MERCATI, IMPRESA E CONSUMATORI

CORSO DI DOTTORATO DI RICERCA IN

XXX

CICLO DEL CORSO DI DOTTORATO

CORPORATE CONTROL AND OWNERSHIP NETWORKS

Titolo della tesi

Mirko Di Giacomo

Nome e Cognome del dottorando

firma

Marisa Cenci

Docente Guida/Tutor: Prof.

firma

Maria Claudia Lucchetti

Coordinatore: Prof.

firma

Alcuni sentono arrivare la pioggia,

Altri si accontentano di essere bagnati.

Sommario

Introduzione 1

Capitolo 1 – Ownership networks 4

1.1 Introduzione 4

1.2 Complex networks 5

1.2.1 Primo livello: Analisi topologica 6

1.2.1.1 Small world networks 9

1.2.1.2 Scale free networks 11

1.2.1.3 Core-Periphery Networks ed altre figure ricorrenti particolari ... 12

1.2.2 Secondo livello: estensione della nozione di grado di un nodo 15

1.2.3 Terzo livello: Addizione di valori non topologici alla rete. 16

1.3 Interfirm networks 17

1.4 Ownership networks 23

1.4.1 Definizioni 23

1.4.2 Relazioni di azionariato incrociato e piramidi 29

1.4.3 Topologia ed altri aspetti 30

1.4.4 Focus sul controllo: definizioni di controllo 34

1.5 Cenni sulla legislazione delle Offerte Pubbliche di Acquisto 42

1.6 Alcune considerazioni conclusive 45

Capitolo 2 – Individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target. 48

2.1. introduzione 48

2.2. Corporates' control strategy using network optimization 51

2.2.1 IC3 *problem*: variabili, parametri e formalizzazione 53

2.2.2 Risultati 57

2.2.3 Alcune ambiguità nella formalizzazione dei modelli IC 58

2.3 Il Cheapest Control Problem (CCP) 64

2.3.1 CCP: Variabili, parametri e formalizzazione 64

2.3.2 Confronto tra CCP e IC *problem* attraverso un caso studio. 68

2.3.3 Analisi di sensitività al variare di θi 70

2.4 Alcune considerazioni sulle criticità dei modelli IC e CCP 73

Capitolo 3 – Misurazione degli effetti di rete sul controllo societario 80

3.1 Introduzione 80

3.2 Indici per la misurazione degli effetti di rete: definizioni 81

3.3.1 Outsider Fragility index 81

3.3.2 Outsider Strategy Adaptability Index E Sigma Outsider Strategy Adaptability Index 83

3.3.2 Insider Fragility Index 86

3.3 Misurazione degli effetti di rete sui prezzi delle società nella rete. 90

3.4 Alcune considerazioni di carattere empirico 97

3.4.1. Database e scelta dei parametri 97

3.4.2 Il valore $OFIi$ per la misurazione degli effetti di rete. 100

3.4.3 I valori $OSAIi$ e $OSAIi\sigma$ per la misurazione degli effetti di rete... 102

3.4.4 Il valore $IFIij$ per la misurazione degli effetti di rete. 104

3.4.5 Analisi empirica degli effetti di rete sui prezzi 108

Conclusioni 113

Bibliografia 118

Introduzione

Il destino di una società dipende dalle relazioni in cui è coinvolta. Le relazioni con i clienti, con i fornitori, con i *competitors* e con gli azionisti, emergono per il semplice fatto che essa opera all'interno di un mercato. In questa tesi di dottorato, si considerano quelle relazioni che hanno un impatto sul controllo societario, inteso come la capacità di influenzare le decisioni aziendali, facoltà che di norma spetta all'assetto proprietario.

Lo scopo di questo lavoro consiste nella introduzione di indici volti a misurare la fragilità dell'assetto di controllo di una società, considerate le relazioni in cui essa è coinvolta. Con il termine "fragilità", ci si riferirà alla facilità con cui il controllo può essere perso da chi attualmente lo esercita, per via delle azioni di altri. La varietà di indici che saranno introdotti, rispecchia alcuni aspetti specifici di tale minaccia oppure le differenti origini da cui potrebbe provenire. Ad esempio, due indici possono differenziarsi per il fatto che il primo quantifica la minaccia proveniente da chi è già azionista -diretto o indiretto- della società, mentre il secondo misura la minaccia proveniente da un soggetto che non ha legami con quest'ultima. Altri indici misurano la variabilità dei costi che deve sostenere un soggetto che intenda minacciare l'attuale assetto di controllo di una società. L'elaborazione di tali indici è resa possibile dalla risoluzione di un problema di ottimizzazione su grafo; a quest'ultimo strumento è affidata la descrizione delle relazioni intersocietarie. In alcuni punti, si dirà che essi misurano gli effetti di rete sul controllo societario proprio per sottolineare il fatto che tale fragilità dell'assetto di controllo proviene dalla considerazione delle relazioni in cui una società è coinvolta, piuttosto che dalle caratteristiche intrinseche che avrebbe, se fosse considerata come elemento atomistico a sé stante.

L'introduzione degli indici a cui abbiamo appena fatto riferimento, rappresenta il principale contributo di questa tesi. Tra gli altri aspetti innovativi di questo lavoro, si segnala l'introduzione del *Cheapest Control Problem* (CCP) che supera alcune criticità emerse in letteratura. Tra i vantaggi del CCP e in generale dell'approccio utilizzato in questa tesi, vi è il fatto che si propone una modalità attraverso cui risolvere le criticità inerenti la la corretta quantificazione del controllo in presenza di cicli.

Parte dei risultati di questa tesi sono già stati pubblicati in un articolo dal titolo "*Corporate Control And Ownership Networks"*, di cui la Prof. Cenci è coautore, pubblicato nel 2018 su *Corporate Ownership And Control.*

Il primo capitolo contiene una selezione di argomenti finalizzati a delineare le caratteristiche del contesto di riferimento. In tale prospettiva, si introdurranno le *ownership networks,* descrivendone la letteratura a cui possono essere ricondotte. Particolare attenzione viene posta nella descrizione dei diversi obiettivi e strumenti di analisi, nonché i principali risultati a cui tale letteratura perviene. Tra queste, si segnalano le caratteristiche topologiche *ownership networks* (*pyramids*, *cross-ownership, scale-free networks, small world networks, Core-Periphery Networks).*

All'interno di tale capitolo ci occupiamo inoltre delle definizioni di controllo societario, delle difficoltà intrinseche nella sua definizione formale e della accezione di controllo societario considerata in questo lavoro. Come ultimo aspetto di rilievo, si introducono alcuni elementi della normativa di riferimento sulle Offerte Pubbliche di Acquisto (OPA) del legislatore italiano. Infatti, tale normativa ha degli impatti non trascurabili nella realizzazione delle soluzioni dei modelli di ottimizzazione che saranno introdotti.

Nel secondo capitolo sono presentate delle applicazioni della ottimizzazione su grafo utilizzate in ambito finanziario e di *corporate governance* e volte alla risoluzione del problema della "individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target. Tale problema, può essere qualitativamente formulato come segue: individuato un insieme di società Target ed un Attore, si vuole determinare la strategia di minimo costo che consenta a quest'ultimo di controllare le società Target, considerando tutte le relazioni societarie descritte dalla *ownership network*. All'interno di tale capitolo, pertanto si introdurranno i principali modelli il cui obiettivo è la determinazione di tale strategia, tra cui il CCP. Successivamente, saranno discusse le criticità legate al problema della individuazione di tale strategia.

Nel terzo ed ultimo capitolo, si introducono quattro misure di fragilità del controllo societario, che tengono conto della posizione di una società all'interno di una *ownership network*. L'*Outsider Fragility Index* (OFI_i) e l'*Insider Fragility Index* $\left(IFI_i^j\right)$, rappresentano, rispettivamente, la facilità con cui un *Outsider* o un *Insider* possono

ottenere il controllo su una società Target. L'*Outsider Strategy Adaptability Index* (OSAI_i) rappresenta una misura della facilità con cui la strategia ottimale dell'*Outsider* può essere adattata ad un nuovo contesto, ovvero a cambiamenti societari all'interno della *ownership network.* Ulteriori elementi di analisi, in merito all'adattabilità della strategia ottimale ad un nuovo contesto saranno, infine, forniti dall'indice $OSAI_i^{\sigma}$. All'interno del terzo capitolo, pertanto, definiamo formalmente tali indici; inoltre, limitatamente al caso in cui la strategia ottimale per il controllo sulla società Target consista nel controllo indiretto, si misura inoltre l'impatto sul prezzo della posizione di una società all'interno di una rete. A tale scopo, si propone una definizione formale di tale prezzo e del suo utilizzo ai fini delle analisi da condursi preliminarmente al lancio di una OPA. Come ultimo aspetto di rilievo, il terzo capitolo presenta alcune considerazioni relative all'applicazione ad un contesto reale degli elementi introdotti; in particolare, si discute della portata informativa, dei limiti di applicazione e delle ulteriori opportunità per il loro utilizzo.

Capitolo 1 – Ownership networks

1.1 Introduzione

Ogni società quotata è coinvolta in una moltitudine di relazioni: è connessa ai propri fornitori, ai propri clienti, ai propri azionisti e ai propri concorrenti; le risorse che produce e che impiega per produrre possono essere scambiate su uno o più mercati: le relazioni con altre entità sono un elemento intrinseco della natura di una società.

Proprio in virtù di ciò, in tempi relativamente recenti, diversi filoni di ricerca hanno spostato l'attenzione dalla singola società alle relazioni che questa ha con le altre: da singolo elemento atomistico, le società sono diventate parte di una rete. Siffatto cambiamento di prospettiva rispecchia, almeno in parte, l'affermarsi della scienza della complessità in ambito economico-finanziario. Risulta immediato osservare che per sua natura un mercato gode di alcune delle proprietà tipiche dei sistemi complessi, come la presenza di auto-organizzazione[1] e di un comportamento emergente[2]. La crisi finanziaria del 2008 rappresenta un esempio di quest'ultimo aspetto, che ha avuto una buona risonanza all'interno della letteratura e non solo. Il verificarsi di tale evento ha posto l'accento sul fatto che il fallimento di una delle società all'interno di un settore, proprio in virtù delle relazioni che essa intrattiene con le altre, può avere un impatto sul sistema nel suo complesso, dando luogo ad un effetto domino di fallimenti che coinvolge anche quegli elementi del sistema, che di per sé non avevano problemi di solidità patrimoniale o non sono direttamente connessi alla prima. Lo studio di una società comprensivo anche delle relazioni nelle quali è coinvolta, può condurre a dei risultati più promettenti e significativi rispetto allo studio degli attributi della singola società in sé. Con riferimento alla crisi *sub prime* del 2008, la consapevolezza che il sistema bancario possa essere fragile anche se ciascuna delle banche che lo compongono rispetta i requisiti di solidità patrimoniale richiesti dalla normativa, può condurre a considerazioni e conseguenze non banali, come il concepimento di regole di solidità patrimoniale o di vigilanza relative che, spostando

[1] Per auto-organizzazione intendiamo quella caratteristica dei sistemi complessi per cui l'interazione spontanea e dinamica tra gli elementi che la compongono, determina l'organizzazione, ovvero lo stato, della rete in ogni istante.

[2] Per comportamento emergente di un sistema complesso, comunemente, si intende quella caratteristica per cui il sistema nel suo complesso possiede delle proprietà che non caratterizzano i singoli elementi che lo compongono.

l'attenzione dal singolo al settore, siano volte ad ottenere un sistema che abbia determinati attributi.

All'interno di questo capitolo sarà presentata una raccolta di lavori che sono accomunati dall'obiettivo di studiare una società e i legami che la connettono alle altre. A tal riguardo, è bene precisare che la quasi totalità dei lavori presenti in letteratura ha lo scopo di descrivere le caratteristiche di un sistema, le dinamiche al suo interno o le ragioni per cui la configurazione di un sistema, in senso topologico, è tale. Per tale ragione, si sceglie di definire tale approccio come "descrittivo". L'approccio descrittivo utilizza prevalentemente gli strumenti della cd. *complex networks analysis*. Al contrario, i due modelli che saranno presentati nel capitolo successivo, avendo lo scopo di suggerire quali sono le azioni ottimali che un agente economico dovrebbe intraprendere per raggiungere in modo efficiente il proprio obiettivo, rappresentano gli unici riconducibili all'approccio che si definisce "normativo".

1.2 Complex networks

Le *complex networks* sono reti volte alla descrizione di sistemi complessi e traggono le proprie origini all'interno della Teoria dei Grafi. Mentre quest'ultima inizialmente si è occupata in prevalenza di grafi caratterizzati da proprietà regolari, a partire dalla fine degli anni '50 del XX secolo, alcuni studi (Erdös and Rényi, 1959) hanno descritto la formazione di reti di grandi dimensioni che apparentemente non rispondevano a particolari principi di formazione (Albert and Barabasi, 2001). L'affermazione in letteratura delle *complex networks*, si verifica alla fine degli anni novanta, quando sono introdotti i primi studi empirici che affrontano *Internet* e le reti sociali con un approccio di rete (Newman, 2003). A tal riguardo, è sufficiente considerare che nel 2001, Albert e Barabasi, Autori di una delle più accreditate *literature review* sulle *complex networks*[3], sottolineavano con sorpresa la velocità con cui nei tre anni precedenti era cambiata la comprensione delle reti reali che, come mostrato da diversi studi empirici, modelli e approcci analitici, non sono affatto *random*, ma presentano delle caratteristiche

[3] Ad oggi, tale *literature review* ha ottenuto più di 20.000 citazioni secondo *Google Scholar* e più di 9.000 citazioni secondo la rivista.

comuni, ovvero dei principi di autorganizzazione che contraddistinguono sistemi anche molto diversi tra di loro.

L'approccio descrittivo delle *complex networks*, è riconducibile all'utilizzo dei grafi per descrivere sistemi complessi, con l'obiettivo di verificare se e in quale misura esistono dei caratteri comuni agli oggetti analizzati, indipendentemente dalle peculiarità degli stessi. Una chiave di lettura molto utile è quella proposta in (Glattfelder and Battiston, 2009), che distingue tre diversi livelli di analisi di una rete:

1. Livello 1: Analisi topologica;
2. Livello 2: Estensione della nozione di grado di un nodo;
3. Livello 3: Addizione di valori non topologici alla rete.

È bene precisare che la classificazione riportata sia valida più in linea di principio che non come criterio di discernimento della letteratura. Tale separazione, in effetti, non è così netta in quanto i tre livelli di analisi non sono indipendenti ed autonomi; al contrario, si assumerà che un *paper* è riconducibile alla letteratura delle *complex networks* se può essere ricompreso in almeno uno dei tre livelli di analisi.

1.2.1 Primo livello: Analisi topologica

Il primo livello di analisi di una *complex network* consiste in uno studio della topologia della rete. All'interno di tale categoria possono essere ricondotte tutte quelle analisi che deducono, direttamente o indirettamente, informazioni a partire dalla matrice di adiacenza della rete.

La matrice di adiacenza M di un grafo $G = (V, A)$, dove V è l'insieme dei vertici ed A è l'insieme degli archi, con $|V| = n$, è una matrice $n \times n$, dove il generico elemento m_{ij}, di riga i e colonna j, è pari a 1 se i nodi i e j sono adiacenti e sarà pari zero altrimenti. Chiaramente, in un grafo non orientato la matrice di adiacenza sarà simmetrica, mentre questa proprietà non è rispettata in generale nel caso di un grafo orientato. Tra le numerose proprietà che caratterizzano tale matrice, si segnala la proprietà della potenza k −esima della matrice di adiacenza[4], la quale afferma che, indicata con M^k la sua

[4] Tale proprietà sarà impiegata nei capitoli successivi in una applicazione empirica. Si veda: *infra* Cap 3.

potenza k-esima, l'elemento (i, j) di M^k, esprime il numero di cammini di lunghezza k che collegano il nodo i al nodo j.

In (Christiano Silva and Zhao, 2016) gli Autori propongono una classificazione delle principali misure utilizzate nella letteratura delle reti complesse. Sistematicità e prossimità di pubblicazione la rendono preferibile rispetto ad altre presenti in letteratura[5]. In primo luogo, si distingue tra:

- Misure strettamente locali, ossia misure che per poter essere calcolate richiedono solamente informazioni a livello dei nodi;
- Misure miste, ovvero misure che, oltre a richiedere informazioni strettamente locali, richiedono anche informazioni relative ai nodi connessi (in modo diretto o indiretto) al nodo oggetto di analisi, per poter essere calcolate. Queste informazioni possono essere estremamente semplici, come il numero di triadi[6] che compaiono nei nodi adiacenti al nodo in esame oppure fare riferimento ad informazioni più elaborate, come il più lungo dei percorsi minimi tra una coppia di nodi nel grafo, comunque presa.
- Misure globali, ovvero misure che per poter essere calcolate richiedono della conoscenza dell'intera rete.

In secondo luogo, gli Autori introducono alcune misure topologiche di una rete, distinguendo tra:

1. Misure di connettività:
    a. Neighborhood of a vertex;
    b. Degree;
    c. In-degree and out-degree;
    d. Average network degree;
    e. Average in-degree and out-degree;
    f. Degree and Degree-Correlation Measures;
    g. Local assortativity;

[5] Per una *literature review* sugli strumenti, le metodologie e le finalità delle complex networks, si vedano tra le altre: (Dorogovtsev and Mendes, 2000b, 2000a; Albert and Barabasi, 2001; Strogatz, 2001; Newman, 2003; Costa et al., 2005; Caldarelli, 2007).
[6] Per "triade" si intende qualsiasi sottoinsieme di un grafo composto da tre nodi tra loro connessi.

    h. Non-normalized rich-club coefficient;
    i. Normalized rich-club coefficient;
    j. Diameter;
    k. Vertex eccentricity;
    l. Radius;
    m. Global efficiency;
    n. Average Harmony;
2. Misure strutturali:
    a. Clustering Coefficient;
    b. Network clustering coefficient;
    c. Cyclic Coefficient;
    d. Global cyclic coefficient;
    e. Modularity;
    f. Topological overlap;
3. Misure di centralità:
    a. Basate sulla distanza:
        - Minimax criterion;
        - Minisum criterion;
    b. Basate su cammini e cicli:
        - Betweenness;
        - Communicability;
    c. Basate sui feedback:
        - Bonacich's eigenvector centrality;
        - Katz index;
        - PageRank;
        - Eigenvector centrality;
4. Modelli di formazione:
    a. Random Networks;
    b. Small-World Networks;
    c. Scale-Free Networks;
    d. Random Clustered Networks;
    e. Core-Periphery Networks;

Pur non essendo esaustiva, la lista appena introdotta esemplifica la quantità delle analisi che possono essere svolte a livello topologico su di una rete e la molteplicità di aspetti che possono essere indagati. Ciò che interessa evidenziare in questa sede è che il primo livello di analisi, di per sé, costituisce un filone di letteratura, importante sia in termini di numerosità di lavori ad esso riconducibili, sia in termini di informazioni dedotte, sia in termini di impatto che può avere su altri livelli di analisi.

