\nu}$ ad eccezione di ν_x , che è la stima della posizione di scintillazione x_0 . Il parametro ν_x stimato se il numero totale di fotoelettroni rivelati fosse infinito è chiamato ν_x^{in} ed è uguale alla vera posizione di scintillazione x_0 , poiché il metodo MLE è efficiente. Nel caso di numero finito di

fotoelettroni rivelati, si può ragionevolmente assumere che la stima $\hat{\nu}_x$ sia vicina a x_0 . In questo modo si può approssimare $\mathcal{L}(\nu)$ con una funzione quadratica nell'intorno di x_0 . Quindi, $\mathcal{L}(\nu_x)$ può essere espressa come $\mathcal{E}_{Cost}(\nu_x)$ nella formula (5.43). Anche $\hat{\nu}_x$ ha la stessa espressione di formula (5.44), sostituendo a \mathcal{E}_{Cost} la funzione \mathcal{L} .

Applicando le approssimazioni del valore atteso e della varianza di un rapporto tra variabili aleatorie, espresse rispettivamente nelle formule (5.32) e (5.34), al rapporto tra la derivata prima e la derivata seconda di $\mathcal{L}(\nu_x)$ rispetto al parametro ν_x , si ottengono le espressioni della linearità $x_s^{ML}(x_0, z_0)$ e della precisione $x_p^{ML}(x_0, z_0)$, scritte rispettivamente nella formula (5.55) e nella formula (5.56). Le derivate prima e seconda di $\mathcal{L}(\nu_x)$ sono mostrate rispettivamente nelle equazioni (5.53) e (5.54).

$$\frac{d\mathcal{L}(\nu_x)}{d\nu_x} = \sum_k \left[\frac{dp_k}{d\nu_x} \left(\frac{F_k}{p_k} - \bar{n} \right) \right] \quad (5.53)$$

$$\frac{d^2\mathcal{L}(\nu_x)}{d\nu_x^2} = \sum_k \left[\frac{d^2p_k}{d\nu_x^2} \left(\frac{F_k}{p_k} - \bar{n} \right) - \frac{F_k}{p_k^2} \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2 \right] \quad (5.54)$$

$$x_s^{ML}(x_0, z_0) \cong - \frac{\sum_k \left\{ \frac{1}{p_k} \frac{dp_k}{d\nu_x} \left[\frac{d^2p_k}{d\nu_x^2} - \frac{1}{p_k} \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2 \right] \right\}}{\bar{n} \cdot \left\{ \sum_k \left[\frac{1}{p_k} \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2 \right] \right\}^2} + x_0 \quad (5.55)$$

$$x_p^{ML}(x_0, z_0) \cong \left[\bar{n} \cdot \sum_k \frac{1}{p_k} \left(\frac{dp_k}{d\nu_x} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (5.56)$$

Esempi di risoluzioni spaziali e linearità calcolate con le formule appena mostrate sono riportati al sottoparagrafo 5.2.6.

5.2.6 Validazione del modello della linearità e della risoluzione spaziale

Al fine di validare il modello descritto nei paragrafi precedenti, sono stati confrontati i risultati del modello in termini di *bias*, FWHM e risoluzione spaziale con quelli di accurate simulazioni Monte Carlo per quattro diversi sistemi di rivelazione. I rivelatori considerati sono descritti nella tabella 5.3.

Per effettuare le simulazioni Monte Carlo, è stato utilizzato il *toolkit* GEANT4, versione 10.1 con la libreria PENELOPE [29] per tenere conto di tutti i processi di trasporto ottici ed elettronici. In particolare, le simulazioni includono l'effetto Compton e la dispersione cromatica della luce emessa dal cristallo, mentre il modello considera una luce di scintillazione monocromatica e non considera l'effetto Compton. Gli indici di rifrazione, le lunghezze di autoassorbimento e le riflettanze normali della luce di scintillazione sulla superficie di entrata della radiazione nel cristallo (*top* del

crystallo) mostrati in tabella 5.3 sono i valori relativi alla più intensa lunghezza d'onda emessa dallo scintillatore. Il numero dei fotoelettroni calcolati con il modello può essere affetto dalla dipendenza della efficienza quantica dalla lunghezza d'onda. Per correggere tale errore, l'efficienza quantica riportata in tabella non è relativa a quella della simulazione ma è una efficienza quantica efficace che considera anche l'accoppiamento non perfetto tra la risposta spettrale del fotorivelatore e lo spettro di emissione del crystallo. Questa è la ragione del basso valore dell'efficienza quantica del rivelatore B il cui scintillatore (CsI:Tl) ha uno spettro di emissione non centrato sulla lunghezza d'onda della massima risposta spettrale dei bialcali di un fotocatodo. Tutti gli altri parametri delle simulazioni mostrati in tabella sono stati direttamente usati anche dal modello. Per avere le stesse condizioni tra simulazioni e modello, le riflettanze delle pareti laterali degli scintillatori e degli accoppiatori ottici simulati sono state fissate a zero e tutte le superfici di interfaccia simulate sono state rese perfettamente lisce.

Tabella 5.3: Parametri delle simulazioni Monte Carlo (ad eccezione della efficienza quantica efficace che è quella utilizzata dal modello) per ogni sistema di rivelazione analizzato. I valori dei parametri sono relativi alla lunghezza d'onda di emissione più intensa. L'efficienza quantica riportata è quella efficace utilizzata dal modello, ed è relativa all'accoppiamento tra gli spettri di emissione dei cristalli e la risposte spettrali dei fotorivelatori.

Parametri	Rivelatori			
	A	B	C	D
<i>Fotoni Gamma</i>				
Energia [keV]	140.5	140.5	140.5	511
<i>Cristallo</i>				
Tipo	NaI:Tl	CsI:Tl	LYSO	LYSO
Coefficiente di assorbimento [1/mm]	0.18	0.26	0.70	0.025
Resa luminosa [fotoni/keV]	41	54	32	32
Riflettanza normale top [%]	95	95	95	95
Spessore [mm]	6	4	2	12
Indice di rifrazione	1.85	1.79	1.81	1.81
Lunghezza di autoassorbimento [mm]	1000	∞	400	400
<i>Grasso Ottico</i>				
Spessore [mm]	-	0.01	0.01	0.01
Indice di rifrazione	-	1.47	1.47	1.47
Lunghezza di autoassorbimento [mm]	-	∞	∞	∞
<i>Vetro</i>				
Spessore [mm]	1.5	1.5	1.5	1.5
Indice di rifrazione	1.5	1.5	1.5	1.55
Lunghezza di autoassorbimento [mm]	420	420	420	420
<i>Fotorivelatore</i>				
Numero di anodi	8 x 8	8 x 8	12 x 12	12 x 12
Passo anodico [mm]	6	6	4.2	4.2
Dimensioni dell'anodo [mm ²]	6 x 6	5.8 x 5.8	3.16 x 3.16	3.16 x 3.16
Efficienza quantica efficace [%]	24.5	6	24.5	24.5

Le matrici dei segnali anodici ottenute per ogni evento di scintillazione dalle simulazioni, sono state sommate lungo le colonne della matrice in modo da ottenere i segnali simulati delle colonne anodiche. Una volta ottenuti tali segnali, questi sono stati elaborati con i metodi di stima descritti dal sottoparagrafo 5.2.2 al sottoparagrafo 5.2.5 al fine di valutare le linearità e le risoluzioni spaziali

da confrontare con quelle ottenute dal modello. Per ogni sistema di rivelazione considerato sono state effettuate simulazioni Monte Carlo per 30 posizioni del fascio di raggi gamma equispaziate lungo x . Le posizioni del fascio si estendono dal centro del cristallo ($x_0 = 0, y_0 = 0$) fino al centro di un suo bordo laterale ($x_0 = L/2, y_0 = 0$, dove L è la larghezza del cristallo). Sono stati simulati 10^4 eventi di scintillazione per ogni posizione del fascio. Il tempo, impiegato per elaborare con il metodo del baricentro le colonne anodiche relative agli eventi di una singola posizione del fascio, è stato di 60 ms con l'*hardware* descritto alla fine del sottoparagrafo 5.1.2. I tempi di elaborazione dei metodi del baricentro quadro, di fit e della massima verosimiglianza sono rispettivamente 1.5, 58 e 240 volte più lunghi. L'applicazione del metodo di fit è stata effettuata usando una funzione simile a quella di Scrimger [10] come funzione di fit (si veda la formula (5.57)). Questa differisce dalla funzione di Scrimger classica [23] per un diverso esponente al denominatore, al fine di ridurre i tempi di elaborazione.

$$f_{fit}^{QS}(x, x_0, r_0, a_0) = \frac{a_0}{\left[1 + \left(\frac{x-x_0}{r_0}\right)^2\right]^2} \quad (5.57)$$

Alla fine della procedura di fit si ricavano, oltre alle stime delle posizioni di scintillazione x_0 e y_0 , le stime dell'altezza (a_0) e della larghezza (r_0) della distribuzione di luce. Il calcolo delle linearità e delle risoluzioni spaziali si è ottenuto dagli istogrammi delle stime per ogni posizione di scintillazione. Gli istogrammi sono stati ottenuti selezionando solamente gli eventi compresi in una finestra energetica di larghezza pari al 50 % dell'energia di fotopicco e centrata sull'energia di fotopicco stessa (l'operazione di selezione in energia degli eventi è discussa più in dettaglio al paragrafo 6.3). Per ogni istogramma è stato eseguito un fit gaussiano. La deviazione standard risultante è stata usata per stimare la FWHM relativa ad una data posizione del fascio incidente secondo la formula (5.29). Invece la differenza tra il valore medio risultante dal fit gaussiano e la posizione reale del fascio è stata considerata pari al *bias*. Sia il *bias* che la FWHM sono stati utilizzati per determinare la risoluzione spaziale secondo la formula (5.30).

In figura 5.7 è mostrata la FWHM del rivelatore A lungo la direzione x in funzione della posizione del fascio di raggi gamma lungo la direzione y (y_0). La posizione del fascio lungo x è al centro del cristallo durante la scansione del fascio lungo y . La figura compara le FWHM simulate e modellizzate per ogni metodo di stima analizzato. In questa figura come nelle seguenti, la posizione di scintillazione è misurata rispetto al centro del cristallo in accordo con il sistema di riferimento di figura 5.5. Dunque, la figura 5.7 mostra la capacità del modello di tenere conto di diverse posizioni y_0 del fascio di raggi gamma durante i suoi spostamenti lungo l'asse x .

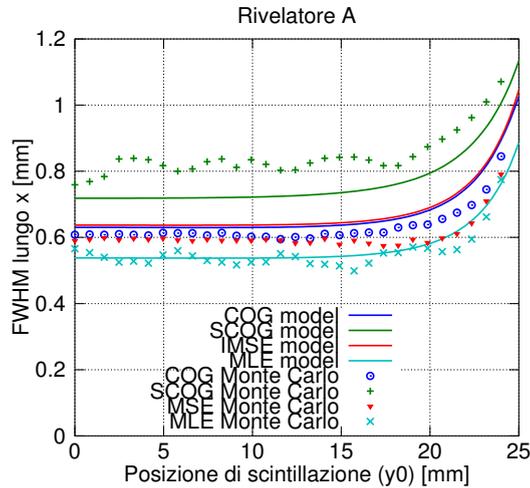


Figura 5.7: *FWHM modellizzate e simulate lungo la direzione x in funzione della coordinata y_0 di scintillazione. Il confronto è relativo a tutti i metodi analizzati, applicati al rivelatore A.*

Le figure 5.8, 5.9 e 5.10 mostrano alcuni confronti rispettivamente di *bias*, FWHM e risoluzioni spaziali. Ogni figura è relativa ad uno dei quattro sistemi di rivelazione analizzati e confronta i risultati modellizzati e simulati dei quattro metodi di stima in esame.

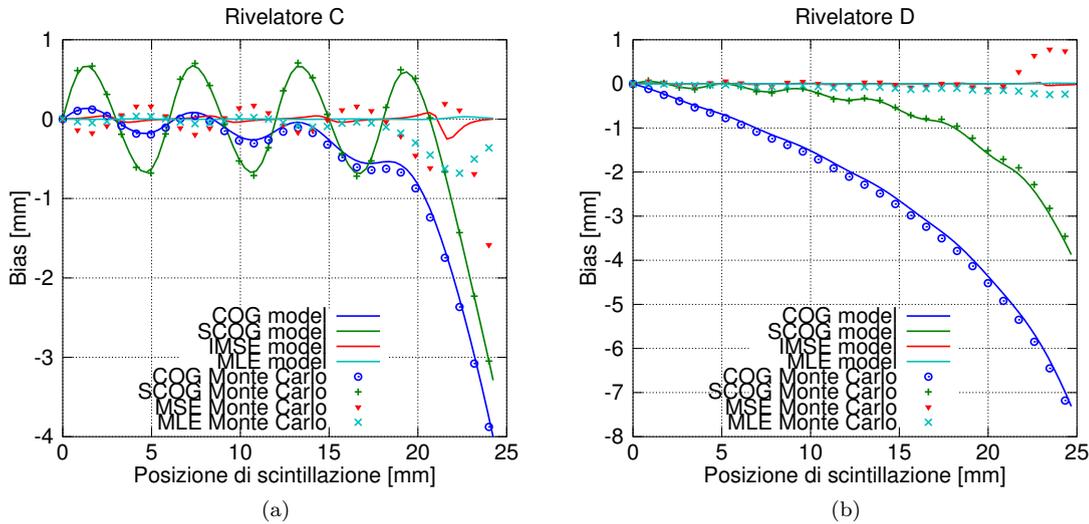


Figura 5.8: *Bias simulati e modellizzati ottenuti con i quattro metodi di stima considerati, applicati al rivelatore C (a) e al rivelatore D (b).*

Il tempo richiesto dal modello per calcolare *bias*, FWHM e risoluzione spaziale sull'intero campo di vista, con un dato metodo di stima e per un dato sistema di rivelazione, è pari a 1 s. Invece, il tempo necessario per l'esecuzione di una simulazione Monte Carlo di 30 posizioni del fascio di raggi gamma, ognuna composta da 10^4 eventi di scintillazione, è stato di 7 giorni per ogni sistema di rivelazione simulato. Perciò il tempo richiesto per la valutazione delle prestazioni di una gamma camera con il modello proposto risulta essere 5 ordini di grandezza inferiore a quello necessario

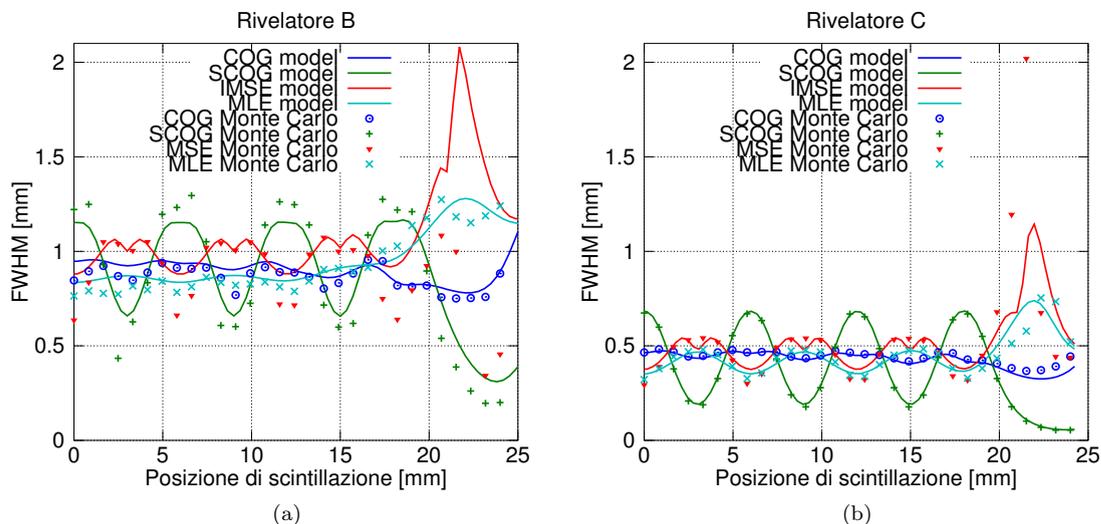


Figura 5.9: FWHM simulate e modellizzate ottenute con i quattro metodi di stima considerati, applicati al rivelatore B (a) e al rivelatore C (b).