Ad esempio, come sostenuto dagli stessi Autori (Battiston et al., 2012), il *Pagerank*[7] e la *Eigenvector centrality*[8] hanno fortemente ispirato la ideazione del *debtrank,* una stima dell'impatto degli *shock* idiosincratici sul resto del sistema finanziario, in termini di vulnerabilità delle istituzioni finanziarie e di valore monetario (Hideaki and Battiston, 2013; Thurner and Poledna, 2013; Bardoscia et al., 2015; Battiston, Caldarelli, et al., 2016; Battiston, D'Errico, et al., 2016). Ciò nonostante, il *debtrank* appartiene più propriamente al terzo livello di analisi, dal momento che considera elementi non topologici di una rete.

La trattazione completa del primo livello di analisi e degli argomenti che lo compongono non è tra gli obiettivi del presente lavoro; nel prosieguo si affronterà una selezione degli argomenti che si ritengono particolarmente rilevanti ai fini della delineazione del *background* del presente lavoro.

1.2.1.1 Small world networks

Le *small world networks* sono caratterizzate da una proprietà: molti vertici sono raggiungibili dagli altri per mezzo di un numero esiguo di archi, ovvero da cammini di dimensioni piuttosto ridotte. Introdotto nella letteratura delle *complex networks* in (Watts and Strogatz, 1998), il concetto di *small world* trova la sua prima formulazione in ambito psicologico (Milgram, 1967), dove venne presentato il celebre esperimento da cui proviene il detto "sei gradi di separazione" per proporre l'idea che due persone sulla terra

[7] Il Pagerank è una misura di centralità utilizzata da *Google* per classificare in ordine di importanza le pagine *web*. Il comportamento di un generico utente, che visita una serie di pagine *web*, connesse da un *hyperlink*, viene modellato come una combinazione semplice di un *random walk* con salti occasionali da un vertice all'altro all'interno di un grafo.

[8] La *Eigenvector centrality* è una misura di centralità di un nodo che sfrutta un principio molto semplice: la centralità di un nodo dipende da quanto sono centrali i nodi ad esso connessi (Perra and Fortunato, 2008).

sono connesse l'un l'altra da una catena composta da non più di cinque intermediari. Secondo alcuni, una *small world network* ha la caratteristica di avere un coefficiente di clusterizzazione elevato e una bassa lunghezza media dei cammini minimi tra ciascuna coppia di nodi.

Il coefficiente di clusterizzazione è una misura del grado con cui i nodi adiacenti ad un vertice tendono ad essere un grafo completo (Christiano Silva and Zhao, 2016). Tra le diverse formalizzazioni di tale coefficiente che sono state proposte (Latapy et al., 2008; Opsahl and Panzarasa, 2009); in questa sede si propone la definizione originaria di (Watts and Strogatz, 1998), che riferisce ad un grafo non orientato:

$$CC_i = \frac{2|e_i|}{k_i(k_i - 1)}$$

Dove CC_i è il coefficiente di *clustering* del nodo i, e_i è il numero di archi che collegano i nodi adiacenti al nodo i; k_i è il grado del nodo i, ovvero il numero di archi incidenti sul nodo stesso. In un grafo orientato, può essere scomposto come la somma di grado uscente k_i^{out} e grado entrante k_i^{in}, dove il primo rappresenta il numero di archi per cui il nodo i è il nodo di partenza, mentre il secondo rappresenta il numero di archi per cui il nodo i è il nodo di destinazione.

Il coefficiente di *clustering* di una rete è definito come la media aritmetica dei coefficienti di cluster dei singoli nodi (Christiano Silva and Zhao, 2016). Infine, in (Watts and Strogatz, 1998) è stata proposta una metodologia per ottenere una rete *small world* a partire da un grafo regolare come, ad esempio, una griglia.

Si segnala che secondo alcuni (Watts and Strogatz, 1998; Vitali and Battiston, 2011) si può distinguere tra una definizione debole e una forte di rete *small world*. Con la prima si indica una rete che abbia una distanza media (cioè la lunghezza media dei cammini tra ogni coppia di nodi) paragonabile a quella di un grafo *random* delle stesse dimensioni. Con la seconda si indica una rete che, in aggiunta alle caratteristiche enunciante nella definizione debole, abbia anche un coefficiente di *clustering* maggiore rispetto a quello di un grafo *random*.

Una delle immediate conseguenze di una rete *small world* consiste nel fatto che la diffusione di informazioni al suo interno è particolarmente veloce (Christiano Silva and Zhao, 2016); stabilire, pertanto, che il sistema economico tedesco (Kogut and Walker,

2001) o il sistema finanziario italiano (Bertoni and Randone, 2006) hanno le caratteristiche di una *small world network* potrebbe avere delle implicazioni non banali[9].

1.2.1.2 Scale free networks

Il concetto di s*cale free network* fu introdotto per la prima volta in (Barabasi and Albert, 1999), dove gli Autori notarono che, analizzando reti in cui la distribuzione del grado dei nodi all'interno della rete, essa segue un andamento approssimabile mediante una funzione esponenziale. In altre parole, in una *scale free network* vale la seguente:

$$P(k) \sim k^{-\gamma}$$

Dove $P(k)$ è la probabilità che un nodo abbia un grado pari a k e γ è un esponente scalare. Di conseguenza, una rete è *scale free* se pochi nodi hanno un grado molto elevato e molti nodi hanno un grado particolarmente basso. Nello stesso articolo, gli Autori propongono un algoritmo per la formazione di reti *scale free* che utilizza il cd. principio di *preferential attachment*. Iniziando con un grafo composto da un numero arbitrario V_0 di nodi adiacenti, ad ogni iterazione viene aggiunto un nuovo nodo, connesso a qualcuno degli altri, fino ad ottenere un grafo che abbia il numero desiderato di nodi. Il principio del *preferential attachment* afferma che tanto più un nodo è connesso, all'interno della rete risultante al termine della iterazione i, tanto più è probabile che esso sia connesso al nodo che viene inserito nel grafo nella iterazione $i + 1$.

Stabilire se una rete è *scale free* ha delle implicazioni significative in diversi ambiti; in ambito finanziario, ad esempio, siffatto attributo conferisce alla rete una maggiore resilienza rispetto a shock idiosincratici. Supponiamo ad esempio che lo *shock* consista nel fallimento di una delle istituzioni finanziarie all'interno della rete, scelta in modo casuale, e di voler analizzare se e quante altre istituzioni falliscono di conseguenza, in quanto connesse ad essa. In tal caso, considerato che in una rete *scale free* vi sono molti nodi poco connessi e pochi nodi molto connessi, la probabilità che sia colpito un nodo centrale, il cui fallimento potrebbe avere ripercussioni su un grande numero di istituzioni finanziarie, risulta trascurabile.

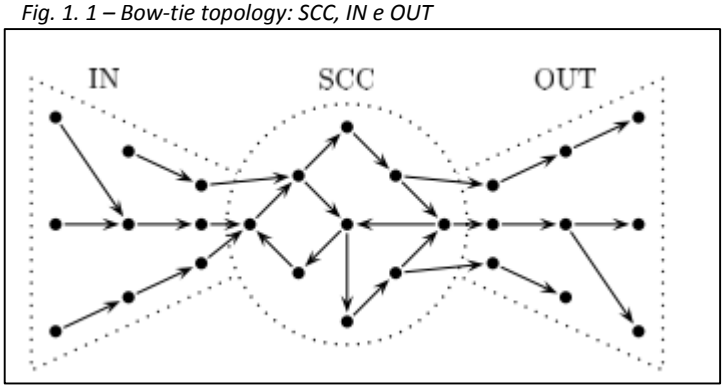
[9] Si pensi, ad esempio, alla velocità con cui si potrebbero diffondere delle informazioni riservate e che potrebbero avere un impatto sui prezzi all'interno della rete.

1.2.1.3 Core-Periphery Networks ed altre figure ricorrenti particolari

Si parla di *core-perifery networks* quando il *focus* dell'analisi è a livello mesoscopico (Christiano Silva and Zhao, 2016). Sebbene qualitativamente già presente in diversi ambiti, la definizione formale di *core-perifery networks,* avviene nel 1999 in (Borgatti and Everett, 1999). In tale lavoro, oltre a proporre delle metodologie per l'individuazione di tali reti, gli Autori sviluppano due famiglie di modelli per la generazione di reti *core-perifery* (modelli discreti e modelli continui) che si basano su definizioni della struttura qualitative e intuitive. Una rete *core-perifery network* è una rete al cui interno possono essere identificati dei gruppi di nodi che, pur essendo connessi agli altri, identificano dei centri (*core*) per via dell'elevato numero di connessioni tra i nodi che ne fanno parte, e delle periferie (*perifery*) per il fatto che risultano poco connessi con altri nodi. Chiaramente, all'interno di una *core-perifery network* possono essere individuati più centri e più periferie. A modesto parere di chi scrive, tra i casi particolari di *core-perifery network* è possibile considerare, anche le cd *bow-tie topology* che caratterizzano in particolare le *ownership networks* (Glattfelder and Battiston, 2009; Vitali et al., 2011; Compston, 2013; Romei et al., 2015).

Una topologia di tipo *bow-tie* è composta da tre componenti (Glattfelder and Battiston, 2009): un'area centrale, denominata SCC (*strongly connected component)*, dove c'è un cammino per ogni coppia di nodi, comunque presa; due aree periferiche, una denominata IN e l'altra denominata OUT. Nell'area denominata IN sono presenti solamente quei nodi che sono origine di cammini che hanno come destinazione un nodo nella SCC. I nodi nell'area denominata OUT sono le destinazioni di cammini che hanno origine in nodi appartenenti alla SCC. La Fig. 1.1 mostra nel dettaglio tali componenti.

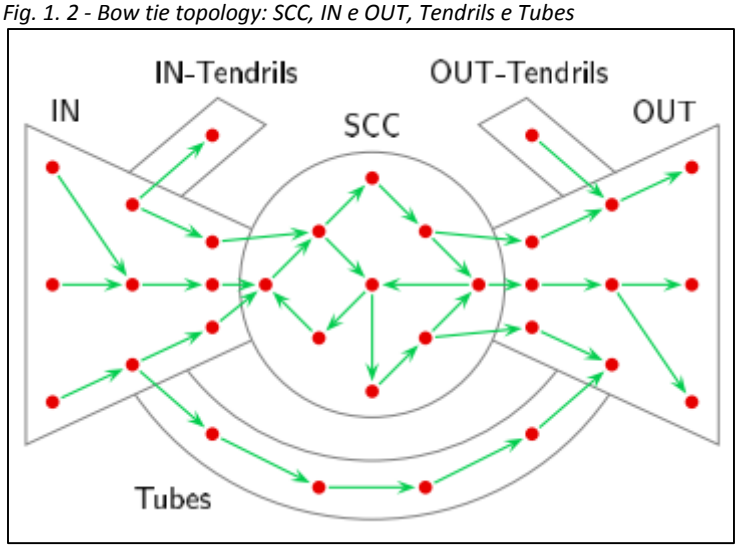
Fig. 1. 1 – Bow-tie topology: SCC, IN e OUT



Fonte: (Glattfelder and Battiston, 2009)

Alle tre componenti introdotte, se ne possono aggiungere altre due (Vitali et al., 2011), denominati, rispettivamente *Tendrills* e *Tubes,* rappresentati graficamente nella Fig. 1.2. Con il primo termine si intendono dei nodi distinti dalle componenti IN e OUT che rappresentano o il nodo finale di cammini che hanno origine nella componente IN, o il nodo iniziale di cammini che hanno destinazione nella componente OUT. Con il termine *Tubes*, invece, si intendono sezioni che connettono direttamente la componente IN e OUT senza che vi appartengano nodi identificati nella SCC.

Fig. 1. 2 - Bow tie topology: SCC, IN e OUT, Tendrils e Tubes



Fonte: (Vitali et al., 2011)

Una topologia di tipo *bow-tie,* in un contesto come quello delle *ownership networks* può assumere dei significati molto particolari, a seconda del significato associato

agli archi. Ad esempio, se nella *bow-tie* gli archi rappresentano relazioni di azionariato[10], allora la presenza della SCC può essere motivata da strategie per contrastare le scalate, per ridurre i costi di transazione e per condividere i rischi (Vitali et al., 2011).

Qualora, invece, la struttura *bow-tie* dovesse indicare un flusso di controllo[11], allora le implicazioni che ne derivano sono ben più significative, ovvero che le società appartenenti alla componente IN controllano, direttamente o indirettamente, tutte le società a valle nei cammini (Vitali et al., 2011).

La letteratura relativa alle *ownership networks,* in particolare, fa spesso riferimento a delle strutture topologiche tipiche che, talvolta, sono assimilate come identiche pur non essendolo: è il caso dei *Business Groups,* denominati anche piramidi, e dei *Keiretsu* (Scott, 1991; Berglöf and Perotti, 1994; La Porta et al., 1999; Claessens et al., 2000; Chapelle and Szafarz, 2005; Almeida and Wolfenzon, 2006; Dietzenbacher and Temurshoev, 2008; Rotundo and D'Arcangelis, 2010; Rungi et al., 2017). Mentre una trattazione più approfondita delle definizioni di *business groups* verrà affrontata più avanti[12], in questa sede ci si sofferma sul *Keiretsu,* una struttura societaria tipicamente Giapponese. Esso è descritto da un insieme di società connesse da legami di tipo azionario, dalla condivisione di alcuni membri del Consiglio di Amministrazione e da legami di tipo familiare.

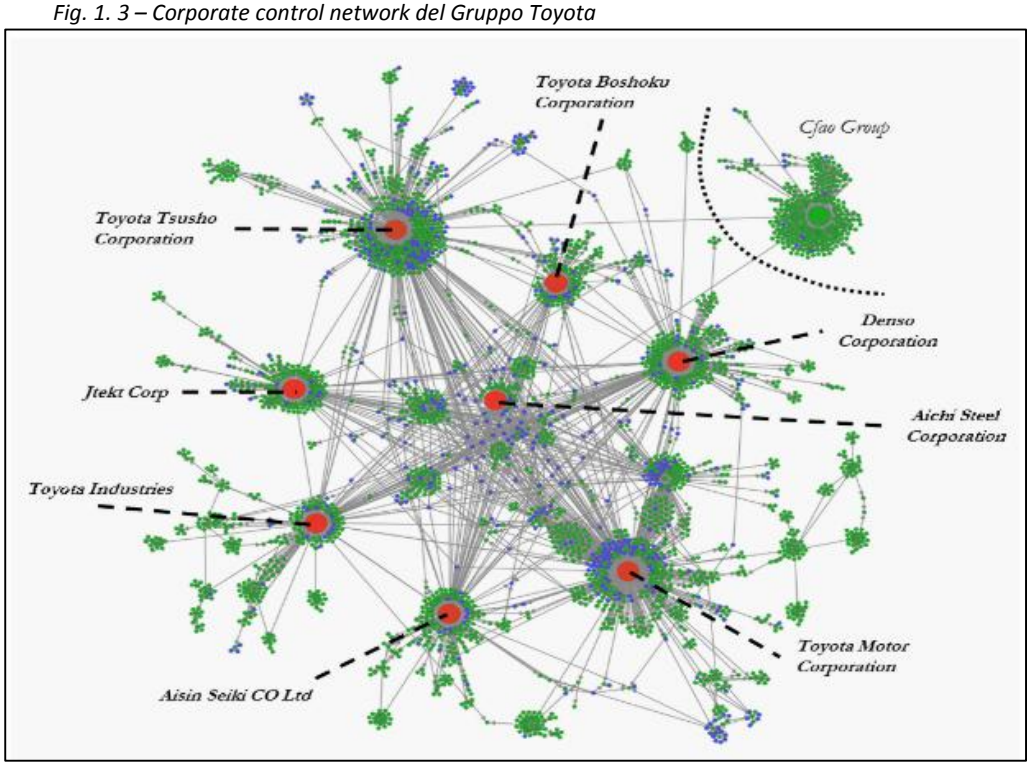
È questo, ad esempio, il caso del *Keiretsu* a cui appartiene il gruppo Toyota, rappresentato nella Fig. 1.3. Al suo interno, si possono distinguere tre classi di nodi: in rosso, le *holding* appartenenti al *Keiretsu*; in verde i nodi di cui il *Keiretsu* possiede la maggioranza; in blu le società nelle quali il *Keiretsu* ha una quota influente ma inferiore al 51%.

Alcuni aspetti meritano di essere accennati in questa sede. In primo luogo, stante la definizione qualitativa appena proposta, un *Keiretsu* si configura come caso particolare di *multilayer network*[13], in quanto può essere visto come la risultante di una rete con legami di tipo azionario (*ownership network*) e una rete di società che condividono consiglieri di amministrazione (*Interlocking directorate network).* In secondo luogo, la

[10] Vale a dire che due nodi, i e j sono adiacenti se la società i possiede azioni della società j.
[11] Con qualche approssimazione rispetto a quanto sostenuto in (Vitali et al., 2011), intendiamo dire che due nodi, i e j sono adiacenti se la società i controlla la società j.
[12] Si veda: *infra* Par. 1.3.
[13] Si veda: *infra* Par. 1.3.

distinzione all'interno della Fig. 1.3 delle tre tipologie di nodi, consente di accennare ad uno dei temi ricorrenti in letteratura, relativo alla definizione rigorosa delle condizioni che consentono di affermare che un soggetto controlla una società: un elemento tuttora non privo di controversie[14].

Fig. 1. 3 – Corporate control network del Gruppo Toyota



Fonte (Rungi et al., 2017)

1.2.2 Secondo livello: estensione della nozione di grado di un nodo

Il secondo livello consiste nell'aggiungere, ad ogni nodo, un valore che è strettamente collegato, e talvolta estende, il significato associato al grado di un nodo. Definito w_{ij} come il peso relativo all'arco (i, j), in (Barrat et al., 2004), ad esempio, si introduce la quantità denominata *strenght* del nodo i, definita come:

$$k_i^w = \sum_j w_{ij}$$

Analogamente, il *concentration index* (Battiston, 2004; Glattfelder and Battiston, 2009), associa ad ogni nodo il valore:

[14] Si veda *Infra:* Cap. 2, par 2.2.3.

$$s_j = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k_j^{in}} w_{ij}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k_j^{in}} \left(w_{ij}\right)^2}$$

Che rappresenta, anche se in modo approssimato, l'inverso dell'indice di *Herfindal*, cioè una misura di concentrazione[15].

Altri esempi in merito possono essere individuati in alcuni lavori che studiano il rischio sistemico ed il contagio finanziario (Battiston et al., 2012; Hideaki and Battiston, 2013; Thurner and Poledna, 2013; Bardoscia et al., 2015). In tali lavori si associa ad ogni nodo un valore economico, descritto da espressioni ed elaborato mediante la simulazione, all'interno della rete, di dinamiche più o meno complesse, che rappresenta il valore degli asset di cui dispone ciascun nodo.

Uno dei contributi originali del mio lavoro di tesi è la proposta di indici volti alla misurazione della facilità con cui si possono verificare dei cambiamenti nel controllo societario all'interno di una rete, considerando anche le relazioni che intercorrono tra le società che ne fanno parte e condivide le finalità, gli scopi e gli obiettivi, di questo livello di analisi. A rigore di logica, tuttavia, non è corretto inserire il nostro lavoro all'interno del secondo livello di analisi, in quanto si configura all'interno di un approccio descrittivo (descrivendo la 'fragilità' dell'assetto di controllo di una società) attraverso un approccio normativo (individuando la strategia ottimale che un soggetto dovrebbe realizzare per ottenere il controllo su di una società) esulando, pertanto, dagli schemi usuali della *Complex Network Analysis*.

1.2.3 Terzo livello: Addizione di valori non topologici alla rete.

Nel terzo livello di analisi si aggiungono alla rete dei parametri che non dipendono dalle caratteristiche della rete, ovvero il cui valore è indipendente dalle entità a cui esso è associato. Come vedremo, tale operazione può consentire comunque di estrarre dalla rete delle informazioni significative.

15 Con esplicito riferimento alle *ownership networks*, il valore s_j è intrepretato in (Battiston, 2004) e (Glattfelder and Battiston, 2009), come il numero effettivo di azionisti della società j.

Tra i diversi esempi disponibili in letteratura, si ripropone, in questa sede, quanto svolto in (Glattfelder and Battiston, 2009). La scelta di tale esempio è dovuta al fatto che in esso gli Autori impiegano strumenti del terzo livello di analisi ad una *ownership network.* Per mantenere la notazione conforme a quella adottata dagli Autori, nel prosieguo, indicheremo con w_{ij} il peso relativo all'arco (i,j), che rappresenta la percentuale di azioni che la società i possiede della società j.

In (Glattfelder and Battiston, 2009), si considera il valore di capitalizzazione di ciascuna società, indicato con v_j, come variabile che ne descrive le dimensioni. L'aggiunta di tale valore alle analisi volte alla descrizione della entità che compongono la rete, consente di individuare immediatamente una nuova grandezza: la ricchezza posseduta da ciascun azionista all'interno della rete. Si indica con p_i il valore di portafoglio dell'azionista i, ovvero la somma dei valori delle sue partecipazioni in altre società:

$$p_i \coloneqq \sum_{j=1}^{k_i^{out}} w_{ij}\, v_j$$

Dove k_i^{out} rappresenta il grado uscente del nodo i. Un'altra grandezza che è possibile determinare grazie all'introduzione del valore di capitalizzazione di ciascuna società è quello che gli Autori chiamano *integrated control value*, il cui utilizzo consente di identificare ed ordinare per importanza gli azionisti di ciascuna società e rappresenta il valore detenuto da un azionista, derivante dalle azioni che possiede, derivante da tutti i cammini, diretti e indiretti, che si ottengono considerando le azioni di cui dispone. L'esempio tratto da (Glattfelder and Battiston, 2009) consente di evidenziare l'importanza di un aspetto della letteratura che sarà affrontato più dettagliatamente in seguito, ovvero la considerazione di tutti i cammini, diretti e indiretti che connettono due nodi appartenenti ad una *ownership network*. Tale operazione rappresenta, dal punto di vista tecnico, un aspetto particolarmente critico per diverse ragioni. Tra queste, si cita in particolare la corretta stima del controllo in presenza di cicli all'interno della rete[16].

1.3 Interfirm networks

L'elemento centrale di questo lavoro è rappresentato dalle *ownership networks*, ovvero delle reti i cui nodi sono le società e gli archi sono le relazioni di azionariato tra

[16] Tale argomento sarà affrontato più dettagliatamente più avanti. Si veda *infra* Par. 1.4.2. Inoltre, nel Cap. 2, sarà proposta una modalità per il superamento di tale criticità.

queste. Essendo la letteratura di riferimento relativamente recente e in continuo sviluppo, la terminologia e la metodologia impiegate nell'analisi di tali reti è talvolta ambigua. Infatti, la stessa definizione di *Business Group*, uno dei fenomeni che viene solitamente analizzato per via delle *ownership networks*, spesso fa riferimento a diverse tipologie di relazioni. Nel prosieguo saranno introdotte alcune definizioni di *Business Group* e di piramidi, proposte in ordine cronologico, al fine di rappresentare meglio alcune caratteristiche di tale concetto ed in particolare: i) il focus su diverse tipologie di relazioni e su relazioni di tipo diretto e indiretto; ii) l'omologazione di *business group* e piramidi; iii) la mancanza di una definizione univoca di tali concetti.

In (La Porta et al., 1999) un *Business Group* è descritto dalle seguenti tre caratteristiche: i) un azionista che, direttamente o indirettamente, possiede tutte le azioni delle società appartenenti al gruppo; ii) almeno una delle società appartenenti al gruppo è quotata su un mercato azionario; iii) tutti i collegamenti azionari tra le società appartenenti al gruppo sono superiori ad una certa soglia.

L'ordinamento italiano non definisce esplicitamente il concetto di *Business Group.* Una definizione indiretta può essere dedotta dall' art. 2359 del D.lgs. 6/2003[17], in base al quale sono considerate società controllate, ovvero appartenenti allo stesso *Business Group*:

1. Le società in cui un'altra società dispone della maggioranza dei voti esercitabili nell'assemblea ordinaria;
2. Le società in cui un'altra società dispone di voti sufficienti per esercitare un'influenza dominante nell'assemblea ordinaria;
3. Le società che sono sotto influenza dominante di un'altra società in virtu' di particolari vincoli contrattuali con essa.

In (Almeida and Wolfenzon, 2006), un *Business Group* può essere definito in base a diversi criteri, come un insieme di società accomunate dalla medesima nazionalità, oppure per il fatto che i rispettivi CdA condividono consiglieri, oppure hanno in essere accordi di ricerca e sviluppo, oppure sono controllati dalla stessa famiglia e così via.

[17] Decreto Legislativo 17 gennaio 2003, n. 6, "Riforma organica della disciplina delle società di capitali e società cooperative, in attuazione della legge 3 ottobre 2001, n. 366" pubblicato nella Gazzetta Ufficiale n. 17 del 22 gennaio 2003 - Supplemento Ordinario n. 8

In (Levy, 2009), una definizione di struttura piramidale è definita nel modo più formale e prossimo al linguaggio della teoria dei grafi rispetto alle altre, legando tale concetto ad una certa soglia di possesso:

Def. 1. La struttura piramidale alla soglia T_p è una struttura piramidale in cui esiste un insieme di vertici $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ tale che:

1) $k \geq 3$;

2) gli archi $\{(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)\}$ sono inclusi nell'insieme degli archi del grafo;

3) i_1 è una sorgente, ovvero un nodo con grado entrante pari a zero e grado uscente superiore ad uno;

4) il peso associato a ciascun arco $\{(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)\}$ è non inferiore a T_p, ovvero ogni società i_n possiede almeno T_p azioni della società i_{n+1};

5) almeno una delle società $i_n \in \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ possiede una percentuale di azioni di i_n strettamente inferiore al 100%.

Pur volendo limitare il proprio oggetto di analisi ai *Business Group* e, compatibilmente, alle piramidi, le definizioni introdotte pongono l'accento sul fatto che i legami di azionariato sono solo una delle tipologie di legami possibili tra imprese controllate dalla stessa società *Holding*. In particolare, l'accenno da parte del legislatore italiano ad una "influenza dominante (…) in virtu' di particolari vincoli contrattuali (…)" impone che l'analisi del controllo societario all'interno di una rete, indipendentemente dal fatto che sia presente o meno un *Business Group,* richiede la considerazione di molteplici tipologie di legami tra le società, non limitandosi a quelle di azionariato. In questo senso, una analisi effettuata attraverso lo studio della sola *ownership network,* configurandosi come il caso particolare di una *interfirm network*, sarà da considerarsi una approssimazione, per quanto efficace.

Il termine *interfirm network* indica in modo del tutto generico un insieme di società (nodi) e di relazioni tra di esse (archi), non necessariamente della stessa natura. Utilizzato per la prima volta in lavori che studiano se, e in quale misura, la posizione di una società all'interno di una rete abbia effetti sulla sua performance economica (Zaheer and

Bell, 2005) o sulla sua capacità di innovare (Schilling and Phelps, 2007), tale definizione ha il merito di evidenziare la molteplice natura delle relazioni in cui una società è coinvolta. Allo stesso tempo, la definizione proposta risulta essere troppo generica per consentire una definizione formale.

A modesto parere di chi scrive, uno strumento concettuale e formale utile a tale scopo è la cd. *multilayer network* (De Domenico et al., 2014; Kivelä et al., 2014) che consente di rappresentare tutte quelle tipologie di sistemi complessi composti da una molteplicità di reti interconnesse tra di loro da legami particolari oppure entità connesse tra di loro da legami di natura diversa. Come un generico grafo, una *multilayer network* è una struttura definita da un insieme dei nodi e da un insieme di archi, ma a differenza di un grafo, una *multilayer network* è definita anche da uno o più insiemi di *layers*.

Si propone il seguente esempio al fine di esporre più esaustivamente come una *multilayer network* rappresenti, di fatto, lo strumento più adeguato alla descrizione di una *interfirm network* ai fini della corretta quantificazione del controllo esercitato da ciascun attore all'interno della rete.

Si consideri un grafo $G = (V, A)$, dove V è l'insieme dei nodi e A è l'insieme degli archi. Supponiamo che G sia una *alliance network* ovvero un grafo in cui ogni nodo rappresenta una società, ed ogni arco rappresenta un accordo di *partnership* per progetti di ricerca e sviluppo.

Si consideri un secondo grafo $G' = (V, A')$ in particolare due nodi $i, j \in V$ sono connessi da un arco $a_{ij} \in A'$ se la società i possiede delle azioni della società j. Si noti che i grafi G e G',che potrebbero contenere esattamente gli stessi nodi, anche se, in generale, non è richiesto dalla definizione di rete *multilayer.*

Qualora venissero considerati singolarmente, G e G' possono essere considerati come due casi particolare di una *multilayer network* con un solo *layer.* In alternativa, si può considerare una *multilayer network*, definita dall'insieme V dei nodi, dall'insieme A degli archi del primo *layer,* dall'insieme A' degli archi del secondo *layer* e dall'insieme dei *layer*, costituito da due elementi[18]. In linea di principio, due nodi appartenenti a *layer*

[18] All'insieme di *layers* cosi definito, se ne possono aggiungere altri. Ad esempio, se si volesse rappresentare nel tempo discreto la dinamica delle relazioni tra le società precedentemente introdotte, si potrebbe aggiungere un secondo in insieme di layer che conterrà tanti elementi quanti gli istanti di tempo da rappresentare.

diversi possono essere a loro volta connessi: ad esempio, il nodo i, appartenente al primo *layer*, potrebbe essere connesso al nodo j, appartenente al secondo *layer,* se i rispettivi CdA hanno almeno un consigliere in comune. In questo modo, una *multilayer network* contiene e rappresenta una maggiore quantità di informazioni rispetto ai singoli *layer.* In altre parole, una analisi svolta sulla sola *alliance network* sarà limitata dal fatto che alcune informazioni, che potrebbero essere rilevanti ai fini dello studio di alcune dinamiche[19], non saranno utilizzate.

Come accennato, l'introduzione in letteratura delle *multilayer networks* ha avuto luogo in tempi recentissimi (Kivelä et al., 2014) e ne discende che il loro impiego all'interno dell'approccio descrittivo relativo a questioni economico-finanziarie o di *corporate governance*, per quanto promettente, è stato finora piuttosto limitato. Per tale ragione, la maggior parte dei lavori che saranno presentati in questo capitolo, non utilizza *multilayer networks* come strumento di analisi. In questa sede si propongono alcuni riferimenti ai lavori che impiegano le *multilayer networks* e le *ownership networks.*

In (Romei et al., 2015) gli Autori hanno interpretato una *ownership network* come una *multilayer network,* progettando, algoritmi per identificare al suo interno delle sottostrutture di controllo e proprietà. Ciò che rende particolarmente interessante tale lavoro consiste nel fatto che gli Autori hanno affrontato tre tipologie di problemi, tipici della letteratura sulle *ownership networks:*

- *Integrated ownership problem*: la quantificazione della percentuale di azioni di una società posseduta da un azionista, direttamente o indirettamente attraverso altre società;
- *Dividend problem*: la determinazione dei dividendi ricevuti da un azionista, diretto o indiretto di una società;
- *Corporate group problem*: identificazione dei *Business Groups.*

[19] Si pensi ad esempio, alla possibilità di indagare i meccanismi di propagazione di informazioni riservate relative alla *R&D* svolta da due società. Mentre dalla sola considerazione della *alliance network* si potrebbe dedurre che due società non connesse non potranno mai conoscere le attività che l'altra svolge, la considerazione di una *multilayer network* potrebbe mostrare che le due società sono connesse da altri legami, ovvero canali di condivisione di informazione, da cui potrebbe derivare una fuga di notizie.

Infine, viene svolta una analisi empirica su un *dataset* composto da 1,5 milioni di società italiane. La rete che ne deriva è composta da 3,9 milioni di nodi e 3,87 milioni di archi.

In (Elliott et al., 2014) viene introdotto un modello riguardante il contagio finanziario e l'effetto domino di fallimenti tra organizzazioni finanziarie connesse da una rete di interdipendenze finanziarie. Sebbene non si faccia esplicito riferimento alle *multilayer networks*, gli Autori, di fatto, prendono in considerazione una di esse. Nel modello, infatti, si considera una rete in cui i nodi sono delle organizzazioni finanziarie, connesse da legami di azionariato (*ownership networks)*, ciascuna delle quali possiede altre tipologie di *asset*. Proposta una particolare dinamica relativa al prezzo degli *asset* e la definizione formale del fallimento di una organizzazione, gli Autori studiano, le conseguenze all'interno della rete di uno *shock* idiosincratico relativo al valore di un *asset*. Si sostiene, in questa sede, che tale lavoro può essere ricondotto all'approccio delle *multilayer networks* in quanto, di fatto, si considera una rete a due *layers*: il primo costituito da una *ownership network* ed il secondo è costituito dalle società che posseggono *asset* in comune. Un risultato particolarmente interessante di tale lavoro, per quanto non inerente agli argomenti del presente, consiste nel fatto che un sistema finanziario con un livello intermedio di integrazione e diversificazione è più vulnerabile a *shock* finanziari. Un obiettivo analogo caratterizza anche (Dastkhan and Gharneh, 2017), in cui si pone un particolare accento sul fatto che nella letteratura relativa al rischio sistemico molte delle fonti di rischio sistemico non sono considerate, da cui la necessità di ricorrere ad uno o più *layers*.

In (Li, Fang, et al., 2014) si costruisce una rete composta da due insiemi di *layers*. Il primo *layer* fa riferimento alle società quotate relative al settore dell'energia e ai suoi azionisti; tale livello è di per sé una rete *multilayer* in quanto si considera non solo la relazione di azionariato tra ogni azionista e la relativa società, ma anche la relazione di equivalenza che intercorre tra due azionisti della medesima società[20]. Il secondo livello è costituito da una elaborazione del primo livello, la cui individuazione è ottenuta attraverso particolari metodologie indicate all'interno del lavoro.

[20] Due azionisti sono connessi da una relazione di equivalenza se essi possiedono azioni della stessa società quotata, indipendentemente dalla percentuale di azioni che detengono (Li, Fang, et al., 2014).

Una rete composta da due livelli è considerata in (Dastkhan and Shams Gharneh, 2016), in cui si affronta il tema del rischio sistemico, ovvero dell'individuazione di quelle società nella rete il cui fallimento può causare effetti particolarmente rilevanti per il resto del sistema. In particolare, gli Autori considerano un primo livello che rappresenta tutte le società quotate e i relativi azionisti, mentre il secondo livello rappresenta gli azionisti degli azionisti e le relazioni che intercorrono tra questi. Una analisi empirica viene proposta con riferimento alle società quotate nel *Teheran stock exchange.*

In (Bargigli et al., 2015), dove gli Autori svolgono analisi tipiche del primo livello di analisi delle *complex network,* si sostiene che la rappresentazione più naturale di una rete che descrive relazioni interbancarie è una rete *multilayer* e che concentrare le analisi su un singolo *layer* fornisce una rappresentazione scadente di tutte le relazioni nel mercato interbancario, conducendo a stime distorte del rischio sistemico.

1.4 Ownership networks

Le *ownership networks* sono reti che esprimono relazioni di azionariato tra società. Per quanto qualitativa, immediata e semplice, tale definizione riflette una letteratura di riferimento non priva di ambiguità.

1.4.1 Definizioni

In questo lavoro, per *ownership network* si intende grafo orientato $G = (V, A)$, dove V è l'insieme di società quotate, opportunamente selezionate, con $|V| = n$, e A è l'insieme degli archi, ossia l'insieme di relazioni di azionariato in cui le società sono coinvolte; l'arco orientato (i, j) indica che la società i è azionista della società j. In generale, la matrice di adiacenza S del grafo G non è simmetrica e gli elementi della diagonale principale possono essere non nulli, ovvero è possibile che una società possieda azioni di sé stessa. A tale matrice si associa una matrice di pesi M il cui generico elemento, m_{ij}, rappresenta la percentuale di azioni che la società i possiede della società j ed è il peso associato all'arco $(i, j) \in A$. In generale sarà valida la relazione $\sum_{j=1}^{n} m_{ij} \leq 1$, dove la disuguaglianza in senso stretto è valida nel caso in cui non fossero noti tutti gli azionisti di una società, aspetto particolarmente realistico in presenza di azionariato molto diffuso o composto da una moltitudine di piccoli azionisti.