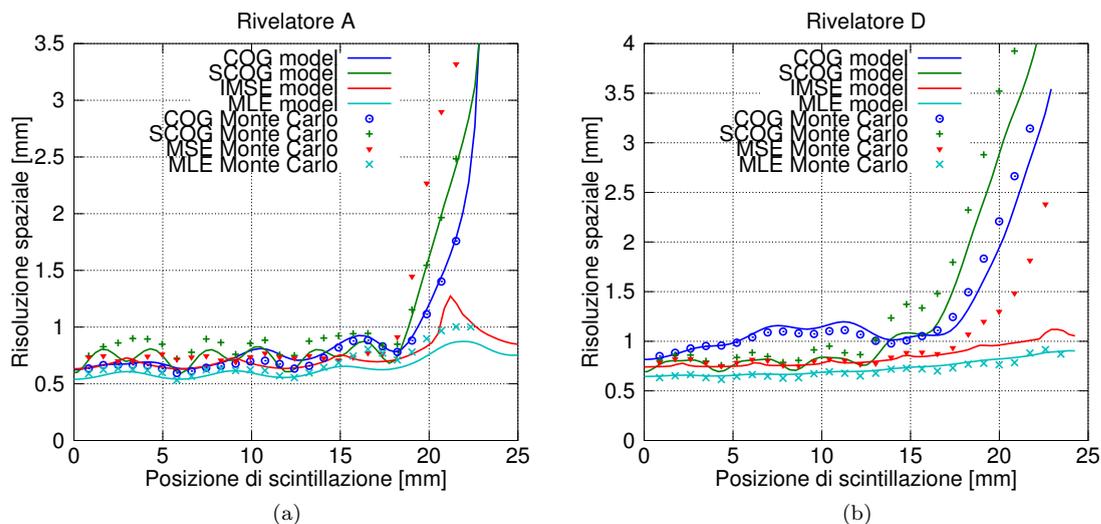


Figura 5.10: Risoluzioni spaziali simulate e modellizzate ottenute con i quattro metodi di stima considerati, applicati al rivelatore A (a) e al rivelatore D (b).

per una simulazione Monte Carlo equivalente basata sul *toolkit* GEANT4. Sia il modello che le simulazioni sono stati valutati con l'*hardware* descritto alla fine del paragrafo 5.1.2.

Un comportamento oscillante e periodico di *bias*, FWHM e risoluzione spaziale si può notare, quando la distribuzione della luce di scintillazione sulla superficie di rivelazione viene sottocampionata dal fotorivelatore in accordo con il teorema del campionamento di Nyquist-Shannon. Ciò avviene se la larghezza della distribuzione della luce di scintillazione è comparabile o inferiore al passo degli anodi del fotorivelatore. Questa condizione è generalmente osservata quando lo spessore complessivo del cristallo scintillante e degli accoppiatori ottici è inferiore al passo anodico del fotorivelatore, come accade nelle figure 5.8a, 5.9a e 5.9b. L'ampiezza dell'oscillazione è più alta

per il metodo del baricentro dei quadrati (SCOG) poichè l'operazione di elevamento al quadrato dei segnali delle colonne anodiche riduce la larghezza della distribuzione della luce di scintillazione, causando, in tal modo, il sottocampionamento.

I metodi del baricentro (COG) e del baricentro quadro (SCOG) presentano un maggiore *bias* vicino ai bordi del cristallo (si vedano le figure 5.8a e 5.8b) comparato con quello degli altri due metodi. Ciò è dovuto al troncamento della distribuzione campionata della luce di scintillazione. Dato che le stime delle posizioni di interazione dei metodi COG e SCOG sono calcolate come i centri pesati delle distribuzioni anodiche, un troncamento di tali distribuzioni comporta l'aumento del *bias*. Invece i metodi di fit (MSE) e di massima verosimiglianza (MLE) dipendono dall'ottimizzazione di una funzione di costo e, perciò, sono maggiormente indipendenti dal troncamento della distribuzione della luce di scintillazione. Al contrario di ciò che accade per il comportamento oscillante, il *bias* vicino ai bordi del cristallo migliora al diminuire della larghezza della distribuzione della luce di scintillazione, grazie al minore troncamento risultante. Di conseguenza il *bias* vicino al bordo del cristallo è più basso per il metodo SCOG che per il metodo COG, ed è migliore quando si usano cristalli e accoppiatori ottici sottili, come si può notare in figura 5.8a e figura 5.8b. L'aumento del *bias*, vicino ai bordi del campo di vista della gamma camera, determina il peggioramento anche della risoluzione spaziale (si vedano le figure 5.10a e 5.10b), a causa della sua dipendenza dal *bias*.

Il metodo di stima che fornisce la migliore (ovvero la più bassa) risoluzione spaziale per una specifica posizione del fascio gamma è il migliore per quell'area di interazione. Comunque, il *bias* deve essere corretto per ridurre i fenomeni di compressione e di espansione che inficiano l'immagine planare (per maggiori dettagli si veda il paragrafo 6.4). Dalla figura 5.10 osserviamo che il metodo che restituisce la migliore risoluzione spaziale è il metodo MLE, e ciò è confermato sia dalla simulazione che dal modello. Ciononostante gli altri metodi restituiscono risoluzioni spaziali simili nei rivelatori B e C con un più breve tempo di elaborazione e senza il bisogno di lunghe misurazioni di calibrazione. In particolare, la risoluzione spaziale media peggiora del 4 % usando il metodo SCOG piuttosto che il metodo MLE nel rivelatore C. Il campo di vista utile (uFoV - *useful Field of View*) risultante diminuisce del 7 % mentre il tempo di elaborazione si riduce di 160 volte. Nel rivelatore B il metodo MSE restituisce una risoluzione spaziale media del 10 % peggiore di quella ottenuta con il metodo MLE. In questa condizione, la uFoV diminuisce del 3 %, il tempo di elaborazione si riduce di 4 volte e la misurazione di calibrazione non è necessaria. La uFoV è qui definita come il luogo delle posizioni del fascio lungo x (o lungo y) in cui è possibile risolvere le distribuzioni delle stime \hat{x} (o \hat{y}) da quelle relative ad almeno un'altra posizione del fascio più vicina ai bordi del cristallo nella direzione considerata. Di conseguenza la uFoV dipende anche dal metodo di stima impiegato.

In figura 5.11 sono mostrate le incertezze percentuali delle risoluzioni spaziali modellizzate rispetto a quelle simulate. Ogni sottofigura è relativa ad un metodo di stima, e ogni curva è

relativa ad un rivelatore. Tutte le incertezze percentuali delle risoluzioni spaziali in figura 5.11

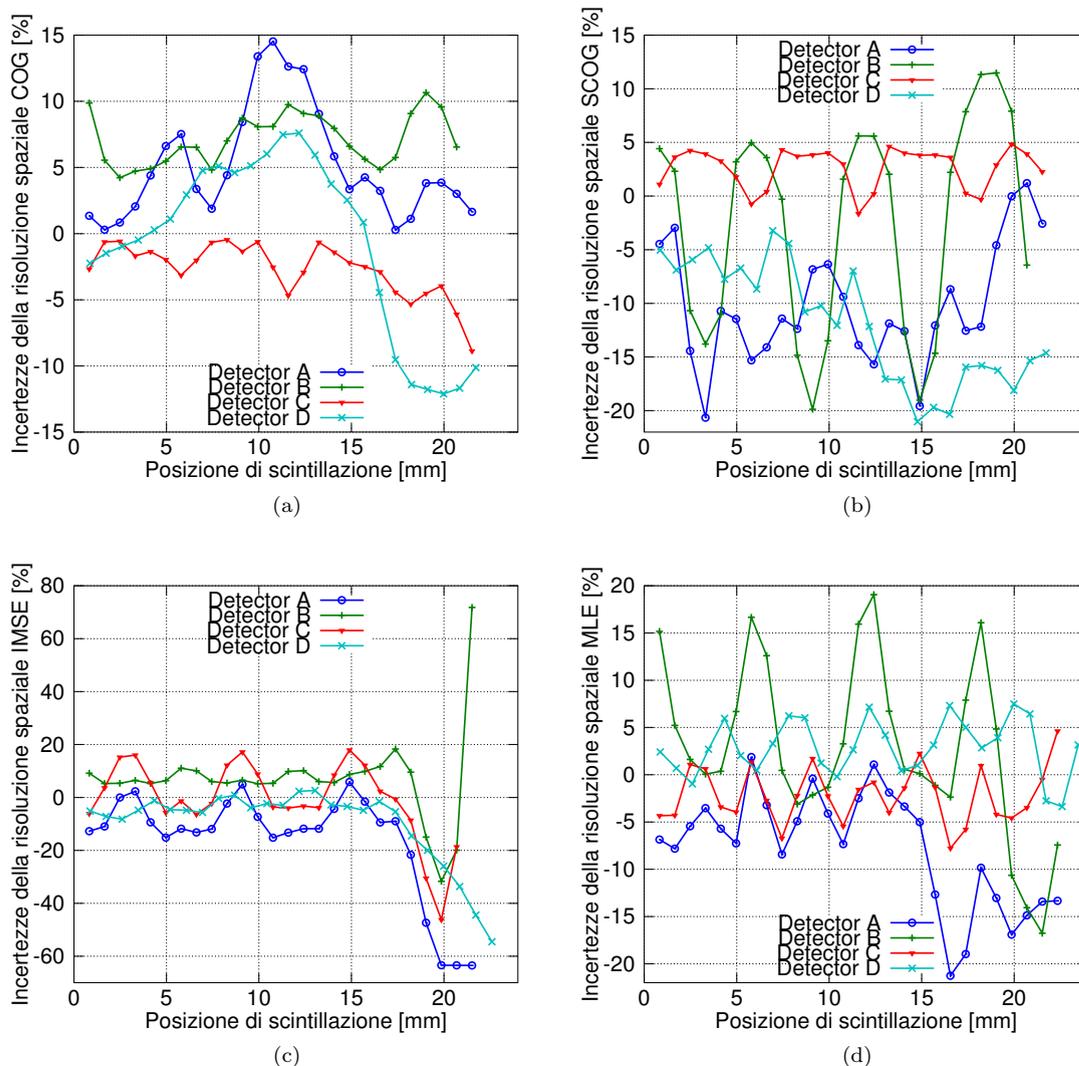


Figura 5.11: Incertezze percentuali delle risoluzioni spaziali modellizzate rispetto a quelle simulate, in funzione della posizione di scintillazione x_0 . Le incertezze sono valutate per i metodi del baricentro (a), baricentro quadro (b), fit (c) e massima verosimiglianza (d) applicati a tutti i rivelatori.

sono comprese tra il -20 % e il 20 % su tutto il campo di vista del rivelatore, ad eccezione del metodo IMSE. L'errore percentuale per l'IMSE in figura 5.11c è più alto vicino ai bordi del cristallo rispetto agli errori percentuali degli altri metodi di figura 5.11.

In tabella 5.4 sono riportate le incertezze di predizione del modello rispetto alle simulazioni Monte Carlo, espresse in termini di radice dell'errore quadratico medio (RMSD - *Root-Mean-Square Deviations*) dei *bias* e delle FWHM per ogni metodo di stima e sistema di rivelazione. Anche l'incertezza percentuale della risoluzione spaziale in RMSD è riportata in tabella. Tutte le RMSD delle tabella sono calcolate sull'intero campo di vista del rivelatore.

Anche dalla tabella 5.4 si può notare che tutti i metodi di stima modellizzati hanno delle incertezze di predizione dei *bias* e delle FWHM, espresse in termini di RMSD, minori rispettivamente

di 0.32 mm e 0.26 mm su tutto il campo di vista, ad eccezione del metodo IMSE. Allo stesso modo, le incertezze percentuali della risoluzione spaziale modellizzata sono inferiori al 13.2 % su tutto il campo di vista ad eccezione del metodo IMSE. La maggiore incertezza del metodo IMSE è dovuta all'utilizzo di una funzione di fit ideale da parte del modello, mentre i dati simulati sono stati elaborati con una funzione di fit simile a quella di Scrimger (riportata nella formula (5.57)) in accordo con il metodo MSE. Un'altra causa di tale incertezza è data dall'approssimazione quadratica della funzione di costo, fatta nella formula (5.43), che perde la sua validità quando la posizione di interazione del raggio gamma nel cristallo è vicina alle pareti del fotorivelatore.

Tabella 5.4: *Incertezze di predizione dei bias e delle FWHM modellizzati rispetto a quelli simulati, espresse in termini di RMSD, calcolate su tutto il campo di vista del rivelatore per ogni sistema di rivelazione analizzato e per ogni metodo di stima. L'incertezza di predizione della risoluzione spaziale è valutata in termini di RMSD percentuali sull'intero campo di vista.*

	Sistema di Rivelazione			
	A	B	C	D
<i>Bias</i>				
RMSD [mm]				
COG	0.30	0.32	0.07	0.12
SCOG	0.17	0.20	0.03	0.06
IMSE	0.79	0.49	0.38	0.25
MLE	0.28	0.22	0.24	0.12
<i>FWHM</i>				
RMSD [mm]				
COG	0.03	0.05	0.02	0.08
SCOG	0.13	0.11	0.01	0.26
IMSE	0.70	0.37	0.23	0.92
MLE	0.10	0.06	0.05	0.04
<i>Risoluzione Spaziale</i>				
RMSD [%]				
COG	6.6	7.4	3.4	6.6
SCOG	11.6	10.1	3.2	13.2
IMSE	25.5	18.0	14.5	17.2
MLE	9.7	9.5	3.6	4.1

Altre cause di incertezza che inficiano tutti i metodi sono: la accuratezza finita del modello della distribuzione della luce di scintillazione descritto nel paragrafo 5.1, le approssimazioni fatte nelle formule (5.32), (5.34) e (5.29), e i fit gaussiani delle distribuzioni delle stime ottenute dai dati simulati e reali ad una data posizione del fascio di raggi gamma quando queste non hanno un profilo gaussiano. La deviazione delle distribuzioni delle stime da un profilo gaussiano avviene in modo percepibile sia per la simulazione che per il modello, quando la distribuzione tiene conto di diverse profondità di interazione dei raggi gamma, come viene fatto nella formula (5.26). Invece per profondità determinate, le distribuzioni delle stime si discostano impercettibilmente da un profilo gaussiano (appare solo una leggera asimmetria delle stime per scintillazioni molto vicine al bordo del cristallo), rendendo valida l'analisi riportata dalla formula (5.26) alla formula (5.28).

L'assunzione di indipendenza statistica tra i segnali F_k è stata verificata, applicando il test del chi quadro per l'indipendenza a due segnali anodici in uscita da una gamma camera basata

su un cristallo di NaI:Tl di spessore 1 mm, accoppiato, mediante 0.1 mm di grasso ottico, ad un fotorivelatore con una efficienza quantica del 24.5% e con solamente due anodi di dimensioni 24x48 mm² ciascuno. La riflettanza della superficie di ingresso della radiazione dello scintillatore è stata fissata al 100 % e tutti gli eventi di scintillazione sono avvenuti alla stessa profondità di interazione al centro del cristallo. Data la alta probabilità che un fotone di scintillazione raggiunga uno dei due anodi, tale configurazione rappresenta uno dei casi peggiori in cui l'indipendenza statistica potrebbe venir meno. Infatti se la somma delle probabilità, che i fotoni di scintillazione incidano su un anodo o sull'altro, fosse uguale a 1, i due segnali sarebbero dipendenti, in quanto un alto valore di un anodo comporterebbe un basso valore dell'altro. Il test del chi quadro, ottenuto dalla configurazione appena descritta, ha restituito un *p-value* di 0.85, mostrando una buona indipendenza statistica.

L'effetto Compton, presente nei risultati simulati, comporta un peggioramento trascurabile dell'incertezza del modello quando l'energia dei raggi gamma è uguale a 140.5 keV. Invece, una simulazione Monte Carlo del rivelatore D senza effetto Compton e con raggi gamma di energia pari a 511 keV, ha mostrato che la simulazione che tiene conto dell'effetto Compton è caratterizzata da una risoluzione spaziale che peggiora solo dell'11 % rispetto a quella della simulazione senza effetto Compton. Ciò è dovuto al fatto che solo il 40 % degli eventi, compresi nel fotopicco dello spettro energetico, sono fotoni gamma riassorbiti vicino alla prima posizione di interazione Compton. Gli altri fotoni gamma riassorbiti dopo un'interazione Compton, invece, interagiranno lontani dalla prima posizione di interazione e peggioreranno solamente il contrasto dell'immagine.

Il modello descritto finora è stato valutato per gamma camere in cui i segnali elaborati dagli algoritmi di stima sono le colonne anodiche. Questa non è una approssimazione per i metodi COG e SCOG che sono intrinsecamente applicati a tali segnali, anche quando tutti gli anodi della matrice anodica vengono acquisiti. Invece i metodi MSE e MLE restituiranno risultati diversi se applicati a tutti i segnali anodici. Si è effettuato il confronto tra le risoluzioni spaziali ottenute con i metodi MSE e MLE, applicati sia alle colonne anodiche che a tutta la matrice 2D degli anodi. Il metodo MSE applicato alla matrice degli anodi restituisce una risoluzione spaziale peggiore del 8.6 % per posizioni di scintillazioni (x_0) che vanno da 0 mm a 17.4 mm dal centro del cristallo, mentre migliora del 31.0 % nell'area vicino al bordo del cristallo. Il metodo MLE applicato alla matrice degli anodi fornisce una risoluzione spaziale che migliora rispettivamente del 2.3 % e del 3.6 % nelle due aree appena descritte, rispetto alla risoluzione spaziale ottenuta applicando il metodo MLE alle colonne anodiche.