In merito al peso degli archi, si evidenzia che tutti i lavori che hanno come oggetto le *ownership networks*, implicitamente assumono che essi non possono essere negativi, ovvero non è contemplata la possibilità che un soggetto possa detenere una posizione finanziaria *short* nei confronti del titolo azionario di un'altra società. A seconda dei contesti di riferimento, degli obiettivi e delle domande di ricerca, tale aspetto assume le dimensioni di un limite o una scelta di buon senso; nel caso in cui il *focus* del lavoro sia inerente al rapporto tra proprietà e controllo societario, come la maggior parte dei lavori che saranno introdotti, l'esclusione dal perimetro delle posizioni *short* è una scelta di buon senso, in quanto sarebbe piuttosto ambiguo sostenere che la vendita allo scoperto delle azioni di una società possa avere un impatto di qualche tipo nel controllo societario su di essa.

La definizione di *ownership network* adottata in questo lavoro è tale che possa essere compatibile con quanto presente in letteratura; è bene precisare, tuttavia, che in ogni lavoro proposto in letteratura si rielaborino le caratteristiche della rete in modo funzionale agli scopi del lavoro da svolgersi. Ad esempio, in (Martins and Neves, 2017) si considerano solamente gli archi corrispondenti alle posizioni qualificate, ovvero relative ad azionisti che posseggono una percentuale di azioni superiore ad una certa soglia, in questo caso pari al 2%. In altri lavori, il peso di ciascun arco viene rielaborato, in modo tale che valga la relazione $\sum_{j=1}^{n} m_{ij} = 1$ per ogni arco (i, j). Lungi dal voler specificare le rielaborazioni che ciascun Autore ha implementato nel proprio lavoro, ciò che interessa sottolineare in questa sede consiste nel fatto che non esiste una definizione univoca di cosa sia una *ownership network* e che talvolta, tale ambiguità è presente anche a livello terminologico. Volendo proporre alcuni esempi, pur senza esaustività, si consideri che in (Ma et al., 2011) ci si riferisce alle *ownership network*, definendole *cross-shareholding* network; in (Levy and Szafarz, 2016) si distingue tra *cross- holding* e *cross-ownership*[21], sebbene tali termini siano molto spesso considerati come sinonimi[22]; infine in (Rotundo and D'Arcangelis, 2014), non si utilizza mai il termine *ownership network,* pur riferendosi di fatto ad esse, bensì il termine "*financial network*". In particolare, all'interno di tale lavoro, l'uso del termine "*cross-shareholding*" è utilizzato per indicare che è possibile la

[21] Con il termine *cross- holding* gli Autori si riferiscono alle questioni legate al possesso di azioni, mentre con il termine *cross-ownership* alle questioni legate al possesso di diritti di voto.

[22] Probabilmente ciò è dovuto all'assunzione, più o meno esplicita, della validità della *one share one vote rule*, ovvero il fatto che a ciascun'azione corrisponda un diritto di voto. Si veda: *infra* par. 1.4.4.

presenza di cicli all'interno del grafo considerato, in analogia con quanto svolto in altri lavori (Levy, 2009).

Tra gli altri obiettivi, alcuni lavori hanno avuto quello di introdurre in letteratura definizioni relative alle grandezze ed entità di cui si occupano le analisi relative alle *ownership network.* Tra questi citiamo (Levy, 2009) [23] e (Rungi et al., 2017). Particolare attenzione è riservata al secondo, per via della numerosità e sistematicità delle definizioni che introduce. Nel dettaglio, tale lavoro ha il pregio di esplicitare per la prima volta alcune definizioni che perdono così l'ambiguità che le contraddistingueva. Tra queste si ripropongono:

Def. 2 "Ownership space"

L'*ownership space* è lo spazio in cui interagiscono tutti gli investitori con una partecipazione nel capitale delle società e il cui obiettivo originale consiste nel partecipare alla distribuzione dei dividendi e/o nell'esercitare una influenza nelle decisioni manageriali delle società. Formalmente, un *ownership space* Ω è definito come la collezione delle *ownership networks* G come segue:

$$G(V_G,\ v_G, A_G, M_G) \in \Omega(V, v, A, M) \tag{1.1}$$

Dove ogni *ownership network* che compone l'*ownership space* è a sua volta formato da: i) un insieme dei nodi V_G; ii) l'insieme dei valori di capitalizzazione di ogni società v_G; iii) un insieme di relazioni di proprietà, che connettono gli azionisti alle società A_G; iv) un insieme di pesi M_G per ogni relazione di proprietà. L'*ownership space* può essere composto da più di una *ownership network* in modo tale che:

$$\bigcup_{g} G = \Omega$$

[23] La scelta di non riproporre le definizioni proposte in (Levy, 2009), oltre che per ragioni di brevità, è anche dettata dalla volontà di non introdurre ulteriori ambiguità terminologiche presenti in letteratura. Come ulteriore esempio, si consideri che in tale lavoro vengono introdotte le seguenti definizioni formali: *shareholding structure*, *graph of direct shareholding, predecessor of a company, successor of a company, source, pyramidal structure at threshold T*, *matrix of direct ownership, integrated ownership, pyramidal three structure*. I significati che esse assumono, talvolta sono identici a quanto comunemente inteso in letteratura, talvolta sono del tutto nuovi, talvolta sono in contrasto con quanto già affermato da altri Autori, talvolta sono introdotti nonostante sia già stato individuato un termine con il medesimo significato.

Dove g è il numero di *ownership networks* distinte, che possono differire tra di loro in ciascuna delle dimensioni rappresentate nella (1.1).

All'interno dell'insieme V dei nodi dell'*ownership space* è possibile distinguere sia le società ($I \subset N$) che gli azionisti ($S \subseteq N$). Una società può essere anche azionista, dal momento che $I \cap S \neq \emptyset$.

Si noti che se non vi fosse almeno una società che investe nel capitale di un'altra società, non si avrebbe una *ownership network*, bensì un semplice grafo bipartito che collega elementi appartenenti all'insieme degli azionisti ad elementi dell'insieme delle società quotate.

Tra i vari soggetti che è possibile individuare, si identifica un sottoinsieme di azionisti, denominato *ultimate owners*. A tale sottoinsieme appartengono tutti quei soggetti la cui proprietà è totale, ovvero che non sono controllati da altri soggetti. Dal punto di vista della teoria dei grafi, gli *ultimate owners* rappresentano le sorgenti di ogni *ownership network*. Ogni società $i \in I$ ha almeno un azionista diretto s_i che è rappresentato nel consiglio di amministrazione S_i della società. Il numero di azionisti diretti della società rappresenta il cd *ownership in-degree*, mentre il numero di partecipazioni possedute da ciascun azionista è chiamato *ownership out degree.*

Def. 3 "Ownership relation"

Si definisce una Ownership relation, $S: S \rightarrow I$, il legame di proprietà $a \in A$ che intercorre tra qualsiasi azionista s_i e la società i. Tale relazione è sempre orientata, dall'azionista alla società, in quanto il primo possiede diritti di voto e partecipa ai dividendi distribuiti dalla seconda.

L'ammontare di azioni che un azionista può possedere è indicato con $m_{s_i,\mathrm{j}} \in M = (0,100]$ e rappresenta il peso assegnato ad ogni legame di proprietà.

Dall'orientamento della *ownership relation* discende che ogni azionista diretto è un predecessore e che ogni società è successore nella relazione di *ownership.* In ogni caso, per ogni società i, ci può essere più di un predecessore s_{i+m}, se s_{i+m} è un azionista indiretto i cui diritti di voto possono essere esercitati attraverso m società intermedie.

Def. 4 "Ownership path"

Si definisce un *ownership path* $P_{s_j,\mathrm{i}}^{(m)}$ la sequenza finita che connette due nodi:

$$P_{s_j,\mathrm{i}}^{(m)} = \left(s_j, s_{i+m-1}, \dots, s_i, i\right)$$

Dove $s_j \in V$ è il generico predecessore della società i.

Def. 5 "Ownership path lenght"

La lunghezza di un *ownership path* $P_{s_j,\mathrm{i}}^{(m)}$è il numero di predecessori nel cammino $P_{s_j,\mathrm{i}}^{(m)}$, pari a m.

In caso di un azionista diretto, la lunghezza dell'*ownership path* sarà $m = 1$. Due nodi possono essere connessi da diversi *ownership paths* alternativi e un *ownership path* $P_{s_j,\mathrm{i}}^{(m)}$, $m \neq 0$, possono essere scomposti in m *paths* di lunghezza unitaria.

Def. 6 "Ownership Distance"

La *ownership distance* tra una coppia di nodi s_j ed i è definita come la lunghezza del cammino più breve che li connette:

$$d_{ji} = \min_m \left[P_{s_j,\mathrm{i}}^{(m)}\right]$$

Infine gli Autori distinguono tra le *ownership networks* e le *corporate control networks*. Queste ultime possono essere viste come un insieme di imprese legalmente indipendenti, accomunate dal fatto che sono soggette al controllo societario della stessa società *holding*. Le *corporate control networks* possono coincidere con le *ownership networks* sebbene, in generale, siano due reti distinte.

Def. 7 "Corporate control networks"

Una corporate control network è una gerarchia C, composta dalle società *holding* e dalle sue sussidiarie, estratte dalla *ownership network* G. Società *holding* e sussidiarie sono in una relazione di controllo societario h, definita come:

$$h: G(V_G,\ v_G, A_G, M_G) \rightarrow C(M_C, L_C, V_C)$$

per ogni $G \in \Omega$ e $C \in \mathcal{L}$, dove $\mathcal{L}$ è lo spazio dei confini aziendali, cioè tutte le gerarchie delle società. In altre parole h è una applicazione tale che dall'*ownership space* Ω si possa estrarre il *corporate control space* $\mathcal{L}$. In ogni *ownership network* è possibile individuare più di una *corporate control network*, sebbene non tutte le società che compongono una *ownership network* debbano necessariamente fare parte di una *corporate control network.*

Al fine di poter estrarre le gerarchie delle società a partire dalle *ownership networks*, è necessario che l'applicazione del controllo societario sia tale che:

- Sia presente una sola società *holding* che controlli un insieme di società e che non sia, a sua volta, controllata da altre, ovvero un *ultimate owner*;
- Non ci siano cicli nella gerarchia, ovvero che una società non possa, indirettamente, controllare sé stessa;

Entrambi i punti definiscono le caratteristiche peculiari della gerarchia delle società: il primo richiede che la relazione affermi se una sussidiaria sia controllata da una *holding* o meno, senza altre possibili alternative (la relazione deve essere binaria). Il secondo punto richiede che sia individuata una modalità per affrontare i cicli all'interno della *ownership network,* al fine di individuare quale sia, se presente, la società *holding* al vertice della gerarchia. Una possibile rappresentazione della gerarchia consiste in un grafo non pesato, dove non è presente una percentuale corrispondente al controllo. Per quanto intuitive, le proprietà appena introdotte dell'applicazione del controllo societario, non sempre sono state rispettate in letteratura.

1.4.2 Relazioni di azionariato incrociato e piramidi

Le due proprietà introdotte nel paragrafo precedente in merito all'estrazione di una struttura di controllo delle società a partire da un grafo che ne descrive le relazioni, non sempre sono rispettate. In merito a tale aspetto, tra gli altri, si accenna alla metodologia proposta in (Martins and Neves, 2017)[24]. Come si evidenzierà con maggiore livello di dettaglio[25], le soluzioni di tale modello individuano una gerarchia in cui la relazione di controllo non è binaria e al cui interno sono presenti dei cicli.

È proprio la presenza di cicli e di piramidi, in effetti, a rendere le *ownership networks* un caso particolare di *complex networks.* Tale caratteristica, che è considerata in letteratura come uno degli elementi tipici delle reti di proprietà[26], può essere motivata, da uno dei seguenti quattro elementi (Levy and Szafarz, 2016):

- la necessità di rinforzare la collaborazione tra imprese, che si controllano l'un l'altra;
- Il suo utilizzo come elemento di collusione implicita ed aumento del potere di mercato di tutte le società che ne fanno parte;
- la possibilità di rendere attrattive agli azionisti esterni le società, in quanto non è presente un soggetto dominante che controlla ogni singola società;
- Come elemento per creare artificialmente azioni proprie ed estrarre benefici privati del controllo a danno degli azionisti di minoranza;

Sebbene non sia tra gli scopi del presente lavoro, si segnala che un numero significativo di Autori (Wolfenzon, 1999; Dorofeenko et al., 2007; Levy, 2009; Paligorova and Xu, 2012; Romei et al., 2015) ha condiviso le argomentazioni dell'ultima motivazione introdotta, che risulta pertanto essere l'ipotesi più accreditata per la motivazione dell'esistenza delle piramidi.

Dal punto di vista di teoria dei grafi, la presenza di cicli conduce ad alcune complicazioni nell'utilizzo delle *ownership networks* come strumento di analisi. Tra questi ci si riferisce alla sovrastima del controllo societario, che è stato espressamente indicato da molti autori come uno dei principali problemi aperti (La Porta et al., 1999; Crama and

[24] La scelta di tale lavoro è dovuta al fatto che questo è uno dei principali modelli che saranno trattati nel Cap.2.
[25] Si veda: *infra* Cap.2 par. 2.2.3
[26] In merito a tale aspetto si veda anche: *sub* Par 1.4.3.

Leruth, 2007; Levy, 2009; Aminadav et al., 2011; Vitali and Battiston, 2011). In effetti, a seconda delle modalità di calcolo utilizzate, l'ammontare di tutte le partecipazioni dirette e indirette, può implicare che le stesse azioni siano conteggiate più volte in presenza di cicli (Chapelle and Szafarz, 2005). In aggiunta, bisogna considerare la difficoltà, anche computazionali, nella individuazione di cicli in un grafo di grandi dimensioni, per cui risulta difficile anche solamente stimarne degli impatti nella quantificazione del controllo societario (Levy and Szafarz, 2016). Come vedremo[27], diversi metodi sono stati proposti al fine di quantificare il controllo esercitato da un azionista all'interno di una *ownership network.* Secondo (Levy and Szafarz, 2016), solamente uno di questi consente di effettuare correttamente tale operazione: il calcolo degli indici di potere, uno strumento proveniente dalla letteratura di teoria dei giochi. Gli stessi Autori, tuttavia, affermano che essi non hanno avuto successo nella letteratura finanziaria in quanto: i) richiedono un enorme sforzo computazionale, specialmente se utilizzato in contesti di grandi strutture aziendali; ii) sono uno strumento poco intuitivo, soprattutto se paragonato alla semplicità degli strumenti della teoria dei grafi, i quali consentono la visualizzazione delle strutture da descriversi; iii) come notato in (Jeremy SS Edwards and Weichenrieder, 2009a), in generale i valori degli indici di Banzhaf e di Shapley possono assegnare allo stesso azionista, nello stesso contesto, valori di potere diversi. La semplice scelta dell'indice da utilizzare, introduce una distorsione nei risultati dell'analisi.

1.4.3 Topologia ed altri aspetti

In questo paragrafo è proposta una rassegna di quei lavori che hanno ad oggetto lo studio della topologia delle *ownership networks* o impiegano queste ultime come mezzo di indagine relativamente a filoni di letteratura diversi dal controllo societario. Con riferimento alla suddivisione nei tre livelli di analisi delle *complex networks*[28] tali lavori rientrano soprattutto nel primo o nel secondo livello di analisi. Si sottolinea ancora che tale classificazione non può essere rigidamente interpretata ai fini di una esposizione

[27] Si veda: i*nfra* Par 1.4.4.
[28] Si veda: *sub* Par. 1.2.

sistematica della letteratura, in quanto i confini tra un livello e l'altro sono piuttosto sottili e, in aggiunta, un lavoro può trattare argomenti tipici sia dell'uno che dell'altro livello.

Uno dei primi lavori ad occuparsi dello studio delle caratteristiche topologiche di una *ownership network* è (Kogut and Walker, 2001). Il *paper* si concentra su una rete di azionariato nazionale, quella tedesca, che ha la caratteristica di una rete *small world.* Come vedremo, la letteratura è piuttosto unanime nell'attribuzione di tale caratteristica alle *ownership networks.* La domanda di ricerca del *paper*, a cui gli Autori rispondono mediante una analisi topologica, è la seguente: poiché una delle caratteristiche delle *ownership network* nazionali è che sono sparse, esse dovrebbero essere fragili rispetto alle pressioni provenienti dall'esterno, in termini di controllo societario, per via della globalizzazione. È realmente così? È possibile agire al fine di renderle più robuste, eventualmente introducendo ulteriori archi nella rete? La conclusione a cui si giunge suggerisce che l'aggiunta di poche relazioni di azionariato può generare una struttura rilevante all'interno della rete, con effetti molto potenti nella creazione di una struttura nazionale per il coordinamento del comportamento economico degli attori che ne fanno parte.

In (Souma et al., 2005) gli Autori hanno considerato sei diverse *ownership networks*[29], volte alla descrizione del rapporto di azionariato tra società ed azionisti giapponesi in sei diversi anni di riferimento: 1985, 1990, 1995, 2000, 2002, e 2003. Il principale obiettivo degli Autori consiste nello studio di come la topologia della rete sia cambiata negli anni oggetto di analisi. Tra le altre conclusioni, vi è il fatto che la distribuzione del grado uscente dei nodi segue una legge esponenziale, il cui valore dell'esponente non è fisso ma varia a seconda dell'anno di riferimento. In altre parole, tutte le reti considerate sono *scale free.* Un obiettivo del tutto simile è anche quello di (Corrado and Zollo, 2006), in cui le medesime tecniche sono applicate ad una *ownership network* composta da società italiane nel 1990 e nel 2000. La scelta degli anni di in cui studiare le reti risponde alla logica di studiare le implicazioni delle privatizzazioni che si sono verificate nel Paese in quel decennio. L'analisi condotta dagli Autori segnala, oltre ad una rete di tipo *small world*, una frammentazione della rete, ad eccezione dei suoi principali componenti.

[29] È interessante in questa sede notare come gli Autori utilizzino il termine *shareholding network* invece di *ownership network* pur intendendo, di fatto, la seconda.

In (Dietzenbacher and Temurshoev, 2008), gli Autori analizzano il settore bancario della Repubblica Ceca, considerandolo un sistema domestico, ovvero ignorando eventuali legami con soggetti al di fuori dei confini nazionali. Gli Autori sostengono che l'applicazione di tale metodologia ha consentito di dedurre alcune informazioni delle "strutture proprietarie nascoste" del settore, laddove vi è una ampia evidenza del ruolo cruciale giocato dalle relazioni di proprietà indirette. Infine, gli Autori forniscono prove della relazione che esiste tra le misure della complessità della struttura proprietaria di un settore che essi propongono e il livello di separazione tra dividendi e diritti di controllo.

In (Vitali and Battiston, 2011), considerata una *ownership network* composta da 200000 imprese, situate in 14 paesi europei, e considerati 188000 legami di azionariato tra queste, si indaga l'esistenza di una relazione tra la distanza geografica e quella all'interno del grafo[30]. Come nei precedenti, anche in questo caso, gli Autori individuano una rete di tipo *small world*. Dal punto di vista della geografia economica, una delle letterature di riferimento del lavoro, gli Autori sostengono che la struttura della rete è spiegata solo parzialmente dalla localizzazione geografica delle imprese: sebbene la geografia abbia il suo peso, le imprese stringono legami di azionariato anche sulla base di fattori socio-economici, come, ad esempio, i vantaggi fiscali e normativi che possono esserci in Paesi geograficamente lontani.

In (Compston, 2013), l'Autore indaga la relazione tra *business groups* e politiche pubbliche, cercando di valutare eventuali impatti che i primi hanno sulle seconde, facendo esplicito riferimento ai risultati ottenuti in (Vitali et al., 2011). L'Autore conclude che, considerate le caratteristiche topologiche della *ownership network*, ovvero l'elevato grado di concentrazione e centralizzazione delle imprese che ne fanno parte[31] ci sono buone ragioni per ritenere che le società al centro della rete possano esercitare maggiori pressioni politiche.

Una analisi topologica della *ownership network* che descrive il settore bancario europeo nel 2012 è mostrata in (Pecora and Spelta, 2015). Tra i risultati di tale lavoro si

[30] Per distanza interna al grafo si intende, per ogni coppia di nodi, la somma dei pesi associati agli archi, in questo caso la percentuale di azioni che uno possiede dell'altro.
[31] In altre parole, l'Autore si riferisce alla caratteristica *core-perifery* della rete.

segnala una struttura "*robust yet fragile*"[32]. Una delle conseguenze dirette di tale caratteristica della rete, sostengono gli Autori, consiste nel fatto che in fasi positive del ciclo economico la rete sembra essere robusta, mentre in fasi negative molte banche possono contemporaneamente essere soggette a fallimenti. Considerazioni di tale natura, sono tipiche di un altro filone di letteratura, quello relativo al rischio sistemico e al rischio di contagio interbancario, che solitamente si occupa di altre tipologie di reti, le cd *interbank exposures*[33], che descrivono le relazioni creditizie all'interno del sistema interbancario. Tra gli articoli che si occupano delle *ownership networks* come mezzo di propagazione del contagio finanziario, si segnalano (Elliott et al., 2014; Dastkhan and Gharneh, 2017, 2018).

In (Li, An, et al., 2014), gli Autori considerano una *ownership network* composta dalle società quotate sullo *Shenzhen Stock Exchange*, sullo *Shanghai Stock Exchange* ed altre società provenienti dallo *CSMAR Financial Research Database*. La rete che ne risulta, a seconda dell'anno oggetto di analisi, è composta da un numero di nodi che varia tra 14314 e 20653 e un numero di archi che varia tra 18509 e 28039. Gli Autori, sulla base della analisi topologica svolta, osservano che sia il grado entrante che il grado uscente dei nodi, seguono una *power law,* ovvero sono reti *scale free*. A conclusioni simili si giunge anche in (Ma et al., 2011), dove, con dati diversi, tale analisi viene svolta a livello di singola società, di provincia e di regione del territorio cinese.

In (Rotundo and D'Arcangelis, 2014) gli Autori considerano una *ownership network* composta da 247 società quotate nel segmento MTA[34] di Borsa Italiana, evidenziando anche in questo caso la presenza di una rete *scale free*. Come ulteriore elemento di analisi, in aggiunta alle misure più tipiche dell'analisi topologica di una rete,

[32] Con tale espressione, si usa indicare una rete robusta rispetto attacchi *random*, ma fragile rispetto attacchi verso specifici *Target* (Doyle et al., 2005). Con specifico riferimento al contesto in cui è utilizzato, l'espressione può essere considerata sinonimo di *small world network*.

[33] Tra i principali lavori in tale ambito, si segnala: (Allen and Gale, 2000; Roukny et al., 2013; Elliott et al., 2014; Bardoscia et al., 2015, 2017; Burlon, 2015; Paltalidis et al., 2015; Acemoglu et al., 2016).

[34] All'epoca in cui gli Autori scrivevano, il segmento MTA rappresentava il 94% delle società quotate e il 95% della capitalizzazione.

come ad esempio l'*assortativity* o la distribuzione del grado uscente dei nodi[35], gli Autori calcolano la concentrazione di mercato attraverso l'indice di *Herfindal*.

L'interesse per la descrizione delle caratteristiche dei *business groups*, intese come *patterns* complessi di azionariato incrociato, è stato trattato ampiamente anche da lavori che, sebbene simili negli obiettivi, hanno utilizzato strumenti che non sono riconducibili al *complex networks approach.* Tra questi si segnala l'approccio econometrico e l'approccio di teoria dei giochi[36].

1.4.4 Focus sul controllo: definizioni di controllo

Per quanto immediato possa sembrare, stabilire quando un soggetto esercita il proprio controllo su di una società non è un'operazione semplice. Infatti la letteratura non è unanime nella definizione delle condizioni e delle circostanze per cui una simile relazione possa essere valida. Alcuni aspetti preliminari che si ritiene opportuno affrontare riguardano la cd *One share-one vote rule*, le azioni di risparmio, le azioni con diritti di voto plurimo ed altre tipologie di azioni.

Infatti, sebbene comunemente ci si riferisca alle azioni come a quelle *security* che rappresentano una frazione di capitale sociale, garantiscono dividendi periodici e conferiscono il diritto di partecipare alle assemblee degli azionisti, esistono anche altre tipologie di azioni[37], come quelle di risparmio e quelle con diritto di voto plurimo, di cui sarebbe necessario tenere conto, qualora il *focus* è sulla determinazione del soggetto che controlla una società. Ad esempio, una azione di risparmio non garantisce diritti di voto e dovrebbe essere ignorata in una analisi simile, mentre un'azione con diritto di voto plurimo ha un peso maggiore rispetto alle altre, in quanto consente di esercitare una influenza maggiore rispetto alle altre, a parità di capitale investito. Per inciso, si ricorda

[35] Si ricorda che la distribuzione del grado uscente dei nodi, all'interno di una *ownership network*, rappresenta una misura quantitativa del grado di diversificazione degli investimenti all'interno di una rete.

[36] Tra i lavori che meritano particolare attenzione si segnalano: (Claessens et al., 2000; Laeven and Levine, 2008; Paligorova and Xu, 2012; Ben-Nasr et al., 2015; Lemma and Negash, 2016; Lingmin, 2016; Saghi-Zedek, 2016; Napoli, 2018) per quanto riguarda l'approccio econometrico e (Levy, 2009; Aminadav et al., 2011; CRAMA and LERUTH, 2013; Karos and Peters, 2015; Levy and Szafarz, 2016; Rungi et al., 2017) per quanto riguarda l'approccio di teoria dei giochi.

[37] Peraltro, alle due seguenti categorie se ne possono aggiungere altre, come ad esempio le *golden shares*, di cui non si discuterà, per brevità.

che le azioni con diritto di voto plurimo sono un valido strumento per separare il diritto ai dividendi (*cash-flow rights*) dal controllo (*control rights*) e che, proprio per questo, sono una valida alternativa all'uso delle piramidi, le quali possono essere impiegate per la medesima finalità[38].

Una delle soluzioni più comunemente adottate in letteratura, talvolta implicitamente, è l'ipotesi che sia valida la cd. *one share one vote rule*, ovvero la regola per cui ad ogni azione corrisponde un diritto di voto, in modo tale che il controllo che viene esercitato da un azionista sia direttamente proporzionale alla percentuale di azioni possedute[39].

Come ulteriore aspetto, si sottolinea la necessità di distinguere tra la quantificazione del controllo secondo l'approccio descrittivo e normativo. Infatti dovendo descrivere una situazione *de facto*, il primo stabilisce, ad esempio, delle soglie di azioni da possedere al fine di distinguere chi, tra gli altri azionisti, controlla una società. Nella prospettiva dell'approccio descrittivo si può sensatamente affermare che un azionista di maggioranza che possiede il 30% delle azioni di una società di fatto possa controllarla in determinate circostanze[40]. Lo stesso criterio, tuttavia, non è utilizzabile all'interno dell'approccio normativo per diverse ragioni[41]; tra queste, si accenna brevemente al fatto che un controllo incontestabile su di una società può essere raggiunto esclusivamente previo il possesso di una percentuale di azioni di quest'ultima non inferiore al 50%. Partecipazioni inferiori a quella indicata non escludono, in linea di principio, la comparsa di ulteriori soggetti che, coalizzandosi o acquistando ulteriori partecipazioni, possano possedere la maggioranza assoluta dei diritti di voto, controllando la società.

In (La Porta et al., 1999), le società sono divise in due categorie: ad azionariato diffuso, ovvero non controllate da un soggetto specifico, e società con un *ultimate owner.*

---

[38] Si veda sub 1.4.2.

[39] È bene precisare che nella letteratura di Teoria dei Giochi, tale affermazione non è del tutto vera in quanto, gli indici di potere, che misurano il controllo esercitato da un azionista, non variano linearmente al variare delle azioni da questi possedute. Di conseguenza, in un contesto simile, anche se i diritti di voto variano proporzionalmente alla percentuale di azioni possedute, lo stesso non si può affermare in merito alla relazione tra i diritti di voto e il controllo esercitato, che gli indici di potere misurano.

[40] Ad esempio in presenza di un azionariato molto diffuso o in assenza di altri azionisti con partecipazioni simili.

[41] Della definizione del controllo secondo l'approccio normativo si discuterà più avanti. Si veda: *sub* Cap. 2.

In quest'ultimo caso, egli può essere una delle seguenti cinque figure: una famiglia; un individuo; lo Stato; una istituzione finanziaria ad azionariato diffuso, come ad esempio una banca; altro (cooperative, gruppi senza un investitore che possiede il controllo ecc.). Gli Autori, inoltre, sostengono che una società ha un *ultimate owner* se i diritti di voto che questi possiede, direttamente o indirettamente, superano il 20% (o il 10%, a seconda delle analisi che da svolgersi). Si noti che, di fatto, gli stessi autori adottano un modello a soglia, in cui il controllo è espresso in modo binario al possesso di una certa quantità di azioni. Anche il valore da attribuire alla soglia non è un elemento condiviso dalla letteratura: una soglia pari al 50% è suggerita in diversi lavori (Earle et al., 2005; Vitali et al., 2011)[42], mentre in (Sacristán-Navarro and Gómez-Ansón, 2007) si preferisce una soglia pari al 20%.

Una definizione molto particolare di controllo è quella implicitamente identificata in (Laeven and Levine, 2008), dove si vuole determinare la relazione tra il valore di una società e la separazione tra diritti di voto e *cash flow*. In aggiunta alle definizioni proposte in (La Porta et al., 1999), gli Autori quantificano i diritti di voto e i diritti ai dividendi dei due maggiori azionisti che possiedono almeno il 10% del capitale sociale[43]. Le differenze di tali coppie di valori rappresentano i regressori lineari su cui la relazione con la Q di Tobin viene stimata, pertanto, in questo caso, si intende il controllo in una accezione molto particolare, intesa come differenza tra l'influenza esercitata dal maggiore e dal secondo più grande azionista.

In (Battiston, 2004; Glattfelder and Battiston, 2009), il controllo è descritto da tre grandezze, la frazione di controllo, il *control index* ed il *control value*. Indicando con s_{ij} la percentuale di azioni che i possiede di j, e con k_j^{in} il grado entrante del nodo j, è possibile definire la frazione di controllo come:

$$H_{ij} := \frac{{s_{ij}}^2}{\sum_{l=1}^{k_j^{in}} s_{lj}}$$

[42] Si noti che in (Vitali et al., 2011), gli Autori di definiscono tale soglia all'interno della modalità di calcolo del controllo diretto denominata "*Threeshold model*", che rappresenta un termine innovativo. Ciononostante, il *Threeshold model* esprime esattamente le stesse logiche già introdotte in (La Porta et al., 1999).

[43] Per inciso, si nota un aspetto controverso dello studio, riguardante il fatto che in 59 società su 1700 che compongono il campione il maggior azionista possiede meno diritti ai dividendi del secondo più grande. Gli Autori gestiscono tale aspetto semplicemente escludendo siffatte imprese dal campione di analisi, ma il dato rimane inatteso e ambiguo.

Indicando con k_i^{out} il grado uscente del nodo i, il *control index* è definito come:

$$h_i := \sum_{j=1}^{k_i^{out}} H_{ij}$$

E, infine, indicando con v_j il valore di mercato del capitale sociale della società j, il *control value* è definito come:

$$c_i := \sum_{j=1}^{k_i^{out}} H_{ij}\, v_j$$

Quest'ultimo valore esprime il valore monetario delle partecipazioni dirette dell'azionista i. Analogamente si può calcolare l'*integrated control value,* che tiene conto, nel calcolo, anche delle partecipazioni indirette. Quest'ultimo valore esprime, secondo gli Autori, il controllo esercitato da un azionista. Ne consegue che il controllo non è inteso come una variabile binaria per cui o si possiede o non si possiede e, soprattutto, non è legato al superamento di certe soglie, bensì dipende dalla concentrazione delle azioni tra gli azionisti.

In (Aminadav et al., 2011) si sostiene che il concetto di controllo derivi da quello di potere e che sia intrinsecamente elusivo, ovvero non definibile in modo chiaro ed univoco. All'interno del loro lavoro, pertanto, gli Autori definiscono il potere ed il controllo in relazione alla proprietà, definita come la capacità di influenzare le decisioni del management. Il grado di influenza che è possibile esercitare dipende dalla configurazione complessiva delle partecipazioni possedute da ciascuno degli altri azionisti. Quando l'influenza esercitata è così elevata da diventare discrezione completa, allora si configura il controllo.

In (Chapelle and Szafarz, 2005) si distingue tra proprietà diretta e proprietà integrata e, analogamente, tra controllo diretto e controllo integrato. Il controllo diretto che un azionista ha su una società è pari alla frazione di diritti di voto che questi può esercitare in assemblea. Chiaramente, se si assume la validità della *one share one vote rule*, controllo diretto e proprietà diretta coincidono. Successivamente viene introdotto il concetto di "controllo effettivo", che è definito rispetto ai diritti di voto e ad una soglia (cioè il 50%). Si noti che la differenza sostanziale nella definizione di controllo effettivo, rispetto a quanto affermato in altri lavori (La Porta et al., 1999; Earle et al., 2005;

Sacristán-Navarro and Gómez-Ansón, 2007; Vitali and Battiston, 2011), consiste proprio nel fatto che la soglia non è relativa alla percentuale di azioni possedute, bensì ai diritti di voto. In particolare, il controllo effettivo è definito come segue: l'azionista che possiede almeno il 50% dei diritti di voto esercita un controllo diretto sulla società. Altrimenti, ciascun azionista esercita un controllo diretto pari alla propria percentuale di propri diritti di voto. In questo modo, si può costruire una matrice quadrata C, di ordine n, dove n è il numero di società oggetto di analisi, in cui l'elemento generico c_{ij} rappresenta il controllo diretto effettivo esercitato dal soggetto i sulla società j. A partire da tale matrice, si può ottenere la matrice $D = (d_{ij})$ del controllo integrato, ovvero quello che si ottiene considerando tutte le partecipazioni dirette e indirette:

$$D = [Diag(I - \bar{C})(I - C)^{-1}C]$$

Dove $\bar{C} = (c_j)$ e $c_j = \sum_{i=1}^{n} c_{ij}$.

Secondo modalità del tutto simili, si può calcolare anche la matrice della proprietà integrata. Dal rapporto tra la proprietà e il controllo integrato viene definito un indice, che quantifica la leva esercitata in assemblea da un azionista, diretto o indiretto. Gli Autori sostengono che, a parità di altri fattori, tanto maggiore sarà la distanza tra il soggetto che esercita il controllo e la società controllata, tanto maggiore sarà l'effetto leva.

Un ultimo approccio estremamente importante, per via degli Autori che ne hanno fatto impiego[44] è quello del *Weakest Link Principle* (WLP) (Claessens et al., 2000). All'interno di tale lavoro, il WLP è stato introdotto per la prima volta in modo non formale, attraverso i tre seguenti esempi[45] che descrivono il meccanismo con cui viene quantificato il controllo esercitato da un azionista.

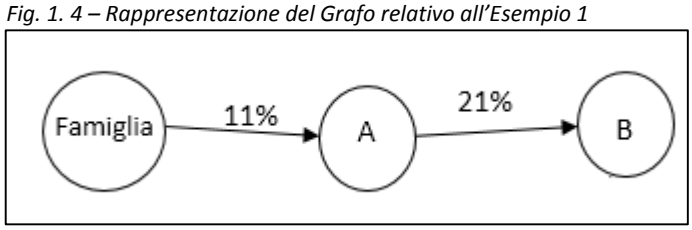
Esempio 1.

Si supponga l'esistenza di una Famiglia che possiede partecipazioni in una società A pari al 11%, che a sua volta possiede il 21% delle azioni della società B. Si supponga inoltre che sia valida la *one share – one vote rule* e che non siano presenti ulteriori

[44] A tale proposito, si consideri che alla data odierna, l'articolo è stato citato più di 6500 volte secondo *Google Scholar* e più di 2000 volto secondo la rivista.
[45]Si veda: (Claessens et al., 2000), pag. 91

partecipazioni tra le società A e B. In questo caso, rappresentato nella Fig. 1.4, diremo che la Famiglia possiede il 2% dei *cash-flow rights* della società B, ottenuti come il prodotto delle due partecipazioni, quello della Famiglia nella società A, e quello della società A nella società B. Diremo inoltre che la famiglia controlla l'11% della società B, ovvero l'anello debole nella catena che collega la Famiglia alla società B[46].