Il modello proposto può essere usato per scegliere i valori più appropriati dei parametri di una gamma camera, effettuando una analisi parametrica del *bias* o della risoluzione spaziale. Ad esempio, si può trovare lo giusto spessore del vetro da posizionare tra scintillatore e fotorivelatore, graficando i profili delle risoluzioni spaziali per un gran numero di spessori del vetro, grazie ai brevi tempi di elaborazione del modello. Verrà, infine, scelto lo spessore del vetro che assicura la migliore risoluzione spaziale sull'intero campo di vista.

5.3 Applicazioni dei modelli

In questo paragrafo saranno mostrati alcuni esempi in cui sono stati applicati i modelli presentati in questo capitolo per ottenere utili informazioni progettuali (dal sottoparagrafo 5.3.1 al sottoparagrafo 5.3.3) riguardanti l'elettronica di lettura descritta nei capitoli 2 e 4. Al sottoparagrafo 5.3.4, invece, è stato spiegato come ottenere le stime delle posizioni 3D delle interazioni gamma nel cristallo con il metodo della massima verosimiglianza, utilizzando una matrice di calibrazione 3D numerica, calcolata con il modello descritto al paragrafo 5.1, invece di impiegare una matrice di calibrazione 2D ottenuta in seguito a lunghe e complesse misurazioni.

5.3.1 Calcolo delle massime frazioni anodiche dei fotoni di scintillazione

Il modello della distribuzione di luce di scintillazione sul fotocatodo è stato utilizzato per il calcolo della massima frazione di fotoni di scintillazione generati che vengono assorbiti dall'area del fotocatodo relativa ad un anodo. Ci si riferirà nel seguito a questa grandezza con il simbolo ϵ_R^{max} . In tabella 5.5 sono riportati, per ogni combinazione tra gli scintillatori della tabella 1.2 e i

Tabella 5.5: Valori percentuali della frazione massima di fotoni di scintillazione, raccolti dall'area del fotocatodo relativa ad un generico anodo del fototubo, per ogni combinazione di scintillatore e MAPMT esaminati. Questi valori sono raggiungibili in cristalli sottili con massima riflettanza della superficie di ingresso della radiazione incidente nel cristallo.

	H8500	H10966	H12700	H9500	H12428	H12445	H8711
NaI:Tl	15.0	15.0	15.7	13.1	15.9	19.7	18.8
CsI:Tl	16.1	16.1	16.8	14.0	17.1	21.1	20.1
CsI:Na	15.2	15.2	15.8	13.2	16.1	19.9	19.0
BGO	18.2	18.2	18.6	15.4	19.1	22.6	21.9
LYSO	25.9	25.9	26.5	22.1	27.7	32.5	31.5
YAP:Ce	22.3	22.3	22.9	19.0	23.7	28.0	27.1
LSO:Ce	25.9	25.9	26.5	22.1	27.7	32.5	31.5
GSO	24.4	24.4	25.0	20.8	26.0	30.6	29.7
LaBr ₃ :Ce	14.2	14.2	14.8	12.4	15.0	18.6	17.8
SrI ₂ :Eu	15.0	15.0	15.7	13.1	15.9	19.7	18.8

tubi fotomoltiplicatori della tabella 1.5, i più alti valori possibili di ϵ_R^{max} , ottenuti con un cristallo molto sottile (modellizzato con 1 mm di spessore), la cui faccia di ingresso della radiazione gamma è totalmente riflettente. La massima frazione di luce di scintillazione raccolta da un canale del fotorivelatore è stata ottenuta con scintillazioni vicine al fotocatodo (avvenute sulla superficie del cristallo vicina al fotocatodo) e centrate sull'area dell'anodo che raccoglierà il massimo segnale. Si è considerato un accoppiamento tra cristallo e tubo fotomoltiplicatore per mezzo di un sottile strato di grasso ottico modellizzato con uno strato omogeneo di 100 μm spessore e indice di rifrazione pari a 1.47 relativo al prodotto Bicon BC-630 (Saint Gobain, Newbury, Ohio). Nel calcolo il modello considera la presenza della finestra ottica del tubo fotomoltiplicatore in esame. L'indice di rifrazione della finestra ottica è stato posto a 1.5 (i valori risultanti utilizzando 1.48, in caso di finestra ottica trasparente ai raggi ultravioletti anzichè in vetro borosilicato, sono quasi gli

stessi). Nel caso di scintillatore igroscopico, tra cristallo e grasso ottico è stato considerato uno strato di vetro interposto spesso 2 mm con indice di rifrazione pari a 1.5. La distribuzione dei fotoni di scintillazione risultante dal modello è stata integrata sull'area dell'anodo sottostante alla scintillazione, per calcolare il numero medio di fotoni assorbiti dall'area di interesse del fotocatodo. Il rapporto tra questo numero e la media del numero totale di fotoni generati nel processo di scintillazione costituisce il parametro ϵ_R^{max} .

5.3.2 Calcolo del massimo numero di fotoelettroni rivelati da un anodo

Per stabilire la specifica presentata al paragrafo 1.9 e riguardante la risoluzione, l'accuratezza e la ripetibilità richieste dal sistema elettronico, è necessario conoscere il massimo numero di fotoelettroni rivelati da un singolo anodo n_{fA}^{max} nella condizione peggiore. Il modello della distribuzione di luce presentato al paragrafo 5.1 è stato utilizzato per ricavare n_{fA}^{max} per ogni combinazione di scintillatore e MAPMT considerati. Il massimo numero di fotoelettroni rivelati da un anodo dipende da diversi fattori, come mostrato nella formula (5.58).

$$n_{fA}^{max} = E_g \cdot LY \cdot \epsilon_R^{max} \cdot QE^{max} \cdot \epsilon_{ACC} \cdot CE \quad (5.58)$$

I parametri LY , ϵ_R^{max} , QE^{max} e ϵ_{ACC} sono rispettivamente la resa luminosa dello scintillatore (LY), la massima frazione di raccolta dei fotoni di scintillazione generati sull'area del fotocatodo relativa ad un anodo (ϵ_R^{max}), l'efficienza quantica di picco dello spettro di risposta del fotocatodo (QE^{max}), il grado di accoppiamento tra gli spettri di emissione del cristallo e di risposta del fotocatodo ϵ_{ACC} . E_g rappresenta l'energia dei fotoni gamma incidenti, mentre CE è l'efficienza di collezione sul primo dinodo del MAPMT dei fotoelettroni generati sul fotocatodo. Le condizioni del sistema modellizzato, per assicurare il massimo numero di fotoelettroni rivelati, sono quelle descritte al sottoparagrafo 5.3.1. Per ogni combinazione di cristallo scintillante e MAPMT sono stati impostati i valori dei parametri noti in letteratura. Il grado di accoppiamento tra gli spettri di emissione del cristallo e di risposta del fotocatodo (ϵ_{ACC}) è stata calcolata secondo la formula (1.4). L'efficienza di collezione sul primo dinodo (CE) è stata posta uguale ai valori dichiarati nella documentazione dei fototubi in esame, mentre è stata fissata ad un valore tipico di 0.7 qualora la documentazione non la fornisce. Per tenere conto della statistica Poissoniana del massimo numero di fotoelettroni rivelati (n_{fAP}^{max}), è necessario sommare al valore medio n_{fA}^{max} tre volte la sua deviazione standard secondo la seguente formula:

$$n_{fAP}^{max} = n_{fA}^{max} + 3\sqrt{n_{fA}^{max}}. \quad (5.59)$$

I valori di n_{fAP}^{max} , relativi a scintillazioni di fotoni gamma di energia pari a 140.5 keV, sono riportati in tabella 5.6 per ogni combinazione di scintillatore e MAPMT considerati.

Per ottenere una valutazione del massimo numero di fotoelettroni rivelati da un anodo, relativa ad una diversa energia E_g dei fotoni gamma interagenti nel cristallo, è possibile utilizzare

i valori della tabella 5.6 moltiplicati per un fattore correttivo pari a E_g [keV]/140.5, nell'ipotesi semplificativa che la resa luminosa del cristallo scintillante (LY) non dipenda da E_g .

Tabella 5.6: Massimo numero di fotoelettroni rivelati nelle peggiori condizioni da un singolo anodo di un MAPMT per ogni combinazione di cristalli scintillanti e MAPMT considerati. I valori sono relativi a dei fotoni gamma di energia pari a 140.5 keV e sono stati calcolati facendo uso delle formule (5.59) e (5.58), e del modello presentato al paragrafo 5.1.

	NaI:Tl	CsI:Tl	CsI:Na	BGO	LYSO	YAP	LSO	GSO	LaBr ₃	SrI ₂
H8500	176	102	172	39	192	156	149	71	286	340
H8500-03	176	102	173	39	193	156	149	71	287	341
H10966	176	102	172	39	192	156	149	71	286	340
H10966-100	218	117	208	45	228	201	173	83	362	411
H12700	222	128	218	48	240	194	185	88	364	433
H12700-03	223	128	218	48	241	194	186	88	365	435
H9500	155	90	152	34	167	135	129	62	251	299
H9500-03	156	90	152	34	167	135	129	62	252	300
H12428-100	274	146	262	55	290	253	220	104	456	520
H12428-103	298	151	285	59	316	274	238	113	496	568
H12428-200	347	177	331	67	366	317	273	129	581	665
H12428-203	325	175	312	65	346	299	263	123	540	616
H12445-100	333	177	319	64	337	295	255	120	558	635
H12445-103	363	182	347	69	368	319	276	131	606	695
H12445-200	423	214	403	78	426	370	317	149	712	814
H12445-203	396	212	380	76	402	349	305	142	661	753
H8711	229	132	224	49	245	197	189	89	375	447
H8711-01	180	150	181	44	197	158	162	72	295	339
H8711-03	230	132	225	49	246	198	189	89	376	449
H8711-04	183	150	182	44	197	164	162	72	297	339
H8711-20	178	168	184	47	207	141	171	76	283	356
H8711-100	285	152	273	56	291	255	221	104	475	541
H8711-200	361	184	344	68	368	320	274	129	605	692
H8711-10	229	132	224	49	245	197	189	89	375	447
H8711-11	180	150	181	44	197	158	162	72	295	339
H8711-13	230	132	225	49	246	198	189	89	376	449
H8711-14	183	150	182	44	197	164	162	72	297	339

5.3.3 Calcolo della massima carica anodica

Per stabilire la specifica presentata al paragrafo 1.9 della massima carica anodica Q_{anodo}^{max} che deve poter essere acquisita senza causare la saturazione della dinamica disponibile del segnale, è stata usata la formula (5.60), in cui E_g^{max} è la massima energia di interesse dei fotoni gamma emessi dai radiofarmaci usati nelle tecniche SPECT.

$$Q_{anodo}^{max} = E_g^{max} \cdot LY \cdot \epsilon_R^{max} \cdot QE^{max} \cdot \epsilon_{ACC} \cdot G_{PMT}^{min} \cdot q_e. \quad (5.60)$$

q_e è la carica dell'elettrone e G_{PMT}^{min} rappresenta il minimo guadagno del tubo fotomoltiplicatore utilizzato. La carica anodica massima è relativa al minimo guadagno del tubo fotomoltiplicatore, poichè, per adattare la massima carica acquisita alla dinamica del segnale, è possibile modificare anche il guadagno del MAPMT, ma una volta fissato il guadagno al suo valore minimo è indispensabile che sia l'elettronica a garantire la corretta acquisizione della carica massima, non potendo più

ridurla diminuendo il guadagno del tubo fotomoltiplicatore. Il parametro dell'efficienza di raccolta ϵ_R^{max} dei fotoni di scintillazione sull'area del fotocatodo relativa ad un anodo, è stata valutata con il modello presentato al paragrafo 5.1 e nelle condizioni operative descritte al sottoparagrafo 5.3.1, che assicurano la maggiore percentuale possibile di raccolta di fotoni di scintillazione su un singolo canale. Gli altri parametri della formula (5.60) sono stati descritti al sottoparagrafo 5.3.2. In tabella 5.7 sono riportati i massimi valori di carica anodica, relativi ad una energia E_g^{max} dei fotoni gamma interagenti sul cristallo di 300 keV, che è considerata la massima energia dei fotoni gamma rivelati con la tecnica SPECT. I valori dei parametri nella formula (5.60) utilizzati per ottenere i valori nella tabella sono quelli relativi alla documentazione degli scintillatori e dei MAPMT considerati.

Tabella 5.7: *Massime cariche anodiche, espresse in pC, valutate mediante la formula (5.60) per ogni combinazione di cristallo scintillante e tubo fotomoltiplicatore multi-anodo considerati. Tali valori di carica sono relativi a interazioni di fotoni gamma a 300 keV.*

	NaI:Tl	CsI:Tl	CsI:Na	BGO	LYSO	YAP	LSO	GSO	LaBr ₃	SrI ₂
H8500	6.9	3.7	6.7	1.2	7.6	6.0	5.7	2.5	11.7	14.1
H8500-03	6.9	3.7	6.7	1.2	7.6	6.0	5.7	2.5	11.8	14.2
H10966	2.7	1.5	2.7	0.5	3.0	2.4	2.3	1.0	4.7	5.7
H10966-100	3.5	1.7	3.3	0.6	3.7	3.2	2.7	1.2	6.0	6.9
H12700	2.1	1.2	2.1	0.4	2.3	1.8	1.8	0.8	3.7	4.4
H12700-03	2.2	1.2	2.1	0.4	2.3	1.9	1.8	0.8	3.7	4.4
H9500	6.0	3.2	5.8	1.0	6.5	5.1	4.9	2.1	10.2	12.3
H9500-03	6.0	3.2	5.8	1.0	6.5	5.1	4.9	2.1	10.2	12.3
H12428-100	0.5	0.2	0.4	0.1	0.5	0.4	0.4	0.2	0.8	0.9
H12428-103	0.5	0.2	0.5	0.1	0.5	0.5	0.4	0.2	0.9	1.0
H12428-200	0.6	0.3	0.6	0.1	0.6	0.5	0.5	0.2	1.0	1.2
H12428-203	0.6	0.3	0.5	0.1	0.6	0.5	0.4	0.2	1.0	1.1
H12445-100	0.6	0.3	0.5	0.1	0.6	0.5	0.4	0.2	1.0	1.1
H12445-103	0.6	0.3	0.6	0.1	0.6	0.5	0.5	0.2	1.1	1.2
H12445-200	0.7	0.4	0.7	0.1	0.7	0.6	0.5	0.2	1.3	1.5
H12445-203	0.7	0.3	0.7	0.1	0.7	0.6	0.5	0.2	1.2	1.4
H8711	4.3	2.3	4.2	0.7	4.6	3.6	3.5	1.5	7.3	8.8
H8711-01	0.3	0.3	0.3	0.1	0.4	0.3	0.3	0.1	0.6	0.7
H8711-03	4.3	2.3	4.2	0.7	4.6	3.6	3.5	1.5	7.3	8.9
H8711-04	0.3	0.3	0.3	0.1	0.4	0.3	0.3	0.1	0.6	0.7
H8711-20	0.2	0.2	0.2	0.0	0.2	0.2	0.2	0.1	0.3	0.4
H8711-100	3.3	1.6	3.1	0.5	3.3	2.9	2.5	1.1	5.7	6.5
H8711-200	4.2	2.0	4.0	0.7	4.3	3.7	3.1	1.4	7.3	8.4
H8711-10	0.6	0.3	0.6	0.1	0.6	0.5	0.5	0.2	1.0	1.2
H8711-11	0.1	0.1	0.1	0.0	0.1	0.1	0.1	0.0	0.1	0.2
H8711-13	0.6	0.3	0.6	0.1	0.6	0.5	0.5	0.2	1.0	1.2
H8711-14	0.1	0.1	0.1	0.0	0.1	0.1	0.1	0.0	0.1	0.2

5.3.4 Calibrazione numerica per il Maximum Likelihood

In questo lavoro di tesi è stato proposto un metodo per ottenere le alte risoluzioni spaziali, ottenibili con il metodo di stima della massima verosimiglianza (chiamato metodo MLE - *Maximum Likelihood Estimation* e spiegato al sottoparagrafo 5.2.5), evitando le lunghe procedure di

calibrazione delle gamma camere, necessarie per avere un'indicazione della risposta media di ogni anodo in funzione della posizione di scintillazione. Tali procedure prevedono la scansione 2D di un fascio di raggi gamma, rispetto alla superficie di ingresso della radiazione di una gamma camera, per collezionare la risposta media della distribuzione di luce misurata per ogni posizione del fascio in una matrice bidimensionale di posizioni sul piano. Tali misurazioni sono molto lunghe, poichè, per ogni posizione del fascio, devono essere raccolti molti eventi di scintillazione e, tipicamente, il collimatore utilizzato per indirizzare il fascio deve avere una risoluzione molto migliore di quella intrinseca della gamma camera da calibrare, comportando un abbassamento dell'efficienza del collimatore e il conseguente aumento della durata della calibrazione. Inoltre, la calibrazione deve essere ripetuta qualora qualche parametro della gamma camera cambiasse.

Il metodo proposto è basato sulla creazione di una matrice di calibrazione calcolata numericamente per mezzo del modello della distribuzione di luce descritto al paragrafo 5.1. In figura 5.12 è mostrato lo schema delle operazioni per l'applicazione del metodo proposto.