Fig. 1. 4 – Rappresentazione del Grafo relativo all'Esempio 1

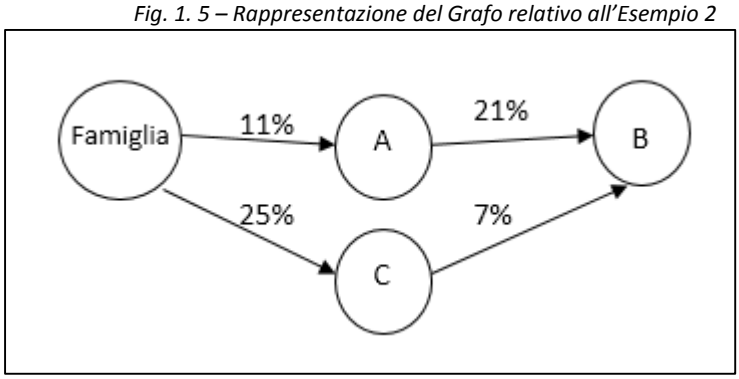


Fonte: ns elaborazione di (Claessens et al., 2000)

Esempio 2.

Si supponga che esista una Famiglia che possiede partecipazioni nelle società A e C per una percentuale rispettivamente pari al 11% e al 25%. Le due società, a loro volta, posseggono partecipazioni nella società B con percentuali, rispettivamente, pari a 21% e 7%. In questo caso, rappresentato nella Fig. 1.5, diremo che la Famiglia controlla il 18% della società B, ovvero la somma dei *weakest links* e il 3,5% dei *cash flow rights*, o la somma dei prodotti dei *cash flow rights* nelle due catene.

Fig. 1. 5 – Rappresentazione del Grafo relativo all'Esempio 2



Fonte: ns elaborazione di (Claessens et al., 2000)

Esempio 3[47].

[46] Libera traduzione di "(…) Weakest link in the chain of voting rights". Si veda: (Claessens et al., 2000), pag 91.
[47] Si veda: (Claessens et al., 2000), Pag. 93.

Si supponga che un azionista possegga il 25% dei diritti di voto nella società A, che possiede il 100% della società B, la quale, a sua volta, possiede il 50% della società A. Diremo che l'azionista possiede il 50% dei diritti di voto nella società A, il 25% direttamente ed il restante 25% attraverso la piramide.

Ad eccezione di quanto affermato nell'esempio 1, le definizioni proposte attraverso gli esempi non si prestano ad una lettura formale e generale secondo la Teoria dei grafi per due ragioni: l'ambiguità e la eccessiva dipendenza dalla casistica a cui fa riferimento. Nel caso dell'esempio 3 non è chiara la quantificazione del controllo del 25% su A derivante dalla piramide. La casistica affrontata attraverso gli esempi, inoltre, non è esaustiva: non è chiaro come si dovrebbe procedere nella quantificazione del controllo nell'esempio 2, qualora la società A dovesse avere una percentuale, per quanto piccola, nella società C. La pretesa di formalizzare il WLP è forse eccessiva in quanto con buona evidenza l'intenzione degli Autori era la proposta di un criterio che potesse essere impiegato con riferimento alle società asiatiche. Una variante del WLP è utilizzata anche in (Faccio and Lang, 2002) dove, tuttavia, si fa dipendere il controllo dal raggiungimento di una certa soglia. Valga, senza pretesa di esaustività, il seguente esempio, estratto dal testo degli Autori[48], che descrive una situazione analoga a quella del precedente esempio 1: "Se una famiglia possiede il 15% della società X, che possiede il 20% della società Y, diremo che Y è controllata attraverso una piramide alla soglia del 10%. Alla soglia del 20%, diremo che è controllata direttamente dalla società X, e non si rinviene traccia di una piramide.".

Alla luce di quanto appena mostrato, risulta evidente che il WLP sia stato oggetto di numerose e severe critiche. Tra queste, consideriamo quelle proposte in (Edwards and Weichenrieder, 17AD; Jeremy SSS Edwards and Weichenrieder, 2009) le cui argomentazioni possono essere riassunte come:

1. Assenza di una qualche forma di giustificazione teorica per l'applicazione del WLP;
2. Possibilità che una società sia controllata da due o più soggetti;
3. Nel caso in cui siano considerate delle soglie, l'identificazione del soggetto che controlla non tiene conto della dispersione delle azioni in mano a tutti gli altri

[48] Si veda: (Faccio and Lang, 2002), Pag 372.

azionisti. In altre parole, essere azionisti al 20% di una società ha implicazioni diverse sulla influenza esercitabile a seconda che il restante 80% sia in mano ad un oceano di piccoli azionisti o a due soggetti.

In conclusione si afferma che non vi è tuttora una definizione condivisa di cosa sia il controllo, di come possa essere misurato e di quali siano gli strumenti maggiormente idonei a tale scopo. Come affermato in (Jeremy SS Edwards and Weichenrieder, 2009b) il controllo esercitato da un azionista dipende da alcuni fattori, ma principalmente dalla sua abilità nell'influenzare il risultato del voto espresso da tutti gli azionisti. Tale abilità può essere misurata in diversi modi, sebbene non sia presente una misura corretta e non ambigua del controllo e, proprio per questo, suggeriscono gli Autori, l'attribuzione ad un soggetto del controllo di una società dovrebbe essere robusta rispetto a diverse misure. Proprio in tale direzione si muove un lavoro pubblicato nello stesso anno (Levy, 2009), il quale, piuttosto che adottare una definizione stringente di controllo utilizza tre diverse metodologie finalizzate alla sua quantificazione, ai fini di mostrarne le implicazioni attraverso un caso pratico.

Una delle conseguenze dirette di quanto mostrato in questo paragrafo è che i risultati dei lavori che compongono l'approccio descrittivo non sono direttamente paragonabili; ciò è vero sia in quanto gli strumenti utilizzati possono essere diversi, sia in quanto, qualora dovesse essere utilizzato lo stesso strumento, possono esserci differenze metodologiche tali da non consentire un confronto diretto: dalla soglia che stabilisce il controllo, all'inclusione o esclusione di certe categorie di azioni, all'adozione della *one share one vote rule* e così via. Tenendo conto di queste premesse, si ritiene poco rilevante, ai fini del presente lavoro, una rassegna dei risultati ottenuti nei principali lavori presenti nella letteratura di riferimento. Infatti, si tratterebbe semplicemente di elencare, a livello di gruppo aziendale, di rete nazionale o di *dataset* internazionale il soggetto o, a seconda delle circostanze e delle definizioni, i soggetti che controllano altre società. L'unico elemento degno di menzione di tali risultati è che in alcuni casi hanno condotto alla scoperta di nuove strutture riguardanti la topologia del network come la *bow-tie topology* (Glattfelder and Battiston, 2009; Vitali and Battiston, 2011), di cui abbiamo discusso in precedenza[49].

[49] Si veda *sub* 1.2.1.

1.5 Cenni sulla legislazione delle Offerte Pubbliche di Acquisto

Il tema relativo alle Offerte Pubbliche di Acquisto (OPA)[50], ed in particolare quelle totalitarie obbligatorie, riveste una particolare importanza all'interno di questo lavoro, in quanto, se da un lato regolamenta il controllo societario, dall'altro viene considerato come trascurabile dai modelli che verranno presentati nei capitoli successivi. La trascurabilità della normativa relativa alle OPA, come sarà evidenziato più avanti, costituisce, una limitazione di tali modelli. Ai fini di una migliore rappresentazione del contesto all'interno del quale i modelli operano, si propone in questa sede la trattazione di alcune particolari fattispecie di Offerte Pubbliche di Acquisto. In particolare, in relazione ai modelli che verranno presentati nel capitolo successivo, il cui fine ultimo è l'individuazione di una strategia ottimale per il controllo di un insieme di società Target, sottolineiamo sin d'ora che, qualunque sia la strategia da essi individuata, essa richiederebbe la promozione di una OPA totalitaria obbligatoria sulle azioni di ogni società appartenente a tale strategia. In particolare, in accordo con la normativa che ci accingiamo a presentare, tale OPA dovrebbe essere promossa da parte dell'Attore, cioè del soggetto che individua ed attua la strategia, oppure dai soggetti che agiscono di concerto con quest'ultimo[51]. Nel prosieguo, per semplicità, faremo riferimento all'ordinamento italiano. In particolare, ci riferiremo al Testo Unico della Finanza (TUF), ossia il decreto legislativo 24 febbraio 1998, n. 58, e al Regolamento Consob n. 11971 e successive modifiche. Pur riconoscendo che la scelta di un ordinamento specifico limita il respiro dell'analisi, è bene sottolineare che la disciplina delle Offerte Pubbliche di Acquisto è piuttosto variegata a livello internazionale e che una trattazione esaustiva della normativa relativa al mercato per il controllo societario esula dagli scopi di questo lavoro.

[50] Con qualche approssimazione, in questa sede non distingueremo le offerte pubbliche di acquisto in base alla modalità del pagamento prescelta dall'offerente. In questo senso, pertanto, utilizzeremo il termine OPA per indicare anche le Offerte Pubbliche di Scambio (OPS) e le Offerte Pubbliche di Acquisto e Scambio (OPAS).

[51] È bene sottolineare che nelle ipotesi in cui: 1) sia possibile controllare una società possedendone una partecipazione inferiore al 30% 2) le società che fanno parte della strategia ottimale posseggono nel loro complesso, una partecipazione inferiore al 30% in qualsiasi altra società, allora la strategia delineata dall'IC *problem* non richiederebbe la promozione di una OPA totalitaria obbligatoria. A modesto parere di chi scrive, tuttavia, l'aderenza con la realtà di tali ipotesi risulta particolarmente difficile da difendere.

Nel prosieguo, dopo un breve cenno alla definizione di OPA, presenteremo tre casistiche di OPA totalitaria obbligatoria che risultano avere un forte impatto sulla attuabilità in un contesto reale delle strategie individuate mediante i modelli che presenteremo nei capitoli successivi.

Per OPA, in accordo al Testo Unico della Finanza (TUF) si intende "ogni offerta, invito a offrire o messaggio promozionale, […] finalizzati all'acquisto o allo scambio di prodotti finanziari e rivolti a un numero di soggetti e di ammontare complessivo superiori a quelli indicati nel regolamento previsto dall'articolo 100, comma 1, lettere b) e c); […]"[52]. Il riferimento all'articolo 100, comma 1 lettere b) e c) delega la disciplina del numero di soggetti coinvolti e dell'ammontare complessivo al Regolamento Consob n. 11971 e successive modifiche. Quest'ultimo esplicita il coinvolgimento di 150 soggetti e di ammontare complessivo almeno pari a 5 Milioni di Euro.

Una offerta pubblica di acquisto può essere volontaria, se promossa su spontanea iniziativa dell'offerente, o obbligatoria, se resa necessaria da obblighi di legge.

Una OPA volontaria è, di fatto, una sollecitazione al disinvestimento che il promotore effettua nei confronti degli azionisti di una società quotata; in pratica, previa la presentazione, ad opera del promotore, all'organo di vigilanza bancaria di un documento di offerta, l'offerente propone agli azionisti di una società di cedere le partecipazioni che essi detengono in quest'ultima, subordinatamente a determinate condizioni, che devono essere specificate nel documento. Tali condizioni, sebbene solitamente riguardino il corrispettivo proposto per lo scambio delle azioni e la durata della validità dell'offerta, in generale possono riguardare anche il raggiungimento di una percentuale minima di azioni portate in adesione al fine di considerare valida l'offerta. Ad esempio, l'Offerente potrebbe promuovere una OPA la cui validità è subordinata al fatto che siano portate in adesione il 70% delle azioni circolanti della società sulla quale l'OPA è promossa.

Una volta promossa, una offerta pubblica di acquisto non è revocabile ed offre a tutti gli azionisti le medesime condizioni. Come noto in letteratura[53], il prezzo proposto

[52] TUF, Art 1, Comma 1, decreto legislativo 24 febbraio 1998, n. 58 e successive modifiche.

[53] Pur non rientrando negli scopi del lavoro una trattazione esaustiva delle offerte pubbliche di acquisto, in merito a tali aspetti si considerino, senza pretesa di esaustività: (Gambarelli, 1982b; Jarrell et al., 1988; Hirshleifer and Titman, 1990; Romano, 1991; Burkart, 1995; La Porta et al., 1999; Bris, 2002; Almeida and Wolfenzon, 2006; Eckbo, 2009, 2014; Dimopoulos and Sacchetto, 2014).

può essere superiore a quello di mercato del titolo nel momento in cui questa viene promossa. Tale differenza di prezzo può essere motivata da diversi elementi, come il tentativo di escludere l'ingresso di altri *competitor* nel mercato per il controllo della società (cd. "premio per il controllo"), derivare da obblighi di Legge che fissano il prezzo minimo da offrire, come nel caso della OPA totalitaria obbligatoria, oppure, con una argomentazione di puro buon senso, per incentivare l'adesione degli azionisti all'offerta.

L'OPA totalitaria obbligatoria è uno strumento messo a disposizione dal TUF a tutela dell'azionista di minoranza. Infatti, molto spesso al cambiamento nella struttura di controllo di una società è associato un cambiamento delle scelte strategiche di quest'ultima; la *ratio* delle OPA totalitarie obbligatorie è quella di consentire, agli azionisti di minoranza di una società, di poter cedere, ad un prezzo non svantaggioso, le quote che essi posseggono in società delle quali non condividono la *governance* a seguito di cambiamenti nella struttura di controllo.

L'Art. 106 del TUF (OPA totalitaria), impone la promozione di una offerta pubblica di acquisto, rivolta a tutti i possessori di titoli e sulla totalità dei titoli in loro possesso, da parte di chiunque venga a detenere una partecipazione superiore alla soglia del trenta percento, ovvero, disponesse di diritti di voto in misura superiore del trenta percento[54]. In particolare, tale offerta deve essere promossa ad un prezzo non inferiore a quello più elevato pagato dall'offerente[55] e da persone che agiscono di concerto con il medesimo, nei dodici mesi anteriori alla comunicazione che deve essere effettuata alla CONSOB ai sensi dell'articolo 102, comma 1[56].

Ai sensi dell'art. 101 bis del TUF, si intendono persone che agiscono di concerto tutti quei "soggetti che cooperano tra di loro sulla base di un accordo, espresso o tacito, verbale o scritto, ancorché invalido o inefficace, volto ad acquisire, mantenere o

[54] L'articolo 106 del TUF, comma 1 recita: "Chiunque, a seguito di acquisti ovvero di maggiorazione dei diritti di voto, venga a detenere una partecipazione superiore alla soglia del trenta per cento ovvero a disporre di diritti di voto in misura superiore al trenta per cento dei medesimi promuove un'offerta pubblica di acquisto rivolta a tutti i possessori di titoli sulla totalità dei titoli ammessi alla negoziazione in un mercato regolamentato in loro possesso".

[55] L'art 106 TUF, specifica che: "Qualora non siano stati effettuati acquisti a titolo oneroso di titoli della medesima categoria nel periodo indicato, l'offerta è promossa per tale categoria di titoli ad un prezzo non inferiore a quello medio ponderato di mercato degli ultimi dodici mesi o del minor periodo disponibile".

[56] Per i dettagli relativi alle procedure formali da seguire nella promozione di una offerta pubblica di acquisto, si veda: art. 106 TUF comma 2 e art 102 TUF.

rafforzare il controllo della società emittente o a contrastare il conseguimento degli obiettivi di un'offerta pubblica di acquisto o di scambio. Sono, in ogni caso, persone che agiscono di concerto […] *b)* un soggetto, il suo controllante, e le società da esso controllate; *c)* le società sottoposte a comune controllo" [57].

La fattispecie relativa alla cd. OPA di concerto (Art. 109 TUF), afferma che nel caso in cui soggetti legati da rapporti di controllo[58] posseggano titoli azionari di una società, la soglia del trenta percento, descritta nel perimetro delle OPA totalitarie obbligatorie, deve essere conteggiata sommando le azioni detenute da ciascuno dei soggetti. In questo caso, i soggetti sono obbligati solidalmente a lanciare un'OPA totalitaria obbligatoria.

Per quanto concerne le cosiddette "OPA a cascata", ai sensi dell'Art. 45 del Regolamento Consob n. 11971 e successive modifiche, l'obbligo di promuovere una OPA totalitaria delle azioni di una società sussiste quando si arriva a detenere, indirettamente o per effetto della somma di partecipazioni dirette o indirette, una percentuale di azioni di quest'ultima superiore alla soglia del trenta percento[59].

1.6 Alcune considerazioni conclusive

Il *background* di riferimento del contenuto originale del presente lavoro, che sarà introdotto nei capitoli successivi, è stato introdotto in questo capitolo. Distinguendo tra approccio normativo ed approccio descrittivo, sono stati introdotti gli elementi principali di quest'ultimo, in quanto costituisce la principale letteratura di riferimento in merito alle *ownership networks.* A margine di quanto argomentato, si possono sintetizzare le seguenti riflessioni:

- Le *ownership networks* sono degli strumenti utilizzati per studiare le relazioni tra società, intese come partecipazioni che una società possiede nel capitale sociale dell'altra.

[57] Art. 101 bis TUF, comma 4 e seguenti.
[58] In realtà, la fattispecie relativa alla OPA di concerto riguarda anche altre condizioni, aggiuntive rispetto a quella proposta in questa sede, che non sono di interesse in questo lavoro. Con l'espressione "soggetti legati da rapporti di controllo" si intendono un soggetto e le società che questi controlla, oppure le società sottoposte a un controllo comune. Per ulteriori dettagli, si veda: Art. 109 TUF.
[59] È bene precisare che l'art. 45 del Regolamento Consob n. 11971 e successive modifiche si occupa anche di disciplinare i casi e le modalità con cui conteggiare la soglia ai fini della verifica della fattispecie delle OPA a cascata. Di tale aspetto non ci siamo occupati in quanto si è ritenuto più utile ai fini di questo lavoro una presentazione di ampio respiro e volutamente non eccessivamente dettagliata, sulla disciplina delle offerte pubbliche di acquisto.

- Uno studio esaustivo delle relazioni inter societarie, anche qualora fossero finalizzate all'analisi delle relazioni di potere e controllo, alla luce delle definizioni di *Business Group* presenti in letteratura o fornite dal legislatore italiano, dovrebbe tenere in considerazione ulteriori legami rispetto a quelli di azionariato.
- Le *interfirm networks* e le *multilayer networks,* rappresentano uno strumento particolarmente adeguato per indagare circa i rapporti tra società ma, allo stato attuale dell'arte, non sono state ancora sufficientemente impiegate in quanto facenti parte di una letteratura particolarmente giovane.
- Le *ownership network* possono essere considerate un caso particolare delle *interfirm networks* e *multilayer networks*; analisi sulle relazioni di controllo basate su *ownership network* rappresentano delle approssimazioni, per quanto efficaci.
- Le *ownership networks* sono state considerate soprattutto nell'ottica di descriverne la topologia e molto meno frequentemente al fine di identificare le relazioni di controllo al loro interno. Meno frequentemente ancora sono stati proposti modelli di ottimizzazione su grafo inerenti a tale tipologia di reti.
- Le *ownership network*, nella prospettiva di analisi topologica delle *complex networks*, sono *scale free* e *small world*. In alcuni casi, è stata individuata una topologia di tipo *bow-tie*.
- Il controllo di una società è un concetto vago e ambiguo, per cui sono state proposte perlopiù espressioni qualitative. Di riflesso, sono stati proposti molti strumenti per quantificare il controllo esercitato da un soggetto, ciascuno dei quali riflette logiche e proprietà particolari, in alcuni casi dipendenti dalle circostanze in cui devono essere applicati.
- Una delle principali caratteristiche delle *ownership networks* è rappresentata dalle relazioni di azionariato incrociato, ovvero la presenza di cicli, da cui discendono delle complicazioni molto importanti ai fini analitici, sia in termini concettuali, sia in termini computazionali: la presenza di cicli ha condotto ad una stima non corretta dell'effettivo controllo esercitato da ciascun soggetto.
- La corretta stima del controllo in presenza di cicli, pertanto, è ancora problema aperto.

Gli elementi a cui abbiamo fatto riferimento in questa sede costituiscono una premessa di primaria importanza per la considerazione dei contributi originali di questo lavoro, ovvero a) la proposta di un modello di ottimizzazione su *ownership network* che

descrive la strategia ottimale che un soggetto dovrebbe attuare per ottenere il controllo su di una o più società Target, in assenza di legislazione relativa alle OPA; b) la proposta di indici che possano misurare la fragilità con cui possono verificarsi cambiamenti nella struttura di azionariato di una società. Tali elementi saranno l'oggetto centrale dei capitoli successivi.

Capitolo 2 – Individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target.

2.1. introduzione

In questo capitolo sono presentate delle applicazioni della ottimizzazione su grafo utilizzate in ambito finanziario e di *corporate governance* e volte alla risoluzione del problema della "individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target". L'obiettivo di questo paragrafo è quello di fornire una breve descrizione qualitativa del problema, allo scopo di introdurre gli elementi fondamentali per una comprensione, in una prospettiva unitaria, dei modelli volti alla sua risoluzione.

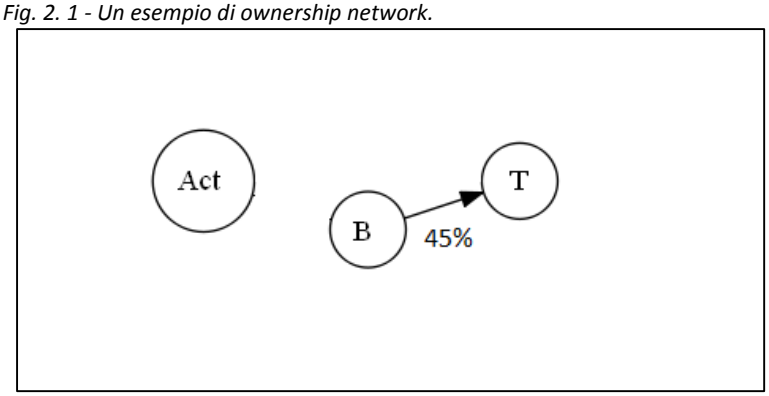
Il problema della individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target può essere qualitativamente formulato come segue: individuato un insieme di società Target ed un Attore, si vuole determinare la strategia di minimo costo che consenta a quest'ultimo di controllare le società Target, considerando tutte le relazioni societarie descritte dalla *ownership network*.

Con il termine Attore si intende il soggetto che vuole ottenere il controllo su una o più società Target. In particolare, esso sarà denominato "*Insider*" se è un azionista, diretto o indiretto, delle società Target; esso sarà denominato *Outsider* altrimenti. Poiché vi può essere più di una società Target, l'Attore potrebbe essere un *Insider* per alcune società e un *Outsider* per altre; per tale ragione, laddove non sia strettamente necessario a fini espositivi, preferiremo l'uso del generico termine "Attore" (o Actor).

Con il termine strategia si intende un insieme di operazioni finanziarie che l'Attore può effettuare sul mercato e che consentono a quest'ultimo di detenere, direttamente o indirettamente, una percentuale di azioni delle società Target tale da garantirgli il controllo. Per comodità, in questa sede affermiamo che sia necessario possedere, direttamente o indirettamente, almeno il 51% delle azioni di una società per esercitare su di essa un controllo pieno e indiscusso.

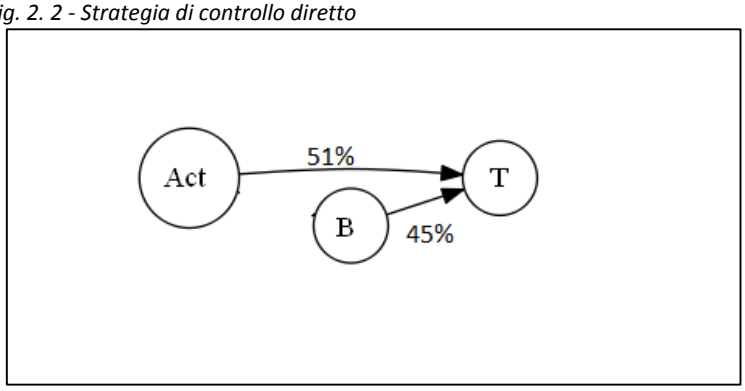
L'intuizione alla base del problema può essere esposta attraverso un esempio opportunamente semplice. Consideriamo tre entità: la società T (Target), la società Act (Actor)[60] e la società B. Quest'ultima risulta essere azionista di maggioranza della società Target con una partecipazione del 45%, anche se non ne detiene il controllo. Infine, definiamo α_B e α_T, rispettivamente, il prezzo dell'1% delle azioni della società B e della società T. La *ownership network,* rappresentata nella Fig. 2.1, mostra tali grandezze.

Fig. 2. 1 - Un esempio di ownership network.



L'Attore, per ottenere il controllo su T, può attuare due strategie. La prima, rappresentata in Fig. 2.2, consiste nell'ottenimento del controllo diretto della società Target mediante l'acquisto del 51% di T. In tale caso, l'Attore sosterrà una spesa pari a $c_{dir} = 51\alpha_T$.

Fig. 2. 2 - Strategia di controllo diretto

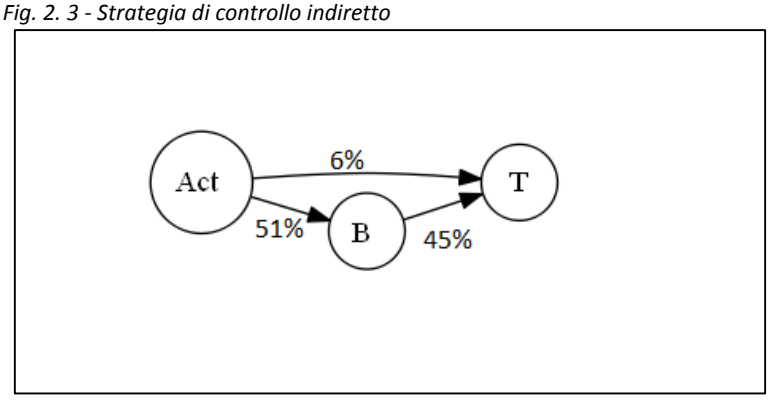


La seconda strategia, rappresentata in Fig. 2.3 consiste nell'acquisire il controllo indiretto della società T. Tale operazione è possibile attraverso l'acquisto del 51% della

[60] In questa sede l'Attore considerato si rivela essere un *Outsider,* non esistendo un cammino che lega il nodo Act al nodo che rappresenta la società Target.

società B e del 6% della società T. In questo modo, l'Attore controlla direttamente la società B e di conseguenza ha anche il controllo sulla quota che B possiede di T (45%). La somma della partecipazione che B ha in T e del 6% di T, che l'Attore ha acquistato direttamente sul mercato, consente a quest'ultimo di controllare indirettamente la società Target. In quest'ultimo caso, pertanto, l'Attore sosterrà una spesa pari a $c_{ind} = 51\alpha_B + 6\alpha_T$.

Fig. 2. 3 - Strategia di controllo indiretto



Con riferimento all'esempio appena proposto, la soluzione ottima del problema consiste nella strategia di controllo diretto se $c_{dir} < c_{ind}$, ossia se $\frac{\alpha_T}{\alpha_B} < \frac{51}{45}$. Qualora la disuguaglianza dovesse valere con segno opposto, la soluzione ottima sarebbe rappresentata dalla strategia di controllo indiretto. Nel caso in cui la relazione dovesse valere con uguaglianza, la scelta tra le due soluzioni sarebbe indifferente.

I principali modelli volti alla individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target sono rappresentati dall'*Indirect Control* (IC) problem (Martins and Neves, 2017) e dal *Cheapest Control Problem (CCP)* (Di Giacomo and Cenci, 2018). Tale capitolo, il cui obiettivo è la presentazione di tali modelli, è strutturato come segue.

Nel paragrafo 2.2 ci occuperemo della definizione formale, dei risultati a cui conduce e di alcuni aspetti critici dell'utilizzo del modello IC (Martins and Neves, 2017). Il superamento di tali criticità ha successivamente condotto alla formalizzazione del modello CCP, che sarà trattato nel paragrafo 2.3. Successivamente, nel paragrafo 2.4 discuteremo circa alcune criticità legate al problema della individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target e comuni ad entrambi i modelli.

2.2. Corporates' control strategy using network optimization

In questa sede si tratterà approfonditamente del problema IC, introdotto in letteratura in (Martins and Neves, 2017), all'interno del quale il controllo societario viene definito come segue: data una società $j \in N$ e un sottoinsieme di società $C_0 \subset N$, le società in C_0 controllano la società j se esse, nel loro complesso, posseggono almeno θ_j azioni di j. Il parametro θ_j, pertanto, rappresenta la percentuale di azioni di j che è necessario possedere al fine di poter esercitare il controllo su di essa. Tale concetto può essere esteso ad un insieme T di società Target, di cui la società j può fare parte, e può implicare che un altro insieme di società C_1 sia sotto il controllo delle società appartenenti all'insieme C_0. In questo modo, le società in C_1 sono controllate indirettamente dall'Attore che, nel modello, può essere esclusivamente un *Outsider*[61].

Il problema della individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target, pertanto, consiste nella individuazione di un insieme C_0 di società in cui investire tale che tutte le società in $C_0 \cup C_1 \cup T$ siano controllate e tale che l'intero costo dell'investimento in C_0 sia minimo. Si possono identificare tre diverse formalizzazioni del IC *problem* (IC1, IC2 ed IC3), che si differenziano per la modalità con cui esse gestiscono le *mutual cross-shareholding structures,* ovvero le relazioni di azionariato incrociato[62]

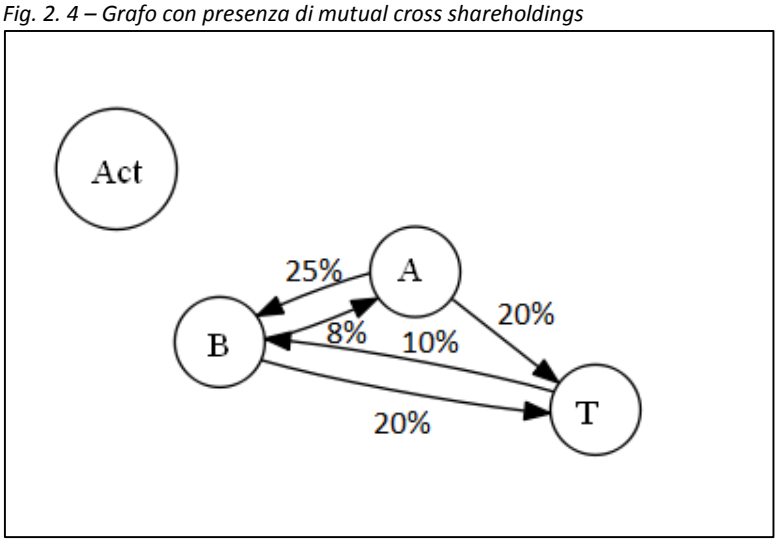
La presenza di tali strutture può condurre ad una sovrastima del controllo effettivamente esercitato dall'*Outsider*. Più dettagliatamente, tali formalizzazioni si differenziano per il fatto che i problemi IC1 ed IC2 consentono *mutual cross-shareholding structures*, mentre tali strutture sono parzialmente vietate[63] nella formulazione IC3 del problema. Inoltre, le soluzioni dei problemi IC2 ed IC3 ignorano le azioni possedute dalla società Target.

Per comprendere la differenza tra le tre formalizzazioni proposte si consideri l'esempio *ad hoc* mostrato in Fig. 2.4. Indicheremo con Act il nodo relativo all'Attore e con

[61] Più precisamente, gli Autori non distinguono tra Outsider e Insider, essendo definizioni proposte in un lavoro successivo a quello considerato (Di Giacomo and Cenci, 2018).
[62] Per approfondimenti su tale argomento si veda: *sub* Cap. 1, par. 3.3.
[63] Gli Autori sostengono che il problema IC3 non consenta le *mutual cross-shareholding structures*, si veda: (Martins and Neves, 2017) pag. 1046. Tale affermazione, tuttavia risulta solo parzialmente vera, dal momento che la formulazione esclude solamente la presenza di cicli che coinvolgono due società, costituendo una delle principali critiche al problema. Si veda: *infra* Par. 2.2.3.

T il nodo relativo alla società Target. Per esercitare il controllo su T è necessario possedere, direttamente o indirettamente, il 51% delle sue azioni.

Fig. 2. 4 – Grafo con presenza di mutual cross shareholdings



Dalla figura si può notare la presenza di azionariato incrociato: la società B possiede azioni della società A e viceversa; una situazione analoga coinvolge le società B e T. Inoltre, la società T possiede, indirettamente attraverso B, alcune azioni della società A.

La principale caratteristica del problema IC1 consiste nel fatto che esso considera, all'interno del calcolo delle azioni necessarie per ottenere il controllo, anche le azioni possedute dalla società Target. Pertanto, una soluzione ammissibile del problema IC1 risulta essere la seguente:

- Acquisto del 41% delle azioni della società B;
- Acquisto del 31% delle azioni della società T.

In questo modo infatti, secondo gli Autori, l'Attore avrebbe il controllo sulla società Target dovuto al possesso del 51% di T, ottenuto come somma del 31% acquistato sul mercato e del 20% posseduto da B. La società B, a sua volta, è controllata dall'Attore in quanto ne possiede indirettamente il 51%, ottenuto come somma del 41% acquistato sul mercato e del 10% posseduto da T.

La formulazione IC2, a differenza della formulazione precedente, non considera le azioni possedute dalla società Target e, per tale ragione, la precedente soluzione del problema IC1 non sarebbe più ammissibile in quest'ultimo caso. Una soluzione ammissibile per il problema IC2 risulta essere la seguente:

- Acquisto dell'11% della società Target;
- Acquisto del 43% della società A;
- Acquisto del 26% della società B.

In questo modo, l'Attore viene a possedere il controllo di tutte le società nel grafo in quanto possiede: il 51% di A, ottenuto come somma del 43% acquistato sul mercato e delle azioni possedute da B, del 51% di B, ottenuto come somma del 26% acquistato e delle azioni possedute da A, e del 51% di T, ottenuto come somma delle azioni acquistate sul mercato e delle azioni possedute da A e da B. Anche in questo caso, il problema IC2 conduce a soluzioni controverse, in quanto l'Attore ottiene il controllo indiretto su tre società, pur non avendo il controllo diretto su nessuna di esse.

Il problema IC3 non considera né le azioni possedute dalla società Target, né gli azionariati incrociati tra tutte le coppie di società, ovvero tutti i cicli nel grafo composti da due nodi. In questo modo, la quantificazione del controllo in presenza di azionariato incrociato è effettuata più correttamente rispetto a quanto avviene nei modelli IC1 e IC2. Fermo restando che gli aspetti relativi alla quantificazione del controllo risultano essere una criticità di tutti e tre i modelli IC, le formulazioni IC1 e IC2 non saranno considerate in seguito in quanto sono applicabili correttamente solo a casi specifici e particolari. Nel prosieguo, dunque ci limiteremo a presentare la formalizzazione del problema IC3 in quanto risulta essere, tra quelli proposti, il modello che meglio gestisce la quantificazione del controllo, sebbene con tutte le criticità di cui discuteremo.

2.2.1 IC3 *problem*: variabili, parametri e formalizzazione

Il problema IC3 considera un grafo $G = (V, A)$, dove V è un insieme di società quotate opportunamente scelte e A è l'insieme degli archi, che rappresentano delle relazioni di azionariato tra di esse. Ad ogni nodo j è associato un prezzo α_j e una

percentuale per il controllo $\theta_j \in (0, 100]$. In altre parole, chi possiede, direttamente o indirettamente almeno θ_j azioni, controlla la società j. Ad ogni arco (i, j) è associato un peso $s_{ij} \in (0, 100]$ che rappresenta la percentuale di azioni della società j possedute dalla la società i. In A si considerano solo posizioni qualificate, ovvero ogni arco (i, j) in A è tale che $s_{ij} \geq 2$. Tale opzione, sostengono gli Autori, garantisce un certo grado di stabilità della rete, in quanto ritengono poco frequenti eventuali cambiamenti delle posizioni qualificate. Si introduce la formalizzazione del modello IC3 a partire dagli insiemi, parametri e variabili a cui la formalizzazione si riferisce.