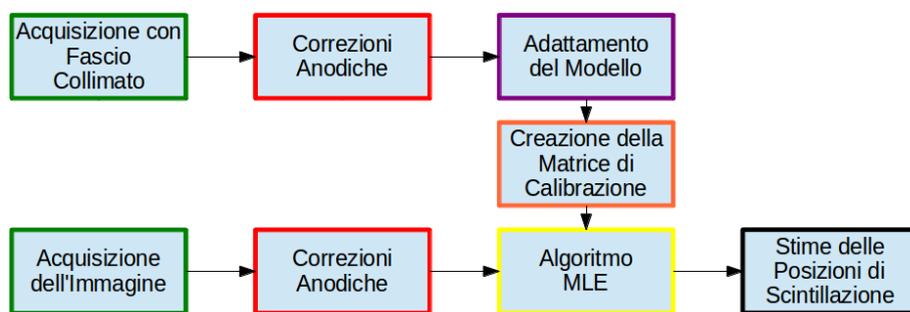


Figura 5.12: Schema di principio per l'utilizzo del metodo della massima verosimiglianza applicato a delle matrici di calibrazione calcolate per mezzo del modello della distribuzione di luce descritto al paragrafo 5.1

Invece di effettuare delle misurazioni con un fascio di raggi gamma in $M \times M$ posizioni (M è il numero di posizioni del fascio di raggi gamma lungo un lato della gamma camera durante la normale procedura di calibrazione tipica del metodo MLE), è sufficiente eseguire le misurazioni in una sola posizione del fascio, tipicamente al centro del cristallo. Ciò riduce notevolmente i tempi necessari alla calibrazione. Dopo aver corretto i valori anodici misurati per ogni evento di scintillazione, come riportato al paragrafo 6.1, è stata utilizzata tale misurazione per adattare il modello della distribuzione di luce alla distribuzione media effettivamente misurata. I parametri iniziali del modello sono quelli nominali derivanti dalla documentazione dei componenti di cui è composta la gamma camera. I parametri incogniti o più incerti sono, invece, variati nel modello per raggiungere un buon accordo tra le distribuzioni di luce modellizzata e sperimentale, entrambe relative ad una distribuzione delle profondità di interazione dei raggi gamma nel cristallo esponenziale decrescente. Un esempio di adattamento delle distribuzioni di luce modellizzate e sperimentali, nel caso della gamma camera descritta in tabella 5.8, è mostrato in figura 5.13. Dopo aver trovato i parametri del modello che ne permettono l'adattamento con le distribuzioni sperimentali, è possibile creare la matrice di calibrazione a partire dal modello adattato. Il vantaggio di questo metodo risiede

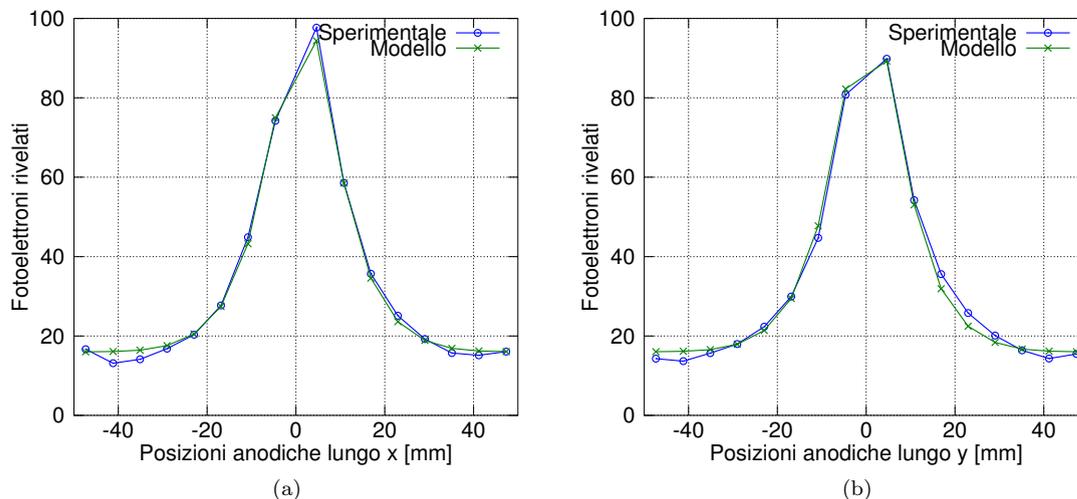


Figura 5.13: Esempio di un adattamento tra le distribuzioni medie anodiche, modellizzate e sperimentali (misurate con la gamma camera descritta in tabella 5.8), lungo le due direzioni del piano di rivelazione: direzione x (a) e direzione y (b).

nella capacità del modello di calcolare in poco tempo un elevato numero di distribuzioni anodiche medie relative a posizioni di scintillazione diverse. L'alta densità spaziale dei punti di scintillazione considerati nella matrice di calibrazione permette di velocizzare l'esecuzione dell'algoritmo MLE, poiché la funzione di verosimiglianza espressa nella formula (5.52) non verrà calcolata interpolando le verosimiglianze dei più vicini punti calibrazione, ma sarà valutata solamente sui punti di calibrazione stessi. Il miglioramento dei tempi di elaborazione è dato anche dalla semplificazione dei metodi di massimizzazione della funzione di verosimiglianza. Infatti, invece di usare metodi che tendono alla stima ottima per approssimazioni successive effettuate tramite il calcolo numerico della derivata della funzione di verosimiglianza (come, ad esempio, i metodi del gradiente, di Newton o di Armijo), è possibile usare un metodo di massimizzazione che valuta la verosimiglianza per ogni punto di calibrazione in un insieme di punti selezionato, e sceglie poi come stima della posizione quella del punto di calibrazione che ha restituito la più alta verosimiglianza. La risoluzione spaziale ottenibile con questi accorgimenti è limitata dal passo dei punti di calibrazione, ma, data l'alta densità dei punti di calibrazione ottenibile grazie ai ridotti tempi di calcolo del modello utilizzato, è possibile porre tale limite ben al di sotto della risoluzione intrinseca della gamma camera. Inoltre, il modello è in grado di fornire delle distribuzioni anodiche medie relative a delle profondità di interazione ben precise, a differenza di ciò che si riesce ad ottenere con delle tipiche misurazioni per la calibrazione di una gamma camera, le quali restituiscono delle distribuzioni anodiche medie che comprendono i contributi di più profondità di interazione. Quindi, mediante l'uso del modello si crea una matrice di calibrazione, non bidimensionale come avviene normalmente, ma tridimensionale, che restituisce, per ogni punto di scintillazione (x,y,z) nel cristallo scintillante, le distribuzioni

anodiche medie della gamma camera. La diretta conseguenza è che, mediante l'applicazione dell'algoritmo della massima verosimiglianza descritto al paragrafo 5.2.5, è possibile avere, per ogni fotone gamma interagente nel cristallo, una stima della sua posizione, non solo lungo le direzioni nel piano di ingresso della radiazione (x e y), ma anche lungo lo spessore del cristallo (z). In figura 5.14 è mostrato un esempio di distribuzione di profondità di interazione (DOI - *Depth of Interaction*) stimate, relativo alla gamma camera descritta in tabella 5.8.

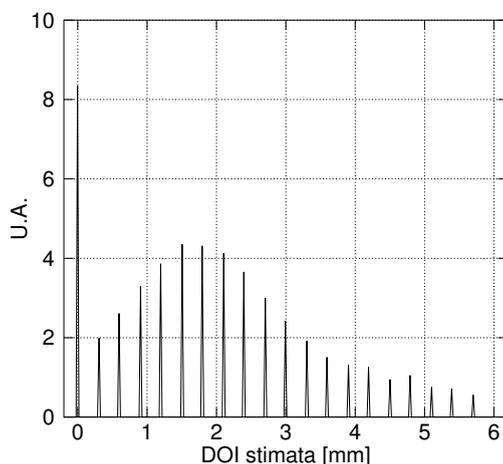


Figura 5.14: Distribuzione di esempio delle profondità di interazione (DOI - *Depth of Interaction*) stimate dei raggi gamma interagenti nel cristallo, calcolate con il metodo dell'MLE applicato ad una matrice 3D di calibrazione che è stata creata con il modello descritto al paragrafo 5.1. I dati sono stati acquisiti con la gamma camera descritta in tabella 5.8.

La conoscenza delle profondità di interazione dei fotoni gamma è utile per correggere gli errori di parallasse che si hanno, facendo uso di collimatori a *pin-hole* (si veda il paragrafo 1.4). Una volta corretto tale errore, l'immagine prodotta è caratterizzata da una migliore risoluzione spaziale.

Tabella 5.8: Descrizione della gamma camera con la quale sono state effettuate le misurazioni, impiegate per validare l'uso del metodo della massima verosimiglianza applicato ad una matrice di calibrazione numerica (creata con il modello della distribuzione di luce presentato al paragrafo 5.1).

Componente	Descrizione
Collimatore	Singolo pin-hole con fattore di magnificazione 2.5
Cristallo scintillante	NaI:Tl monolitico di dimensioni 100x100x6 mm ³ , con una finestra di vetro spessa 4.5 mm
Grasso ottico	Bicron BC-630 (Saint Gobain, Newbury, Ohio)
Fotorivelatori	Matrice 2x2 di MAPMT H10966 (si consulti la tabella 1.5)
Elettronica di lettura	Schede a componenti discreti descritte in [16]

Applicando il metodo appena descritto ad un insieme di misurazioni effettuate a diversi angoli sul fantoccio mostrato in figura 5.15a, e utilizzando la gamma camera descritta in tabella 5.8, è stato possibile produrre 144 immagini del fantoccio, ottenute dalla rotazione del fantoccio a passi di 2.5° (360°/144). Dopo aver adattato il modello ai dati sperimentali, è stata prodotta una matrice di calibrazione 3D relativa a 150x150x21 punti di scintillazione nel volume del cristallo scintillante.

Tale densità di punti di calibrazione permette di ottenere delle risoluzioni spaziali minime pari a 0.66 mm, impiegando il metodo di massimizzazione della funzione di verosimiglianza descritto in precedenza.

La collaborazione con un gruppo di ricerca dell'università Johns Hopkins di Baltimora e le loro competenze negli algoritmi di ricostruzioni tomografiche [37, 38, 39], hanno portato alla ricostruzione 3D del fantoccio a partire dalle immagini proiettate alle varie angolazioni. In figura 5.15b è mostrato il risultato della tomografia sul piano ortogonale dell'asse di rotazione del fantoccio (lo spessore considerato è di 4 mm), in cui si riescono a distinguere bene le barre radioattive da 1 mm di diametro e quelle con diametro superiore. Invece, le barre da 0.75 mm non sono tutte completamente distinguibili.

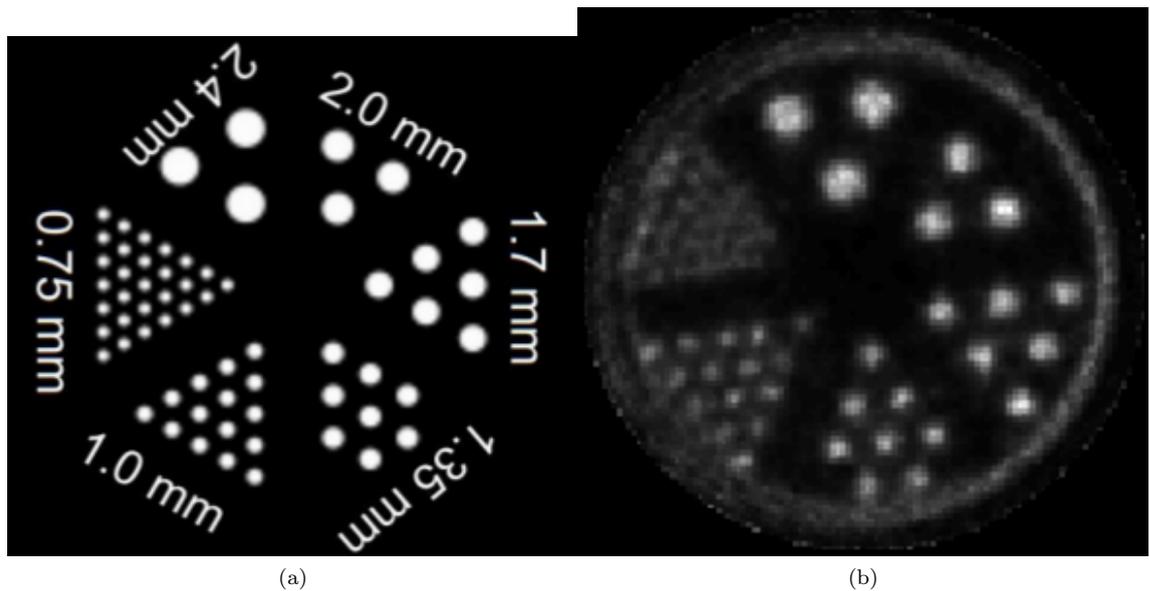


Figura 5.15: Schema del fantoccio utilizzato per validare la bontà del metodo descritto al sottoparagrafo 5.3.4 (a). Risultato della tomografia, effettuata su 144 immagini create con il metodo descritto, sul piano ortogonale all'asse di rotazione del fantoccio (b).

Capitolo 6

Correzione e Filtraggio dei Dati

I pacchetti di dati, uscenti dalla gamma camera descritta nei capitoli precedenti basata su un'elettronica di lettura multi-canale, contengono le informazioni di tutte le cariche anodiche acquisite per ogni singolo evento di scintillazione nel cristallo. I pacchetti relativi agli eventi ritenuti utili sono tipicamente trasmessi ad un calcolatore che li corregge e li elabora per creare un'immagine scintigrafica. L'*hardware* e il *firmware* progettati in questo lavoro di tesi e dedicati alla formazione dei pacchetti e alla loro trasmissione ad un calcolatore sono stati descritti rispettivamente ai paragrafi 4.2 e 4.3. In questo capitolo sono discusse le tecniche di correzione dei dati che sono state impiegate per creare delle immagini scintigrafiche. Le correzioni descritte permettono di migliorare le immagini finali in termini di:

- risoluzione spaziale,
- linearità,
- contrasto,
- uniformità.

In figura 6.1 è mostrato lo schema delle elaborazioni effettuate dal calcolatore per ottenere le immagini finali a partire dai dati grezzi, ovvero dai valori anodici acquisiti per ogni evento. Ogni passo dell'elaborazione presentato in figura 6.1 verrà discusso separatamente nei paragrafi di questo capitolo. In particolare, è previsto un pretrattamento dei segnali anodici acquisiti, descritto al paragrafo 6.1, per eliminare gli errori derivanti dai piedistalli dell'elettronica di lettura e dalla non-uniformità dei guadagni dei diversi anodi dell'MAPMT e dei diversi canali dell'elettronica. Una volta corrette le distribuzioni di carica acquisite, queste sono impiegate per stimare la posizione di interazione di ogni fotone gamma nel cristallo. Alcuni degli algoritmi utilizzati per ottenere tali stime sono stati descritti dal sottoparagrafo 5.2.2 al sottoparagrafo 5.2.5. Al paragrafo 6.2, verrà mostrato come utilizzare le stime delle posizioni di scintillazione per correggere la dipendenza dell'energia misurata da esse. Dopo aver eliminato la dipendenza spaziale dell'energia misurata,

si ottiene una migliore risoluzione energetica dello spettro dell'immagine ed è possibile, in queste condizioni, operare una migliore selezione degli eventi di fotopicco che formeranno un'immagine a più alto contrasto. Gli effetti della selezione degli eventi in energia e in larghezza delle distribuzioni di luce verranno mostrati al paragrafo 6.3. Al paragrafo 6.4 sarà spiegata la tecnica per la correzione delle distorsioni dell'immagine sviluppata in questo lavoro di tesi. Una volta corrette le distorsioni è, infine, possibile effettuare la correzione delle non-uniformità dell'immagine (discussa al paragrafo 6.5).

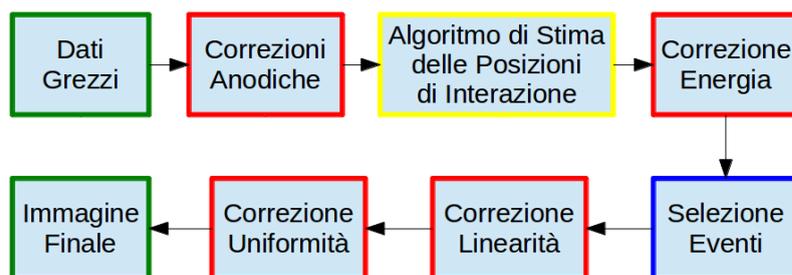


Figura 6.1: Schema delle elaborazioni effettuate da un calcolatore per ottenere un'immagine scintigrafica di alta qualità a partire dai valori anodici acquisiti per ogni evento.

In ogni paragrafo di questo capitolo verranno mostrati gli effetti delle correzioni applicate ai dati ottenuti dalla gamma camera, descritta in tabella 6.1, equipaggiata con un cristallo LFS (*Lutetium Fine Silicate*) di nuova generazione [40]. Lo scintillatore, essendo composto da Lutezio,

Tabella 6.1: Descrizione della gamma camera con cui sono state effettuate le misurazioni, alle quali sono state applicate le tecniche di correzione discusse in questo capitolo.

Componente	Descrizione
Cristallo scintillante	LFS monolitico di dimensioni 51x51x2 mm ³
Grasso ottico	Bicron BC-630 (Saint Gobain, Newbury, Ohio)
Fotorivelatore	MAPMT H10966 (si consulti la tabella 1.5)
Elettronica di lettura	Schede a componenti discreti descritte in [41, 20]

è caratterizzato da una radioattività intrinseca, che tende a peggiorare il contrasto delle immagini ricostruite. La misurazione presa in considerazione [42], per valutare l'efficacia delle correzioni proposte, ha fatto uso di un fantoccio, costituito da quattro numeri in piombo, posizionato sul piano del rivelatore, come mostrato in figura 6.2. Una sorgente di ^{99m}Tc da 2.2 mCi è stata posta a 3 m davanti al rivelatore per ottenere un'immagine in assorbimento dei numeri in piombo. I risultati presentati nelle figure di questo capitolo sono stati ottenuti mediante l'utilizzo di un *software* dedicato al trattamento dei dati scintigrafici, che è descritto nell'appendice A.



Figura 6.2: *Fantoccio di numeri in piombo posizionato davanti al piano di rivelazione della gamma camera descritta in tabella 6.1 (in assenza di collimatore) per ottenere delle immagini in trasmissione con una sorgente di ^{99m}Tc posta a 3 m davanti al rivelatore, al fine di valutare la bontà delle correzioni proposte.*

6.1 Correzione dei segnali anodici

I valori di carica anodici sono affetti da errori sistematici che possono essere suddivisi in due gruppi principali:

- errori di *offset*,
- errori di guadagno.

Gli errori di *offset* sono quegli errori, introdotti dal sistema di misura, che si manifestano in uscita sovrapposti al segnale acquisito ed indipendenti da esso. In una gamma camera basata su un sistema di lettura in modalità *free-run* e su tubi fotomoltiplicatori, gli errori di *offset* sui valori anodici acquisiti sono principalmente causati: dalle correnti di buio introdotte dai fotomoltiplicatori, dalle correnti di *bias* di ingresso degli operazionali e dalla carica iniettata dagli interruttori di azzeramento posti in parallelo alle capacità di retroazione (per gli ultimi due contributi, si faccia riferimento allo schema semplificato dei sistemi di lettura in modalità *free-run* di figura 1.9). Gli errori di guadagno, invece, determinano un'amplificazione del segnale diversa da quella attesa e sono dovuti alle differenze dei guadagni dei PMT (o dei vari canali di un MAPMT) e dalla tolleranza delle capacità dei condensatori di retroazione (per le gamma camere suddette, basate su sistemi in modalità *free-run*). I due tipi di errore appena discussi possono essere corretti separatamente, e normalmente vengono corretti prima gli errori di *offset* e dopo quelli di guadagno. Le due correzioni sono attuate grazie a due misurazioni distinte effettuate in particolari condizioni.

Per correggere gli errori di *offset* si deve effettuare una misurazione dei piedistalli di tensione in assenza di eventi di scintillazione nel cristallo. Il tubo fotomoltiplicatore deve essere alimentato alla tensione di normale utilizzo per considerare anche i contributi delle sue correnti di buio. Per ottenere l'assenza di eventi di scintillazione è possibile o effettuare la misurazione senza cristallo scintillante o schermare la gamma camera dalle radiazioni. In entrambi i casi è necessario effettuare

una selezione dei dati acquisiti in base al loro spettro di energia, al fine di eliminare i contributi delle scintillazioni ad elevata energia (radioattività ambientale difficile da schermare) o per scartare i pacchetti in cui uno dei valori anodici è troppo alto a causa di eventuali disturbi esterni determinati da interferenze sull'elettronica di lettura. I pacchetti selezionati possono essere tra loro mediati per ottenere la matrice di correzione degli *offset*, composta da un numero di elementi pari al numero di anodi. L'applicazione della correzione degli *offset* consiste nel sottrarre ad ogni pacchetto acquisito (rappresentabile come una matrice di valori anodici) la matrice di correzione degli *offset*. In figura 6.3a è mostrata come esempio la matrice di correzione degli *offset* ottenuta con il procedimento suddetto.

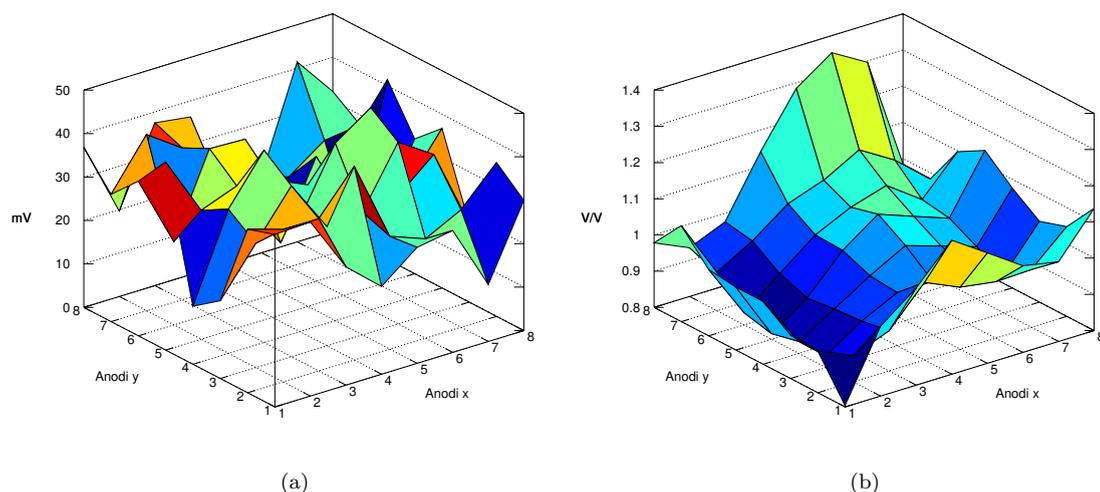


Figura 6.3: Matrici delle correzioni degli errori di offset (a) e di guadagno (b).

Per correggere gli errori di guadagno, invece, è necessario effettuare una misurazione detta di *flood-field*, ovvero in condizioni di irraggiamento gamma uniforme su tutto il campo di vista della gamma camera. Per ottenere tale condizione, tipicamente si pone una sorgente radioattiva (di dimensioni molto inferiori al campo di vista della camera) ad una distanza, dal rivelatore privo di collimatore, sufficiente a considerare l'irraggiamento uniforme. I pacchetti acquisiti in tale misurazione devono essere corretti con la matrice degli *offset* determinata in precedenza, prima di selezionare gli eventi di fotopicco nello spettro di energia e calcolare da essi la matrice di correzione dei guadagni. I pacchetti, corretti in *offset* e selezionati in fotopicco, vengono mediati tra di loro. La matrice risultante di valori medi acquisiti per ogni anodo viene poi normalizzata alla media dei suoi elementi. Viene, infine, calcolato il reciproco di ogni elemento della matrice normalizzata per ottenere la matrice di correzione dei guadagni, che è usata per correggere i pacchetti acquisiti dalla gamma camera. Al fine di effettuare la correzione dei guadagni, la matrice dei valori anodici acquisiti relativa ad un generico evento di scintillazione, dopo essere stata corretta con la matrice degli *offset*, deve essere moltiplicata, elemento per elemento, per la matrice di correzione

dei guadagni.

Il metodo sopra descritto, di creazione della matrice di correzione dei guadagni, prevede di mediare i valori corrispondenti ad un anodo relativi a tutti gli eventi selezionati. In questo modo, la maggior parte dei valori anodici mediati sono quelli delle code campionate delle distribuzioni di luce. Di conseguenza, un anodo al bordo raccoglierà mediamente code meno intense delle distribuzioni di luce rispetto ad un anodo al centro del rivelatore, determinando un'abbassamento del guadagno misurato rispetto a quello effettivo e peggiorando l'accuratezza della correzione dei guadagni. Per migliorare tale accuratezza, è stato proposto un altro metodo. Questo consiste nel considerare, come valori da mediare relativi ad un dato anodo, solo quelli che su tale anodo presentano il massimo della distribuzione di luce. Così facendo, per ogni anodo verranno mediati un numero inferiore di valori, ma questi saranno più significativi e indipendenti dalla posizione anodica. Rimarrà comunque una leggera dipendenza dalla posizione anodica, dovuta alle eventuali riflessioni e diffusioni della luce di scintillazione sulle pareti laterali del cristallo, che tendono ad aumentare il guadagno misurato sugli anodi di bordo. Comunque, tale effetto tende a ridurre l'asimmetria di una distribuzione di luce corretta la cui scintillazione è avvenuta vicino al bordo del cristallo. In figura 6.3b è mostrata come esempio la matrice di correzione dei guadagni ottenuta, mediante l'ultimo metodo discusso, con la gamma camera descritta in tabella 6.1.

In figura 6.4 sono mostrate le distribuzioni medie di luce (misurate dagli anodi) relative ad un fascio gamma collimato al centro del cristallo prima (figura 6.4a) e dopo (figura 6.4b) aver effettuato le correzioni degli *offset* e dei guadagni. Come si nota, la regolarità delle distribuzioni di luce corrette è notevolmente aumentata, determinando il miglioramento la qualità finale dell'immagine.

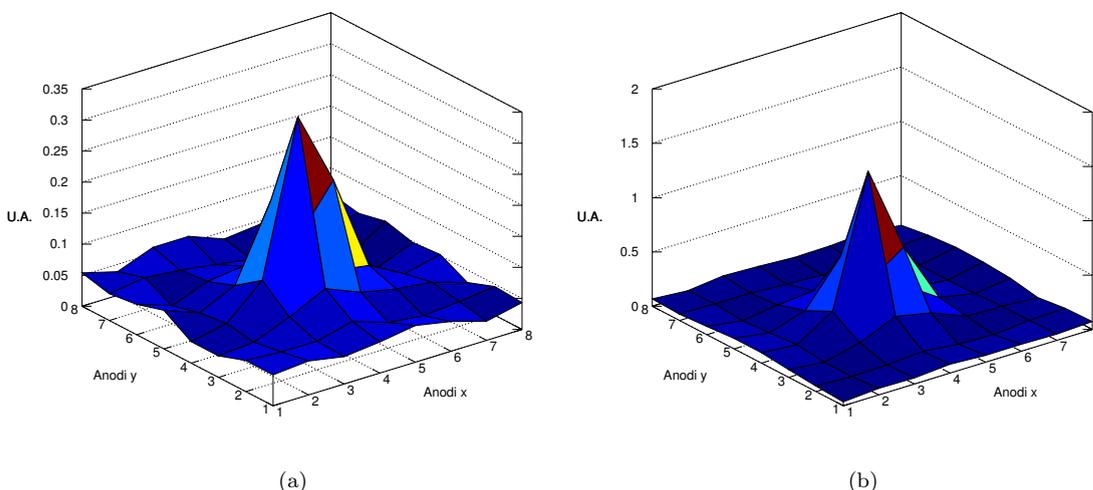


Figura 6.4: Distribuzioni di luce medie misurate con la gamma camera descritta in tabella 6.1, prima (a) e dopo (b) aver effettuato le correzioni degli *offset* e dei guadagni descritte in questo paragrafo. Le distribuzioni sono relative ad un fascio collimato di raggi gamma, posizionato al centro del cristallo.

6.2 Correzione dell'energia

Dopo aver corretto le distribuzioni di luce come discusso al paragrafo 6.1, queste possono essere elaborate da un algoritmo per stimare le posizioni di interazione dei fotoni gamma nel cristallo scintillante. Come riportato ai sottoparagrafi 5.2.4 e 5.2.5, esistono algoritmi che permettono di ottenere immagini con una buona linearità spaziale, anche senza effettuare le correzioni di linearità. Però, per rendere più evidenti i miglioramenti introdotti dalle correzioni di cui si parlerà nei prossimi paragrafi (soprattutto in termini di linearità), si è scelto di utilizzare l'algoritmo del baricentro dei quadrati (SCOG), trattato al sottoparagrafo 5.2.3, che produce delle evidenti distorsioni dell'immagine, specialmente quando applicato a delle gamma camere basate su cristalli sottili, come quella utilizzata per le misurazioni descritte in questo capitolo.

Dopo l'applicazione dell'algoritmo SCOG, ad ogni evento di scintillazione sono associate delle coordinate di scintillazione e il valore di energia associato all'evento, calcolata come somma di tutti i valori anodici (corretti in *offset* e in guadagno) dell'evento. Eventualmente ad ogni evento sono associati altri parametri di cui si discuterà al paragrafo 6.3. Quindi, facendo uso dei dati ottenuti da una misurazione di *flood-field* (in modo da avere una distribuzione il più possibile uniforme delle stime delle posizioni di scintillazione sul piano del rivelatore), è possibile suddividere l'immagine risultante in tante piccole aree, di cui si possono visualizzare gli spettri energetici. Come si osserva in figura 6.5, aree in posizioni diverse nell'immagine sono caratterizzate da spettri con energie di fotopicco diverse. Questa disomogeneità di energie di fotopicco determina, sull'immagine totale, un peggioramento della risoluzione energetica, che non consente di effettuare una buona selezione in energia degli eventi al fine di migliorare, per quanto possibile, il contrasto dell'immagine. Al

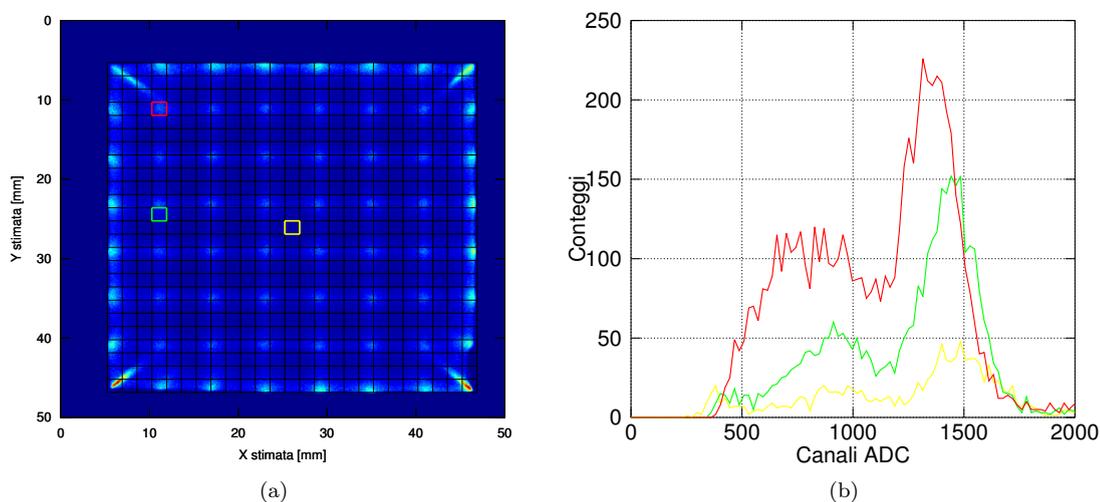


Figura 6.5: Immagine di flood-field a tutto spettro con la divisione in aree sulle quali sono state calcolate le energie di fotopicco per migliorare la risoluzione energetica relativa a tutta l'immagine (a). In (b) sono mostrati gli spettri delle tre aree evidenziate in giallo, verde e rosso nell'immagine di flood-field (a), in cui si notano le diverse energie di fotopicco.

fine di ridurre tale disomogeneità, si registrano le energie di fotopicco di ogni area dell'immagine e si usa il loro reciproco, normalizzato all'energia di fotopicco mediata su tutte le aree dell'immagine, come fattore correttivo dell'energia misurata per ogni evento in funzione della posizione stimata.

Applicando la procedura di correzione delle energie appena illustrata, alla lista delle stime delle posizioni di scintillazione e delle energie relative ad una misurazione di *flood-field*, si ottiene uno spettro di energia corretto, riportato in figura 6.6b insieme allo spettro prima della correzione. Per correggere le energie degli eventi acquisiti, è stata applicata ad esse la mappa dei fattori

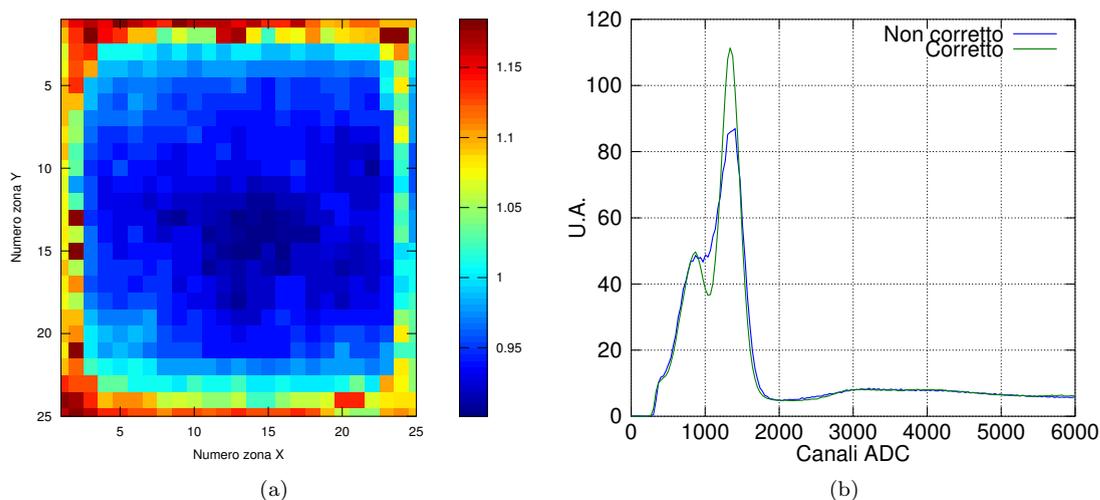


Figura 6.6: Mappa dei fattori correttivi dell'energia misurata in funzione della posizione sull'immagine (a). Spettri di energia dell'intera immagine di flood-field prima e dopo la correzione (b). L'energia è misurata in numero di canali degli ADC.

correttivi mostrata in figura 6.6a. Il fattore correttivo dell'energia stimata di un evento è scelto tra i valori della mappa della figura 6.6a in base a quale area, delle 25x25 aree mostrate in figura 6.5a, contiene la posizione di interazione stimata. Come si vede dai due spettri in figura 6.6b, la correzione apportata determina il passaggio da una risoluzione energetica del fotopicco del 32 % ad una del 25 %, che permette di distinguere i due picchi nello spettro.

6.3 Selezione degli eventi di scintillazione

Non tutti i pacchetti acquisiti sono utili per la formazione di una immagine di alta qualità. Come già discusso al paragrafo 1.3, è necessario selezionare gli eventi di scintillazione all'interno del fotopicco nello spettro di energie, per migliorare il contrasto dell'immagine. Infatti, quest'ultimo peggiora in presenza di eventi che hanno subito effetto Compton nel paziente o nel cristallo scintillante. Grazie alla correzione delle energie descritta al paragrafo 6.2, la risoluzione energetica del fotopicco migliora ed è possibile separare con una maggiore selettività gli eventi di fotopicco da quelli diffusi per effetto Compton.

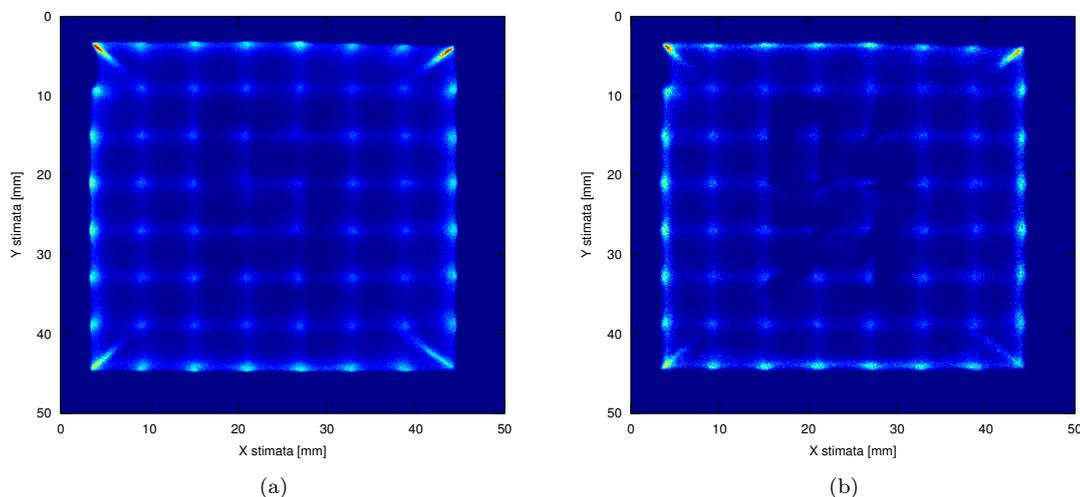


Figura 6.7: Immagini, ottenute con la gamma camera descritta in tabella 6.1, del fantoccio mostrato in figura 6.2 effettuando (b) o meno (a) le selezioni in energia e in larghezza delle distribuzioni di luce degli eventi.

Inoltre, è opportuno effettuare una ulteriore selezione degli eventi sulla base di altri parametri che permettono di scartare gli eventi caratterizzati da una distribuzione di luce stretta rispetto alla dimensione degli anodi. La stima della posizione di interazione di tali eventi di scintillazione produce solitamente degli artefatti, poichè la distribuzione di luce viene sottocampionata dal fotoregistratore, causando il fenomeno dell'*aliasing* secondo il teorema di Shannon del campionamento. Dato che la distribuzione di luce di questi eventi è concentrata quasi solo su un anodo, gli algoritmi del baricentro (COG) e del baricentro dei quadrati (SCOG) producono delle stime della posizione praticamente coincidenti con le coordinate dell'anodo più sollecitato, rendendo non fruibile l'immagine. Le distribuzioni così strette possono essere dovute ad eventi di scintillazione molto vicini al fotocatodo o all'invecchiamento del tubo fotomoltiplicatore che può presentare degli anodi con un'alta probabilità di collezionare segnali intensi. Per effettuare la selezione dei pacchetti acquisiti in base alla larghezza delle distribuzioni di luce, è necessario avere uno stimatore di tale larghezza. La stima della larghezza della distribuzione di luce è spesso usata come parametro per determinare la profondità di interazione del fotone gamma nel cristallo, poichè tale larghezza aumenta con la distanza di propagazione della luce. Il più semplice stimatore della larghezza della distribuzione di luce è dato dal rapporto tra l'energia misurata dell'evento e il valore anodico massimo del pacchetto ricevuto [43], chiamato in letteratura N/I . Bassi valori di tale parametro sono relativi a distribuzioni di luce strette che devono essere scartate per la formazione dell'immagine. Un altro stimatore della larghezza della distribuzione di luce ottenibile con i metodi di fit (discussi al sottoparagrafo 5.2.4) è il parametro relativo alla larghezza della funzione di fit alla fine della procedura iterativa di minimizzazione della funzione di costo (come r_0 nella funzione di fit espressa nella formula (5.57)).

L'immagine del fantoccio dei numeri in piombo mostrato in figura 6.2, è riportata in figura

6.7 prima (figura 6.7a) e dopo (figura 6.7b) aver selezionato gli eventi in energia di fotopicco e in larghezza delle distribuzioni di luce (scartando il 3 % degli eventi totali relativi alle distribuzioni più strette). Come si osserva dalla figura 6.7a, non è possibile identificare i numeri in piombo senza la selezione in energia, a causa del predominante fondo di radioattività intrinseca proprio del cristallo utilizzato (LFS).

6.4 Correzione delle distorsioni

La lista delle posizioni di scintillazione stimate e delle energie corrette (come descritto al paragrafo 6.2), relative agli eventi selezionati in energia e in larghezza delle distribuzioni di luce (come discusso al paragrafo 6.3), può essere impiegata per creare un'immagine come quella di figura 6.7b, che, però, è ancora affetta da evidenti distorsioni ai bordi e vicino ai centri degli anodi. Queste ultime sono causate da una larghezza delle distribuzioni di luce comparabile con il passo degli anodi del MAPMT utilizzato. Ciò è dovuto principalmente al basso spessore di cristallo utilizzato (2 mm) e all'impiego dell'algoritmo del baricentro dei quadrati (SCOG) che tende a ridurre ulteriormente la larghezza delle distribuzioni di luce acquisite. Per correggere le distorsioni dell'immagine è necessario effettuare una trasformazione affine delle coordinate stimate degli eventi di scintillazione. La soluzione adottata normalmente prevede l'esecuzione di una misurazione di fasci di raggi gamma collimati posizionati su una griglia bidimensionale sull'intero campo di vista della gamma camera [44, 45]; ad ogni posizione meccanica dei fasci collimati viene poi associata la posizione stimata media e vengono create a partire da tali associazioni delle funzioni di calibrazione delle coordinate stimate. Tale metodo però, richiedendo una misurazione aggiuntiva e un numero di posizioni dei fasci collimati abbastanza elevato per correggere efficacemente le posizioni stimate, risulta piuttosto laborioso. Altri metodi di correzione delle distorsioni prevedono, invece, l'utilizzo di misurazioni di *flood-field* [46] che vengono normalmente utilizzate anche per la creazione della matrice di correzione dei guadagni anodici (come discusso al paragrafo 6.1). Tale soluzione è preferibile in quanto richiede un minor numero di misurazioni da effettuare. Il principio su cui si basa tale metodo risiede nella presunta conoscenza della distribuzione delle posizioni di interazione dei raggi gamma nel cristallo. Essendo questa distribuzione uniforme, si vorrebbe idealmente che anche la distribuzione delle coordinate stimate fosse tale. Perciò, l'immagine viene localmente espansa o compressa per ottenere una distribuzione uniforme delle coordinate stimate. Il metodo proposto da [46] è basato su un complesso e lungo algoritmo iterativo per il calcolo della matrice di trasformazione affine che associa ad una generica posizione stimata (\hat{x}, \hat{y}) la coordinata corretta (\hat{x}_c, \hat{y}_c) . La complessità dell'algoritmo è data dai due gradi di libertà della correzione di ogni posizione stimata (correzione in x e correzione in y) per ottenere una distribuzione uniforme, che rendono la scelta non ovvia, richiedendo l'ausilio di procedure iterative di ottimizzazione. Il metodo sviluppato durante questo lavoro di tesi è una versione semplificata di quello proposto

da [46], in quanto si basa sull'assunzione semplificativa che la correzione della coordinata x non dipenda dalla coordinata y e viceversa. In questo modo la correzione è priva di ambiguità, perchè c'è un solo grado di libertà per la correzione di una coordinata, e non sono necessari algoritmi iterativi di ottimizzazione. Sebbene tale procedura sia vantaggiosa in termini di tempo di calcolo, essa non corregge in modo ottimale tutti i tipi di distorsioni ma solo quelli che seguono le direzioni cartesiane del piano di rivelazione. Ciononostante, il metodo risulta efficace per gamma camere basate su geometrie rettangolari di cristalli scintillanti e fotorivelatori, le quali costituiscono la maggioranza dei nuovi sistemi scintigrafici.

Il metodo proposto per la correzione delle distorsioni prevede la trasformazione della distribuzione delle stime lungo una direzione, caratterizzata da una funzione densità di probabilità $P_{\hat{x}}(\hat{x})$ (nel caso della coordinata x), in una distribuzione nota contraddistinta da una funzione densità di probabilità $P_{\hat{x}_c}(\hat{x}_c)$. Nelle due distribuzioni si sono chiamate \hat{x} le coordinate stimate lungo x , e \hat{x}_c le coordinate stimate e poi corrette lungo x . L'obiettivo è quello di ricavare una funzione di calibrazione $\hat{x}_c(\hat{x})$, in modo da poter associare ad ogni posizione stimata \hat{x} una corretta \hat{x}_c . La funzione di calibrazione determinerà una trasformazione della distribuzione delle stime iniziale $P_{\hat{x}}(\hat{x})$ in una corretta $P_{\hat{x}_c}(\hat{x}_c)$ tale da soddisfare la seguente relazione:

$$\int_a^{\hat{x}} P_{\hat{x}}(x) dx = \int_{a'}^{\hat{x}_c} P_{\hat{x}_c}(x) dx, \quad (6.1)$$

dove a e a' rappresentano rispettivamente le coordinate degli inizi delle distribuzioni iniziale e corretta. La fine delle due distribuzioni è invece rappresentata da b per la distribuzione delle stime e da b' per la distribuzione delle stime corrette. Nella formula formula (6.1) si deve tener presente che la distribuzione delle stime $P_{\hat{x}}(x)$ è nota, mentre quella delle stime corrette è teoricamente conosciuta e pari ad una distribuzione uniforme, come espresso dalla formula (6.2).

$$P_{\hat{x}_c}(x) = \frac{1}{b' - a'} \quad (6.2)$$

Perciò, la formula (6.1) può essere sviluppata come segue:

$$\int_a^{\hat{x}} P_{\hat{x}}(x) dx = \int_{a'}^{\hat{x}_c} \frac{1}{b' - a'} dx = \frac{\hat{x}_c - a'}{b' - a'}. \quad (6.3)$$

Esplicitando, infine, la coordinata corretta \hat{x}_c , si ottiene nella formula (6.4) l'espressione finale della funzione di calibrazione per la coordinata x .

$$\hat{x}_c(\hat{x}) = (b' - a') \cdot \int_a^{\hat{x}} P_{\hat{x}}(x) dx + a' \quad (6.4)$$

Un analogo procedimento deve essere seguito per la correzione delle coordinate y stimate. L'applicazione della formula (6.4) è data dall'integrazione numerica dell'istogramma delle stime \hat{x} , opportunamente normalizzato e caratterizzato da classi di un'ampiezza tale da ridurre il rumore statistico pur mantenendo una buona discriminazione dei valori stimati. Per far ciò è necessario collezionare un alto numero di eventi di *flood-field*. Gli estremi dell'immagine finale (a' e b') devono

essere scelti in modo da rendere l'estensione dell'immagine lungo x (e lungo y) pari alla dimensione lungo x (lungo y) del campo di vista della gamma camera. Dopo aver calcolato le funzioni di calibrazione lungo le due coordinate cartesiane del piano di rivelazione, è possibile determinare le coordinate corrette tramite delle interpolazioni delle funzioni di calibrazione.

Il metodo appena descritto è stato applicato all'immagine in figura 6.7b dopo aver calcolato le funzioni di calibrazione lungo x e y a partire dall'immagine di *flood-field* corretta in energia e relativa agli eventi selezionati secondo i criteri descritti al paragrafo 6.3. Il risultato è mostrato in figura 6.8.

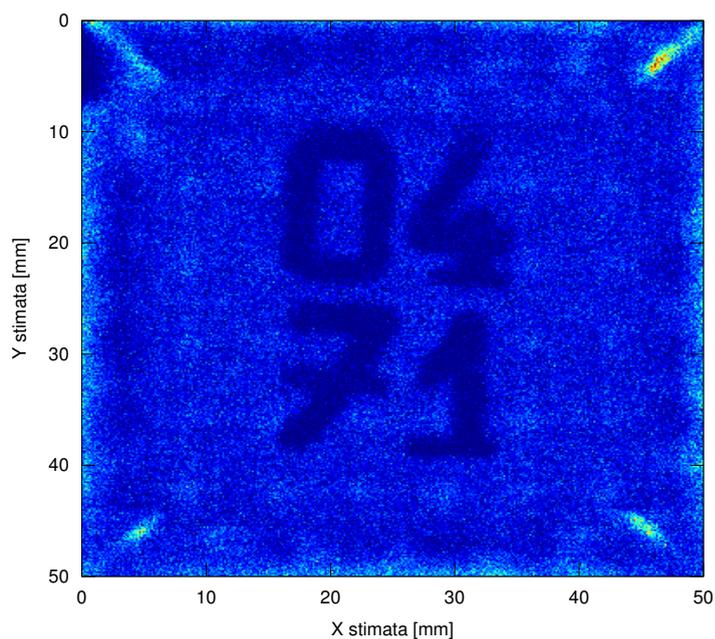


Figura 6.8: Risultato del metodo proposto di correzione delle distorsioni, applicato all'immagine di figura 6.7b. Le funzioni di calibrazione sono state calcolate applicando la formula (6.4) ai profili delle coordinate stimate di una misurazione di *flood-field*.

Facendo il confronto con l'immagine prima della correzione (figura 6.7b), si notano la scomparsa delle compressioni vicino ai centri anodici e la maggiore estensione dell'immagine, che rendono maggiormente visibili e meno distorti i numeri del fantoccio.

6.5 Correzione dell'uniformità

Dopo aver effettuato le correzioni descritte ai paragrafi precedenti, l'immagine risultante presenta ancora qualche artefatto sugli angoli e delle disuniformità da correggere. Dunque, è opportuno effettuare un'ulteriore correzione. Anche l'immagine di *flood-field* in figura 6.9a, corretta come discusso nei paragrafi precedenti, è ancora affetta da delle disuniformità di conteggi in alcune zone. La procedura per correggere l'uniformità di conteggi consiste nel suddividere l'immagine corretta di *flood-field* in tante aree rettangolari su cui calcolare il numero di conteggi. La matrice del numero

di conteggi viene normalizzata sulla media dei conteggi, per poi calcolare la matrice dei reciproci dei suoi elementi. Tale matrice rappresenta la matrice dei fattori correttivi da applicare ai conteggi dei pixel di un'immagine corretta con i metodi descritti nei paragrafi precedenti.

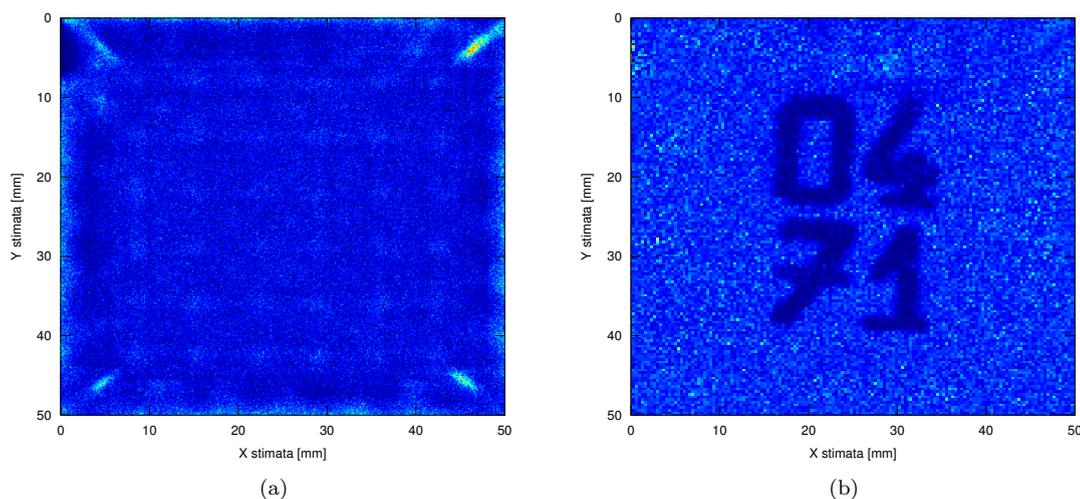


Figura 6.9: Immagine di flood-field corretta in energia e in linearità (a), che è stata usata per la creazione della matrice di correzione dell'uniformità di conteggi. Risultato della correzione dell'uniformità dell'immagine di figura 6.8 (b), corretta in energia e in linearità, applicando la matrice di correzione dell'uniformità di conteggi.

L'immagine di *flood-field* mostrata in figura 6.9a e corretta in energia e in linearità, è stata suddivisa in 150x150 aree quadrate per calcolare la matrice dei fattori correttivi. La matrice trovata è stata, poi impiegata per correggere l'immagine di figura 6.8. Il risultato della correzione è riportato in figura 6.9b, in cui è evidente la maggiore uniformità dell'immagine e l'assenza di artefatti sugli angoli. L'immagine di figura 6.9b è caratterizzata da una qualità indonea per essere fruibile da un operatore o utilizzabile per delle ricostruzioni tomografiche.

Conclusioni

Il lavoro di dottorato si è incentrato sullo sviluppo di una elettronica di lettura ad alta integrazione, per la lettura di tubi fotomoltiplicatori multi-anodo. L'alta integrazione dell'elettronica di lettura sviluppata la rende adatta ad applicazioni di sonde scintigrafiche o di tomografi per piccoli animali.

Dopo aver definito la specifica dell'elettronica di lettura che consentisse alte prestazioni della gamma camera in termini di risoluzione spaziale, efficienza e *rate* di conteggi, è stato progettato e sviluppato un *chip full custom* su silicio, di dimensioni $3 \times 1.5 \text{ mm}^2$, per l'acquisizione di 32 segnali anodici di un tubo fotomoltiplicatore multi-anodo.

Il *chip* realizzato dalle fonderie UMC è stato caratterizzato mediante una scheda dedicata, progettata in questo lavoro di tesi. La caratterizzazione ha permesso la verifica della conformità del *chip* alla specifica precedentemente definita. In particolare, sono stati misurati degli scarti di linearità dei canali di acquisizione migliori del 0.28 % della dinamica del segnale su tutto l'intervallo di tensioni di uscita, ed una stabilità dei canali di acquisizione migliore del 0.18 % della dinamica del segnale nelle stesse condizioni.

Una volta verificate le corrette caratteristiche del *chip* realizzato, è stata sviluppata una scheda di acquisizione analogica di dimensioni $50 \times 50 \text{ mm}^2$ predisposta alla connessione con tubi fotomoltiplicatori a 64 anodi e all'alloggiamento di due *chip* utili alla lettura di 32 segnali anodici ciascuno. Sulla stessa scheda è stato predisposto anche un ADC commerciale per ogni uscita analogica dei *chip*, al fine di digitalizzare tutti i segnali anodici acquisiti. Dalla caratterizzazione del *chip* e dalle caratteristiche dell'ADC scelto, risulta una massima frequenza di acquisizione di 167 kHz, maggiore del valore richiesto dalla specifica (150 kHz). Tale frequenza di acquisizione, unita ad un tempo morto del sistema di lettura di $1 \mu\text{s}$, ha permesso il raggiungimento dell'obiettivo di un'efficienza dell'elettronica di lettura maggiore del 70 % ad una frequenza media di scintillazioni nel cristallo pari a 30 kHz, come dimostrato dall'analisi effettuata per il calcolo dell'efficienza di un generico sistema di lettura.

La scheda di acquisizione analogica è stata resa compatibile all'interfacciamento con due differenti schede basate su FPGA, una commerciale (la XEM3010 dell'Opal Kelly) e l'altra sviluppata in questo lavoro di tesi di dimensioni $50 \times 50 \text{ mm}^2$. Queste schede hanno il compito di controllare la scheda di acquisizione analogica e di inoltrare i dati considerati utili ad un calcolatore. Il *firmware*

per le due schede FPGA è stato sviluppato in linguaggio VHDL, e il suo corretto funzionamento è stato verificato grazie agli affidabili simulatori offerti dall'ambiente di sviluppo ISE Design Suite.

In seguito è stata proposta una procedura di correzione ed elaborazione dei dati scintigrafici, effettuata da un calcolatore, basata su una sequenza di elaborazioni alcune delle quali appositamente sviluppate. Di questa procedura sono stati mostrati i passi intermedi e il risultato finale su un'immagine sperimentale acquisita con un cristallo di nuova generazione. In particolare, è stato proposto un semplice ed efficace metodo di correzione delle distorsioni di un'immagine, facendo uso solamente di una acquisizione di una sorgente radioattiva in condizioni di irraggiamento uniforme (misurazione di *flood-field*) della gamma camera.

Una rigorosa analisi matematica è stata condotta per modellizzare la distribuzione della luce di scintillazione incidente sulla superficie sensibile di un fotorivelatore (il fotocatodo per un tubo fotomoltiplicatore), generata in seguito alla propagazione della luce all'interno di un cristallo scintillante e di un numero arbitrario di guide ottiche. Le distribuzioni di luce modellizzate sono state confrontate con quelle ottenute da affidabili simulazioni Monte Carlo effettuate con gli stessi parametri dei 5 sistemi ottici presi in considerazione, mostrando un ottimo accordo, con incertezze inferiori al 1.2 %, per tutte le configurazioni considerate. Il guadagno, in termini di tempo di elaborazione dato dall'utilizzo del modello proposto al posto delle simulazioni Monte Carlo, è prossimo a 5 ordini di grandezza.

Tale modello è stato applicato allo stimatore della massima verosimiglianza della posizione di scintillazione, per sostituire le calibrazioni sperimentali necessarie all'utilizzo di questo metodo con delle calibrazioni numeriche calcolate mediante il modello. Questo nuovo approccio, oltre ad evitare lunghe misurazioni, ha permesso di stimare la profondità di interazione dei raggi gamma nel cristallo e di velocizzare l'algoritmo di stima, mantenendo un'elevata risoluzione spaziale tipica del metodo della massima verosimiglianza.

Le prestazioni finali di una gamma camera sono fortemente dipendenti dalle caratteristiche dei cristalli scintillanti e dei tubi fotomoltiplicatori impiegati, nonché dal metodo utilizzato per la stima delle posizioni di scintillazione. Al fine di fornire uno strumento per massimizzare tali prestazioni, è stata condotta un'analisi matematica per valutare velocemente la linearità e la risoluzione spaziale di una gamma camera su tutto il suo campo di vista al variare dei suoi parametri caratteristici. Il confronto con delle simulazioni Monte Carlo, per 4 configurazioni diverse della gamma camera, ha mostrato un buon accordo tra i dati modellizzati e simulati con un'incertezza inferiore al 20 % a fronte di un tempo di elaborazione 5 ordini di grandezza inferiore.

Nel prossimo futuro, l'elettronica di lettura realizzata sarà utilizzata con diversi tubi fotomoltiplicatori e cristalli scintillanti, i cui parametri saranno scelti mediante l'ausilio del modello presentato della risoluzione spaziale, al fine di effettuare delle campagne di misura per validare la bontà dei risultati ottenibili con l'elettronica e i metodi di analisi proposti in questo lavoro di dottorato in diverse situazioni ed ambiti applicativi.

Appendice A

ScintiSoft: un Software per il Trattamento di Dati Scintigrafici

In questo lavoro di dottorato è stato sviluppato un *software* in C++ per l'acquisizione, l'elaborazione, l'analisi e la rappresentazione di dati scintigrafici. Il nome che è stato dato a tale *software* è "ScintiSoft". Il *software* è stato creato con l'ausilio dell'ambiente di sviluppo Qt Creator, che mette a disposizione una vasta gamma di librerie di base e un intuitivo strumento per la creazione di interfacce grafiche e per la gestione dei segnali generati dall'interazione con gli elementi grafici. "ScintiSoft" è stato compilato staticamente su un sistema operativo basato su Linux (Ubuntu 12.04) a 32 bit. La sua compilazione statica ha permesso la portabilità del *software* su tutte le tipologie di sistemi operativi basati su Linux, sia a 32 bit che a 64 bit, evitando lunghe e complicate procedure di installazione.

"ScintiSoft" consiste in una finestra che possiede più pagine di visualizzazione (tramite il cosiddetto menù *tab*), ognuna delle quali offre diverse funzionalità che saranno più avanti elencate. Le pagine di visualizzazione disponibili hanno i seguenti nomi:

- "Immagine ed Istogramma",
- "Acquisizione",
- "Algoritmi di Ricostruzione",
- "Statistiche",
- "PSF",
- "Risoluzione",
- "Correlazioni",
- "Confronta Immagini".

La pagina di "Acquisizione" permette di effettuare l'acquisizione dei dati scintigrafici con le gamma camere che sono state più frequentemente usate durante il lavoro di dottorato. Nel seguente elenco sono riportate le funzionalità disponibili da tale pagina di visualizzazione.

- Caricamento di uno tra 4 *firmware* disponibili a seconda della gamma camera utilizzata. Uno di questi 4 *firmware* è quello descritto al paragrafo 4.3 per l'elettronica riportata al capitolo 4.
- Scelta delle impostazioni dell'acquisizione tra cui: frequenza di acquisizione, soglia *hardware* per l'accettazione degli eventi di scintillazione e durata del tempo di *reset* (coincidente con il tempo morto del sistema).
- Scelta del nome del *file* con estensione ".bin" che viene creato, in cui sono memorizzati i valori anodici acquisiti per ogni evento di scintillazione accettato.
- Possibilità di acquisire per un tempo prefissato o fino al raggiungimento di un dato numero di eventi di scintillazione collezionati.
- Possibilità di far partire o di fermare l'acquisizione in qualsiasi momento tramite un apposito bottone sull'interfaccia.
- Possibilità di creare dei *file* i cui nomi sono numerati automaticamente con un indice compreso tra parentesi quadre subito prima dell'estensione ".bin" del *file*.
- I numeri di righe e di colonne della matrice dei valori anodici memorizzati nel *file* con estensione ".bin", per ogni evento di scintillazione accettato, varia a seconda della gamma camera utilizzata, e il suo valore è memorizzato in un'intestazione all'inizio del *file*.
- Possibilità di osservare in tempo reale l'immagine acquisita formata con le stime delle posizioni di interazione calcolate mediante il metodo del baricentro dei quadrati (SCOG; per ulteriori informazioni a riguardo si consulti il sottoparagrafo 5.2.3) che risulta veloce e meno affetto dagli errori di *offset* e di guadagno anodici (la loro discussione è riportata al paragrafo 6.1). Tale funzionalità è particolarmente utile per assicurarsi, in tempo reale, di aver centrato nell'immagine la sorgente radioattiva. Può essere, inoltre, modificato il numero di pixel e la frequenza di aggiornamento dell'immagine, in modo da poter trovare il giusto compromesso tra risorse utilizzate dal processore per la creazione periodica dell'immagine e quantità di informazione delle immagini.

I dati acquisiti sono, come già detto, salvati in un *file* con estensione ".bin", che viene automaticamente riportato nella pagina di "Algoritmi di Ricostruzione", per essere corretto e trattato al fine di creare un'immagine scintigrafica. La pagina "Algoritmi di Ricostruzione" permette di effettuare le operazioni di seguito descritte.

- Creazione di un *file* con estensione “.off” contenente la matrice di correzione degli *offset*. Il *file* deve essere generato a partire da una acquisizione dei piedistalli dell’elettronica e del fotorivelatore, come descritto al paragrafo 6.1, i cui valori acquisiti sono stati salvati in un *file* con estensione “.bin”. Per il calcolo della matrice di correzione degli *offset* è possibile selezionare l’intervallo di energie degli eventi che vi contribuiscono.
- Creazione di un *file* con estensione “.gan” contenente la matrice di correzione dei guadagni. Il *file* deve essere generato a partire da una acquisizione in condizioni di *flood-field*, come descritto al paragrafo 6.1, i cui valori acquisiti sono stati salvati in un *file* con estensione “.bin”. Per il calcolo della matrice di correzione dei guadagni è possibile selezionare l’intervallo di energie degli eventi che vi contribuiscono.
- Correzione dei *file* con estensione “.bin”, per mezzo dei *file* con estensione “.off” e “.gan”. Il *file* corretto è salvato con l’estensione “.crr”.
- Applicazione di diversi algoritmi di stima delle posizioni di scintillazione ai valori anodici corretti (nei *file* “.crr”) o non corretti (nei *file* “.bin”). I principali metodi di stima implementati sono: il baricentro (COG), il baricentro dei quadrati (SCOG), i metodi di fit e il metodo della massima verosimiglianza (MLE). Per una spiegazione di tali metodi si rimanda il lettore ai sottoparagrafi dal 5.2.2 al 5.2.5. Sono stati, inoltre implementati, diversi metodi di ottimizzazione per gli algoritmi di fit, come, per esempio: il metodo di Armijo, il metodo delle secanti, un algoritmo genetico e il metodo della bisezione. I *file*, generati da ciascuno degli algoritmi di stima suddetti, hanno un’estensione relativa al particolare algoritmo scelto seguita dall’estensione “.coo”. I *file* con estensione “.coo” presentano, per ogni evento di scintillazione elaborato, 7 valori, di cui: 2 sono le stime lungo le due direzioni cartesiane del piano di rivelazione (x e y), una è relativa all’energia stimata dell’evento di scintillazione e le altre contengono altre stime o errori della stima caratteristici del particolare algoritmo scelto. Ad esempio, i metodi del baricentro e del baricentro dei quadrati forniscono, per ogni evento di scintillazione, il valore di N/I (discusso al paragrafo 6.3), che permette di stimare la profondità di interazione dell’evento.
- Possibilità di applicare gli algoritmi di stima alle somme su righe e colonne della matrice dei valori anodici.
- Possibile pretrattamento dei valori anodici prima dell’applicazione degli algoritmi di stima. Tra i diversi tipi di pretrattamento si hanno: l’elevamento a potenza dei valori anodici o il taglio delle code delle distribuzioni di luce.
- Generazione delle immagini relative ad un *file* con estensione “.coo”, che saranno osservabili nelle pagine di visualizzazione chiamate “Statistiche” ed “Immagine ed Istogramma”.

- Possibilità di visualizzare sullo stesso grafico istogrammi relativi a diversi *file* di stime, in modo da poter confrontare le distribuzioni in diverse condizioni.
- Creazione delle matrici di correzione dell'energia e dell'uniformità, come descritto ai paragrafi 6.2 e 6.5, salvate in un *file* con estensione ".lut".
- Possibilità di applicare le correzioni di energia e uniformità ai *file* con estensione ".coo".
- Possibilità di elaborare insieme più *file* numerati con gli indici in parentesi quadre.

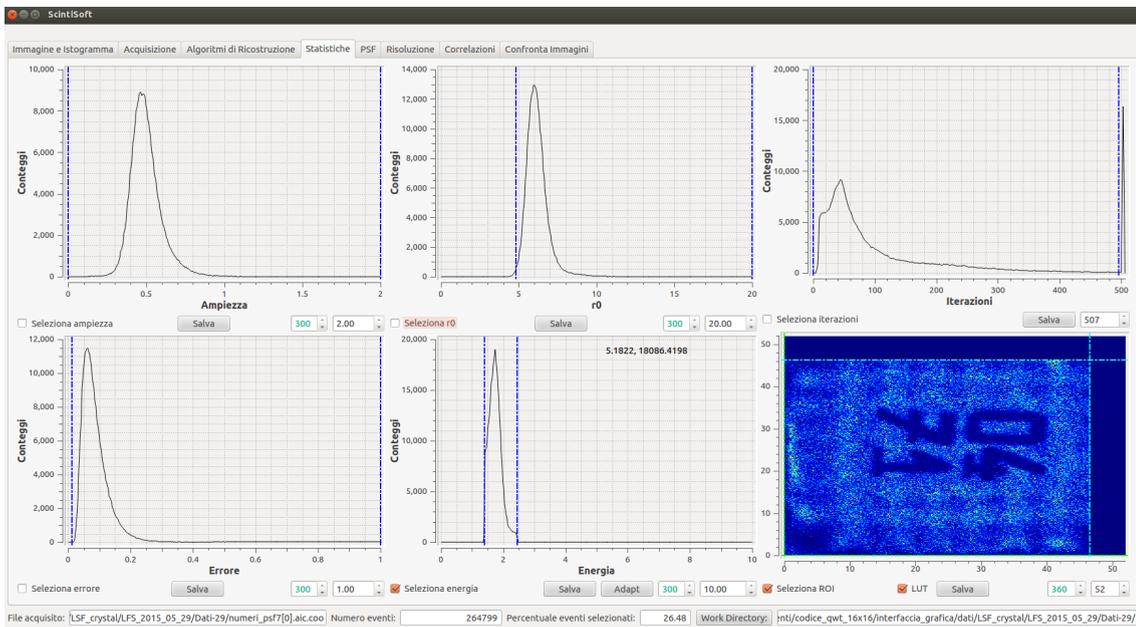


Figura A.1: Pagina delle "Statistiche" dell'interfaccia grafica del software "ScintiSoft".

La pagina delle "Statistiche" mostra gli istogrammi relativi ai 7 parametri stimati, per ogni evento di scintillazione, contenuti in un generico *file* con estensione ".coo". Per le due coordinate di scintillazione stimate, non vengono mostrati gli istogrammi, che sono invece riportati nella pagina "Risoluzione", ma viene mostrata l'immagine risultante. L'immagine è mostrata, più in grande, anche nella pagina "Immagine ed Istogramma", dove può essere ingrandita ulteriormente per analizzarne i dettagli. In figura A.1 è mostrata la pagina delle "Statistiche" dell'interfaccia grafica di "ScintiSoft", con un esempio di distribuzioni delle stime e di immagine generate a partire da un *file* con estensione ".coo". Nel seguito, sono riportate le operazioni che possono essere effettuate dalla pagina delle "Statistiche".

- I riquadri dell'immagine e degli istogrammi dispongono ciascuno di due *marker* che permettono la selezione di una zona nell'immagine o di una porzione di istogramma. Le selezioni possono essere rese effettive tramite dei bottoni a *checkbox*. La selezione effettuata, in tal modo, sull'immagine o su uno degli istogrammi provoca l'aggiornamento in tempo reale di tutti gli altri grafici (immagine e istogrammi), che terranno conto solamente degli eventi selezionati. La selezione combinata di più parametri è anche possibile. L'aggiornamento dei

grafici risulta molto veloce, ma dipende dal numero degli eventi salvati nel *file* con estensione ".coo" visualizzato. Con un numero di eventi pari a $3 \cdot 10^6$, i tempi di aggiornamento sono tipicamente di 1 secondo con un computer basato su un processore Intel Core-2 6600 con 2.40 GHz di velocità di clock e 2 GB di RAM.

- Ogni istogramma, così come l'immagine, può essere modificato in numero di bin (o di pixel per l'immagine) o in estensione della distribuzione visualizzata.
- Adattamento automatico delle estensioni degli istogrammi e dell'immagine in base ai massimi valori delle stime.
- Possibilità di salvataggio delle immagini o degli istogrammi visualizzati.

Nella pagina di visualizzazione chiamata "PSF" è possibile visualizzare le singole distribuzioni di luce su un grafico a barre 3D, o i loro profili di righe e colonne su due istogrammi. Le distribuzioni di luce visualizzate sono relative agli eventi selezionati nella pagina "Statistiche". Inoltre è possibile visualizzare la media o la deviazione standard delle distribuzioni di luce selezionate.

La pagina "Risoluzione" mostra separatamente gli istogrammi delle stime delle posizioni di scintillazione nelle due direzioni cartesiane del piano di rivelazione e presenta nuovamente l'istogramma delle stime dell'energia. I tre istogrammi mostrano ingrandite le parti di immagine e di istogramma delle energie selezionate in "Statistiche". Ciò permette, unitamente alla possibilità di effettuare dei fit gaussiani delle tre distribuzioni, di valutare la larghezza a metà altezza (FWHM) delle distribuzioni delle stime e il loro valore atteso. In seguito al fit dell'istogramma delle energie, "ScintiSoft" riporta la risoluzione energetica dell'immagine. Inoltre, è possibile selezionare una lista di *file* con estensione ".coo", relativi ad una scansione lineare di posizioni di scintillazione sul cristallo, così da automatizzare la procedura di fit delle distribuzioni delle posizioni stimate, fornendo, alla fine, un profilo della linearità spaziale, della FWHM delle distribuzioni delle stime e della risoluzione spaziale dell'immagine, calcolata secondo la formula (5.30), in funzione della posizione di scintillazione.

La pagina "Correlazioni" permette di analizzare le correlazioni tra i diversi parametri stimati riportati nei *file* con estensione ".coo", mostrando le immagini ottenute considerando come coordinate quelle di due arbitrari parametri stimati.

Infine, la pagina "Confronta Immagini", permette di confrontare tra loro le immagini che sono state salvate in "Statistiche", consentendo di ruotarle o specchiarle, orizzontalmente o verticalmente.

Bibliografia

- [1] Hal O. Anger. Scintillation camera. *Review of Scientific Instruments*, 29:27–33, 1958.
- [2] Tsutomu Zeniya, Hiroshi Watabe, Toshiyuki Aoi, Kyeong Min Kim, Noboru Teramoto, Takeshi Takeno, Yoichiro Ohta, Takuya Hayashi, Hiroyuki Mashino, Toshihiro Ota, Seiichi Yamamoto, and Hidehiro Iida. Use of a compact pixellated gamma camera for small animal pinhole SPECT imaging. *Annals of Nuclear Medicine*, 20(6):409–416, 2006.
- [3] Yujin Qi Yujin Qi, B.M.W. Tsui, B. Yoder, and E.C. Frey. Characteristics of compact detectors based on pixellated NaI(Tl) crystal arrays. *2002 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 3:1538–1542, 2002.
- [4] Jianguo Qian, Eric L. Bradley, Stan Majewski, Vladimir Popov, Margaret S. Saha, Mark F. Smith, Andrew G. Weisenberger, and Robert E. Welsh. A small-animal imaging system capable of multipinhole circular/helical SPECT and parallel-hole SPECT. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 594(1):102–110, 2008.
- [5] Hamamatsu Photonics. *PMT Handbook Hamamatsu*. 2007.
- [6] Stefan Siegel, Robert W. Silverman, Yiping Shao, and Simon R. Cherry. Simple charge division readouts for imaging scintillator arrays using a multi-channel PMT. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 43(3 PART 2):1634–1641, 1996.
- [7] Peter Demetri Olcott, Jonathon A. Talcott, Craig Steven Levin, Frezghi Habte, and Angela M K Foudray. Compact readout electronics for position sensitive photomultiplier tubes. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 52(1 I):21–27, 2005.
- [8] V Popov. Advanced data readout technique for Multianode Position Sensitive Photomultiplier Tube applicable in radiation imaging detectors. *Journal of Instrumentation*, 6(01):C01061–C01061, 2011.
- [9] a. Fabbri, F. De Notaristefani, V. Orsolini Cencelli, P. Bennati, M. N. Cinti, F. Petulla, R. Pellegrini, G. De Vincentis, and R. Pani. A Full-FOV iterative algorithm applied to pixilated scintillation crystal. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, pages 1483–1485, 2010.
- [10] A. Fabbri, P. Bennati, V. Orsolini Cencelli, M. N. Cinti, R. Pellegrini, F. Petullà, R. Pani,

- and F. De Notaristefani. A new iterative algorithm for pixilated and continuous scintillating crystal. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 648, 2011.
- [11] A Fabbri, D Sacco, P Bennati, A Baroncelli, M Galasso, MN Cinti, R Pellegrini, R Pani, and VO Cencelli. Study of position reconstruction of a labr3: Ce continuous scintillation crystal for medical applications. *Journal of Instrumentation*, 8(12):P12010, 2013.
- [12] R. Pani, C.V. ORSOLINI, and A. Fabbri. Echo-scintigraphic probe for medical applications and relevant diagnostic method, January 7 2016. WO Patent App. PCT/IT2015/000,130.
- [13] R. Pani, R. Pellegrini, M.N. Cinti, P. Bennati, A. Fabbri, S. Ridolfi, R. Scafè, G. De Vincentis, E. Di Castro, N.S.A. Polli, M. Caratozzolo, M. Mattioli, P. Boccaccio, G. Moschini, N. Lanconelli, S. Lo Meo, F. Navarra, D. Sacco, V.O. Cencelli, T. Baroncelli, and F. de Notaristefani. Dual Modality Ultrasound-SPET Detector for Molecular Imaging. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 215(1):319–323, 2011.
- [14] G. Paladini. Multi-modal medical imaging, September 9 2014. US Patent 8,831,708.
- [15] Frezghi Habte, Peter D. Olcott, Craig S. Levin, and Angela M. Foudray. Prototype parallel readout system for position sensitive PMT based gamma ray imaging systems. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 54(1):60–65, 2007.
- [16] a Fabbri, V Orsolini Cencelli, P Bennati, M Nerina Cinti, R Pellegrini, G De Vincentis, and R Pani. Dual isotope imaging with LaBr3:Ce crystal and H8500 PSPMT. *Journal of Instrumentation*, 8:C02022–C02022, 2013.
- [17] P. Barrillon, S. Blin, M. Bouchel, T. Caceres, C. De La Taille, G. Martin, P. Puzo, and N. Seguin-Moreau. MAROC: Multi-anode ReadOut chip for MaPMTs. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2(November 2005):809–814, 2007.
- [18] Sylvie Blin, Pierre Barrillon, C de La Taille, and Others. MAROC, a generic photomultiplier readout chip. *Journal of Instrumentation*, 5(12):C12007–C12007, 2010.
- [19] A. G. Argentieri, E. Cisbani, S. Colilli, F. Cusanno, R. De Leo, R. Fratoni, F. Garibaldi, F. Giuliani, M. Gricia, M. Lucentini, M. L. Magliozzi, M. Marra, P. Musico, F. Santavenere, S. Torrioli, and G. Vacca. A novel modular and flexible readout electronics for photon imaging applications. *2008 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, pages 2132–2136, 2008.
- [20] V. Orsolini Cencelli, F. De Notaristefani, a. Fabbri, F. Petullà, E. D’Abramo, R. Pani, M. N. Cinti, P. Bennati, P. Boccaccio, N. Lanconelli, G. Moschini, and F. Navarra. A gamma camera with the useful field of view coincident with the crystal area. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, pages 1886–1890, 2009.
- [21] David A Johns and Ken Martin. *Analog integrated circuit design*. John Wiley & Sons, 1997.
- [22] M. Galasso, V. Orsolini Cencelli, a. Fabbri, P. Bennati, M. N. Cinti, R. Pani, and F. De Notaristefani. Dedicated readout ASIC for dual modality probe. In *IEEE Nuclear Science*

- Symposium Conference Record*, pages 0–5, 2013.
- [23] J W Scrimger and R G Baker. Investigation of light distribution from scintillations in a gamma camera crystal. *Physics in medicine and biology*, 12:101–103, 1967.
- [24] Christoph Werner Lerche, J. M. Benloch, F. Sánchez, N. Pavón, B. Escat, E. N. Giménez, M. Fernández, I. Torres, M. Giménez, a. Sebastià, and J. Martínez. Depth of γ -ray interaction within continuous crystals from the width of its scintillation light-distribution. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 52:560–572, 2005.
- [25] Karel Deprez, Roel Van Holen, and Stefaan Vandenberghe. A high resolution spect detector based on thin continuous lyso. *Physics in medicine and biology*, 59(1):153, 2013.
- [26] Marnix C Maas, DJ Van Der Laan, Dennis R Schaart, Jan Huizenga, JC Brouwer, Peter Bruyndonck, Sophie Léonard, Cedric Lemaître, and Carel WE Van Eijk. Experimental characterization of monolithic-crystal small animal pet detectors read out by apd arrays. *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 53(3):1071–1077, 2006.
- [27] R. a. Kroeger, J. E. Grove, S. E. Inderhees, W. N. Johnson, R. L. Kinzer, J. D. Kurfess, and B. P. Philips. Thin scintillators and position sensitive photomultiplier tubes for hard X-ray imaging in space. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 44(3):881–884, 1997.
- [28] André Constantinesco, Philippe Choquet, Laurent Monassier, Vincent Israel-Jost, and Luc Mertz. Assessment of left ventricular perfusion, volumes, and motion in mice using pinhole gated spect. *Journal of Nuclear Medicine*, 46(6):1005–1011, 2005.
- [29] Francesc Salvat, J.M. Fernández-Varea, and Josep Sempau. PENELOPE, a code system for Monte Carlo simulation of electron and photon transport. In *Proceedings of a Workshop/Training Course, OECD/NEA*, volume 5, page 253, 2003.
- [30] M. Galasso, C. Borrazzo, and a. Fabbri. A scintillation light radial distribution model for monolithic crystal gamma cameras. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 786:40–46, 2015.
- [31] Harrison H Barrett and Kyle J Myers. *Foundations of image science*. John Wiley & Sons, 2004.
- [32] John D. Valentine, B. D. Rooney, and J. Li. The light yield nonproportionality component of scintillator energy resolution. *Transactions on Nuclear Science, IEEE*, 45(3):512–517, 1998.
- [33] Alan Stuart, Steven Arnold, J Keith Ord, Anthony O’Hagan, and Jonathan Forster. Kendall’s advanced theory of statistics. 1994.
- [34] R. Pani, F. Vittorini, M. N. Cinti, P. Bennati, R. Pellegrini, S. Ridolfi, R. Scafè, S. Lo Meo, M. Mattioli, F. L. Navarria, G. Moschini, A. Fabbri, E. D’Abramo, V. Orsolini Cencelli, and D. Sacco. Revisited position arithmetics for LaBr₃:Ce continuous crystals. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 197(1):383–386, 2009.
- [35] Zhi Li, M Wedrowski, P Bruyndonckx, and G Vandersteen. Nonlinear least-squares modeling of 3D interaction position in a monolithic scintillator block. *Physics in medicine and biology*,

- 55(21):6515–6532, 2010.
- [36] Harrison H Barrett, William CJ Hunter, Brian William Miller, Stephen K Moore, Yichun Chen, and Lars R Furenlid. Maximum-likelihood methods for processing signals from gamma-ray detectors. *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 56(3):725–735, 2009.
- [37] Benjamin MW Tsui, Hong-Bin Hu, David R Gilland, and Grant T Gullberg. Implementation of simultaneous attenuation and detector response correction in spect. *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 35(1):778–783, 1988.
- [38] Benjamin MW Tsui, James A Terry, and Grant T Gullberg. Evaluation of cardiac cone-beam single photon emission computed tomography using observer performance experiments and receiver operating characteristic analysis. *Investigative radiology*, 28(12):1101–1112, 1993.
- [39] Michael A King, Benjamin MW Tsui, and Tin-Su Pan. Attenuation compensation for cardiac single-photon emission computed tomographic imaging: Part 1. impact of attenuation and methods of estimating attenuation maps. *Journal of Nuclear Cardiology*, 2(6):513–524, 1995.
- [40] T K Lewellen, M Janes, R S Miyaoka, and F Zerrouk. Initial evaluation of the scintillator LFS for positron emission tomograph applications. *IEEE Symposium Conference Record Nuclear Science 2004*, 5(C):2915–2918, 2004.
- [41] a. Fabbri, M. Galasso, V. Cencelli, and L. Colace. Compact multi channel readout electronic for position sensitive photomultiplier tube. In *2014 Fotonica AEIT Italian Conference on Photonics Technologies, Fotonica AEIT 2014*, 2014.
- [42] Carlotta Trigila. Caratterizzazione di uno scintillatore lfs-3 per applicazioni di imaging biomedico. Master’s thesis, Università degli Studi Roma Tre, 2015.
- [43] R. Pani, S. Nourbakhsh, P. Pani, P. Bennati, R. Pellegrini, M. N. Cinti, R. Scafé, B. Cassano, F. Navarria, S. Lo Meo, N. Lanconelli, G. Moschini, P. Boccaccio, a. Fabbri, V. O. Cencelli, and F. De Notaristefani. DoI position resolution in a continuous LaBr₃(Ce) scintillation crystal for γ -ray imaging. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 215:324–327, 2011.
- [44] Steve S Spector, Valerie A Brookeman, Chester D Kylstra, and Nils J Diaz. Analysis and correction of spatial distortions produced by the gamma camera. *Journal of Nuclear Medicine*, 13(5):307–312, 1972.
- [45] Michael Leitner, Hubert Ceeh, and Josef Andreas Weber. Eliminating spatial distortions in Anger-type gamma cameras. *New Journal of Physics*, 14, 2012.
- [46] Samuel España, Karel Deprez, Roel Van Holen, and Stefaan Vandenberghe. Fast calibration of SPECT monolithic scintillation detectors using un-collimated sources. *Physics in medicine and biology*, 58(14):4807–25, 2013.