Insiemi:

T: insieme delle società Target

$\delta^-(j) = \{i \in V : (i, j) \in A\}$: insieme dei nodi (società) adiacenti a j in G, per ogni $j \in V$.

$A' = \{(i, j) \in A: i \notin T\} \subset A$: insieme degli archi (i, j) all'interno del grafo che collegano tra loro le società, ad esclusione degli archi uscenti dalle società Target.

In altre parole, A' è il sottoinsieme degli archi che si ottiene a partire dall'insieme A escludendo tutti quegli archi orientati che uniscono una società in T a qualsiasi altra società.

Parametri:

α_j*:* prezzo di mercato dell'1% della società j, per ogni $j \in V$ ($\alpha_j \in \mathrm{IR}$)

$\theta_j$percentuale per il controllo della società j, per ogni $j \in V, \theta_j \in (0, 100]$;

$s_{ij} \in [2, 100]$: percentuale[64] di azioni della società j possedute dalla la società i, $\forall (i, j) \in A$.

[64] In realtà, gli Autori affermano che $s_{ij} \in [1, 100]$. Tale definizione risulta ambigua dal momento che si è scelto di rappresentare solamente le posizioni di azionariato qualificato in A e abbiamo considerato tale affermazione alla stregua di un refuso. Infatti, se come scrivono gli Autori, è vero che *"We include in A the arcs representing (…) qualified participations, that is,* $(i, j) \in A$ *if* $s_{ij} \geq 2$*"*, allora non dovrebbero esistere in A degli archi il cui peso $s_{ij} < 2$. Per ulteriori dettagli, si veda: (Martins and Neves, 2017) Pag. 1.

Variabili:

$u_j = \begin{cases} 1 & se\ la\ societ\grave{a}\ j\ \text{è}\ controllata \\ 0 & altrimenti \end{cases}$, per ogni $j \in V \backslash T$

$z_j \equiv$ percentuale della società j acquistata, per ogni $j \in V$.

$v_{ij} = \begin{cases} 1 & se\ \text{il controllo di j è ottenuto mediante le } s_{ij} \text{ azioni che i possiede di j} \\ 0 & altrimenti \end{cases}, \forall (i,j) \in A'$.

Di conseguenza tutti i nodi $j \in V$ con $z_j > 0$ rappresentano le società in cui si investe, cioè l'insieme di società C_0. Le società nell'insieme $C_0 \cup C_1$ sono tutte quelle società j per cui si ha $u_j = 1$. Il problema IC3 può, pertanto, essere formalizzato come segue:

$$\min \sum_{j \in V} \alpha_j z_j \tag{2.1}$$

Subject to:

$$\theta_j u_j \leq z_j + \sum_{i \in \delta^-(j) \cap V \backslash T} s_{ij} v_{ij} \qquad \forall\, j \in V \backslash T \tag{2.2}$$

$$\theta_j \leq z_j + \sum_{i \in \delta^-(j) \cap V \backslash T} s_{ij} v_{ij} \qquad \forall\, j \in T \tag{2.3}$$

$$z_j \leq 100 - \sum_{i \in \delta^-(j) \cap V \backslash T} s_{ij} v_{ij} - \sum_{i \in \delta^-(j) \cap T} s_{ij} \qquad \forall\, j \in V \tag{2.4}$$

$$v_{ij} \leq u_i \qquad \forall\, (i,j) \in A' \tag{2.5}$$

$$v_{ij} + v_{ji} \leq 1 \qquad \forall (i,j) \in V \backslash T \text{ tali che } (i,j) \text{ e } (j,i) \in A' \tag{2.6}$$

$$u_j \in \{0,1\} \qquad \forall\, j \in V \backslash T \tag{2.7}$$

$$z_j \geq 0 \qquad \forall\, j \in V \tag{2.8}$$

$$v_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\, (i,j) \in A' \tag{2.9}$$

Dove la (2.1) è la funzione obiettivo, che rappresenta il costo della strategia per ottenere il controllo su tutte le società appartenenti all'insieme T e che ovviamente deve essere minimizzata.

I vincoli (2.2) esprimono la modalità attraverso cui viene formalizzato il controllo societario relativamente alle società non Target. Infatti, la società j potrà essere definita come controllata (cioè $u_j \geq 0$) se e solo se la somma della percentuale di azioni acquistate sul mercato e quelle possedute dalle società sotto controllo (non appartenenti all'insieme delle società Target) sono almeno pari ad θ_j. Se tale condizione non è verificata, allora la società j non potrà essere sotto controllo (u_j dovrà necessariamente avere valore nullo).

I vincoli (2.3) impongono che nella soluzione ottima tutte le società Target siano sotto controllo. Infatti, in modo del tutto analogo ai vincoli (2.2), la somma della percentuale di azioni acquistate sul mercato e quelle possedute dalle società sotto controllo (e non Target) devono essere almeno pari alla soglia per il controllo per ogni società Target.

I vincoli (2.4) limitano superiormente le variabili z_j. Di conseguenza, considerando anche i vincoli (2.8), la percentuale di azioni della società j acquistate sul mercato deve essere non negativa[65] e inferiore alla percentuale di azioni attualmente disponibili sul mercato, dove con quest'ultimo termine si intende la differenza tra il 100% e la percentuale di azioni possedute dalle società che, nella soluzione ottima, sono sotto controllo. Per esprimere qualitativamente il significato dei vincoli (2.4), possiamo affermare che $0 \leq z_j \leq 100$ solamente quando nessuna delle società sotto controllo nella soluzione ottima (ivi comprese le società Target) possiede azioni della società z_j. Altrimenti, se qualche società sotto controllo nella soluzione ottima possiede azioni di j, il valore che z_j potrà assumere sarà limitato superiormente alle sole azioni che non sono possedute dalle società controllate dall'Attore[66]. I vincoli (2.5), infine, affermano che le azioni della società j possedute dalla società i possono essere considerate nella soluzione ottima solo se la società i è sotto controllo (cioè se $u_i = 1$). I vincoli (2.6) impongono che, per ogni coppia di società i e j, nella soluzione ottima non possano essere considerate sia

[65] Si noti che implicitamente il vincolo (2.8) implica l'impossibilità di assumere sul mercato azionario posizioni *short*. Tale ipotesi, sebbene restrittiva, può essere giustificata da argomentazioni di buon senso della strategia: risulterebbe altresì difficile giustificare una strategia in cui, per ottenere il controllo di una società, bisogna vendere allo scoperto azioni di altre società o, alternativamente, liberarsi delle posizioni già in essere.

[66] Tale vincolo, dal nostro punto di vista, risulta ambiguo e soggetto a diverse critiche. Per tale ragione, esso rappresenta una delle principali differenze concettuali rispetto al CCP. Si veda *infra*: Par. 2.2.3 per una critica e Par. 2.3.1 per una proposta alternativa.

le azioni di j possedute da i che le azioni di i possedute da j. In questo modo, si escludono dalla soluzione ottima tutti i cicli di lunghezza due, ovvero i cicli del tipo $\{i, j, i\}$.

2.2.2 Risultati

La risoluzione dell'IC *problem*, sostengono gli Autori, è finalizzata al raggiungimento dei seguenti obiettivi:

1. Ricerca della migliore opzione strategica per ottenere il controllo su un insieme di società Target selezionate.

Gli Autori fanno riferimento ad una particolare categoria di investitore, denominato "*controlling investor*", che è interessato soprattutto a partecipare alle decisioni delle società e ad essere coinvolto nel loro controllo. Sarà pertanto influenzato limitatamente dall'andamento dei prezzi nel breve termine, concentrandosi maggiormente sul momento ideale per acquistare, essendo più interessato dalla posizione strategica che può acquisire, nella convinzione di poter influire sulla performance della società e sulle sue azioni future. Da un punto di vista pratico, secondo gli Autori, quanto detto sinora sul *controlling investor* giustificherebbe l'approccio statico e deterministico[67], del modello proposto;

2. Nascondere al mercato la volontà dell'investitore di controllare le società Target.

Dal momento che il controllo sull'insieme delle società Target potrebbe essere acquisito indirettamente e in una forma più diluita, sarebbe più difficile per il mercato scoprire le reali volontà dell'investitore[68];

[67] Ad esempio, come abbiamo già accennato, gli Autori utilizzano i prezzi delle azioni in un determinato istante per valutare i costi di acquisizione delle società, ovvero non considerano eventuali variazioni dei prezzi nel tempo.

[68] Si noti che la *ratio* di tutta la disciplina delle OPA totalitarie obbligatorie, con l'obiettivo di tutela dell'azionista di minoranza, è volta proprio ad evitare che tale possibilità si realizzi. Si veda: *sub* Cap. 1 Par. 1.6.

3. Costruire un fondo di investimenti robusto in cui l'acquirente ottiene il controllo sulle società Target[69].

Infatti, se le società selezionate possono controllare un importante settore nel mercato, questo fondo di investimento potrebbe costituire un prodotto commerciale molto interessante per una banca o per un gruppo di investitori.

Dal punto di vista empirico, gli Autori mostrano l'efficacia di tali modelli applicandone la risoluzione ad un data set reale. I casi presentati, mostrano che la strategia ottimale individuata dai modelli IC in alcuni casi comporta un risparmio anche del 60% rispetto alla strategia di controllo diretto della società Target. Tale dato deve essere interpretato con cautela, alla luce delle critiche a cui il problema IC, e più in generale il problema della individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target, sono sottoposti.

2.2.3 Alcune ambiguità nella formalizzazione dei modelli IC

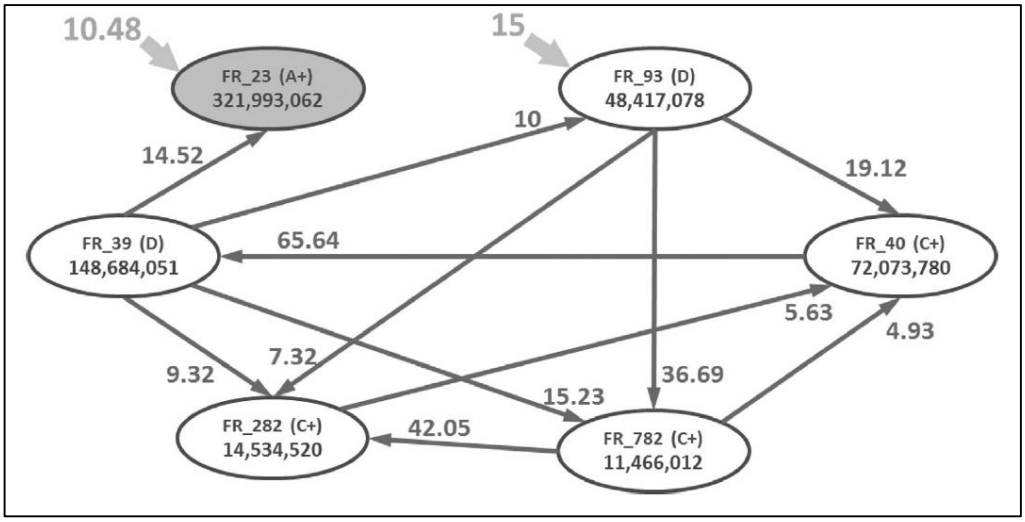
In questo paragrafo vengono evidenziati alcuni aspetti critici relativi alla formalizzazione del modello IC3 e, più in generale, dei modelli IC.

Il più importante tra questi, è la sovrastima del controllo in presenza di cicli, in quanto conduce a soluzioni fuorvianti e ambigue; tale aspetto accomuna tutti i modelli proposti in (Martins and Neves, 2017). Al fine di comprendere meglio cosa si intende

[69] Tale posizione degli Autori si ritiene essere particolarmente discutibile in quanto il modello IC ignora completamente aspetti legati al profilo rischio/rendimento, anche intendendo quest'ultimo in senso lato. Infatti, nel momento in cui la strategia ottimale per il controllo della società Target impone l'acquisto di partecipazioni in una o più società intermedie, tale scelta si basa esclusivamente sulla posizione delle società intermedie nella *ownership network* ed è svincolato da considerazioni relative al rischio o al rendimento dell'investimento. Inoltre, ferma restando la volontà di controllare la società Target, il risparmio in termini di costi derivante dall'attuazione di una strategia ottimale, potrebbe comportare un aumento di rischio del portafoglio di *trading* dell'Attore in quanto, in termini di composizione di portafoglio, si passa da una situazione, quella del controllo diretto, in cui si è esposti solamente al rischio derivante dalla partecipazione nelle società Target, ad una situazione, quella del controllo indiretto, in cui si è esposti sia al rischio derivante dalla partecipazione nelle società Target (anche se in misura minore) sia al rischio derivante dalle partecipazioni dirette e indirette in tutte le società intermedie. In altre parole, l'utilizzo dell'IC *problem* come modello per la creazione di un fondo di investimenti o selezione di portafoglio in un contesto reale risulta controverso perché non solo non garantisce la diversificazione di portafoglio (il controllo diretto è sempre una soluzione ammissibile) ma non considera in alcun modo aspetti legati al rischio, anche intendendo quest'ultimo in senso lato.

concretamente per sovrastima del controllo, si è scelto di fare riferimento ad uno dei casi studio forniti dagli Autori relativo alla risoluzione del modello IC1. Tale scelta ha il vantaggio di esporre l'argomentazione in oggetto ricorrendo ad una istanza meno complessa di quella che sarebbe stata necessaria con riferimento al modello IC3[70]. Nel caso studio che abbiamo scelto in esame, in cui si vuole ottenere il controllo sulla società FR_23, cioè $T = \{FR_23\}$, gli Autori hanno ipotizzato[71] per tutte le società nel grafo una soglia per il controllo pari al 25%, cioè $\theta_j = 25\%$ per ogni $i \in V$. È bene anticipare, in questa sede, che la scelta, come in questo caso, di valori del parametro $\theta_i \leq 50$ per ogni $i \in V$, introduce degli elementi di ambiguità. Ad esempio, nel grafo mostrato in Fig. 2.5, che rappresenta l'istanza e la soluzione individuata attraverso il modello IC, risulta difficile comprendere la società che effettivamente controlla FR_782, dal momento che sia FR_93 che FR_796, posseggono più del 25% delle sue azioni. Il grafo in Fig. 2.5 contiene le seguenti informazioni: accanto ad ogni arco (i, j) è rappresentato il valore di s_{ij}, ovvero la percentuale di azioni che i possiede di j.

Fig. 2. 5– Soluzione dell'IC1 relativa alla Strategic Acquisition I..



Fonte: Tratto e adattato da (Martins and Neves, 2017)

In ogni nodo è rappresentato il nome attribuito alla società, il valore dell'1% delle azioni di questa e, tra parentesi, il cd. *BvD indipendence indicator,* una misura del grado

[70] In ogni caso, è bene sottolineare che sarebbe possibile costruire istanze che mettano in evidenza il fatto che il modello IC3 sovrastima il controllo in presenza di cicli.
[71] Anche tale scelta, relativa al valore più opportuno da attribuire alla soglia per il controllo, risulta essere ambigua e sarà trattata più avanti all'interno di questo paragrafo.

di indipendenza dai suoi azionisti di ogni società, calcolato da Bureau Van Dijk[72]. Il nodo relativo alla società Target è rappresentato in grigio, con lo scopo di facilitarne l'individuazione.

La soluzione ottimale del problema IC1, che consente un risparmio del 49,06% rispetto al controllo diretto di FR_23, individua la seguente strategia:

- Acquisto del 10,48% di FR_23;
- Acquisto del 15% di FR_93.

Tale strategia implica il controllo, da parte dell'Attore, di tutte le società nel grafo, ossia: FR_93, FR_40, FR_782, FR_282, FR_39, ed infine, FR_23. Nei termini formali utilizzati dagli Autori[73], possiamo definire: $C_0 = \{FR_23, FR_93\}$, $C_1 = \{\mathrm{FR_782}, \mathrm{FR_282}, \mathrm{FR_39}\}$ ed infine $T = \{FR_23\}$. Tale caso studio mette in evidenza alcuni aspetti controversi, tra cui il fatto che l'Attore ottiene il controllo di sei società pur non controllando direttamente nessuna di queste. È bene osservare che tale soluzione, rispetto all'impostazione dell'IC *problem* è formalmente corretta: l'Attore possiede, indirettamente, il 25% di tutte le società in $C_0 \cup C_1 \cup T$, che, di conseguenza, risultano essere controllate. Ad esempio, si consideri FR_93. Essa è controllata attraverso il 15% acquistato sul mercato dall'Attore e dal 10% posseduto da FR_39, che è controllata da FR_40, e che, a sua volta è controllata indirettamente dall'Attore attraverso le azioni possedute da FR_93 (19,12%), da FR_282 (5,63%) e da FR_782 (4,93%). Tale ragionamento può essere esteso a tutte le società nel grafo. La critica relativa alla sovrastima del controllo in presenza di cicli, riguarda il fatto che è del tutto assente una certa consequenzialità negli acquisti, come messo in evidenza dal ragionamento che segue. Dal momento che FR_23 è la società Target e non possiede azioni di altre società, concentriamo la nostra analisi su FR_93, di cui l'Attore acquista sul mercato il 15%. Tale quota, essendo inferiore al 25%, non consente all'Attore di esercitare il proprio controllo sulle decisioni di FR_93 e, di conseguenza, sulle società da questa controllate, direttamente o indirettamente. Ne segue che le azioni di FR_23 possedute da FR_39 non possono essere sommate al 10,48% acquistato dall'Attore sul mercato, in

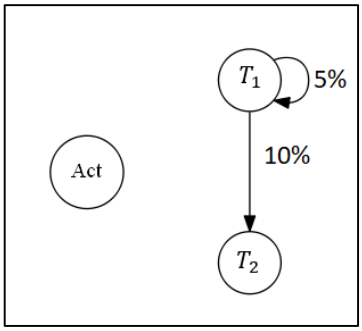
[72] Il significato e le modalità di calcolo di tale indice non sono rilevanti ai fini di questo lavoro. Tale valore è stato riportato per completezza rispetto al lavoro originale (Martins and Neves, 2017).
[73] Si veda *sub*: par. 2.2.

quanto FR_23 non è sotto il controllo dell'Attore. In definitiva, l'Attore non controlla la società Target, in quanto possiede una percentuale di azioni di FR_23 inferiore al 25%, necessaria ad esercitare il controllo su quest'ultima.

Un secondo elemento di criticità nella scelta a cui si perviene utilizzando i modelli IC2 ed IC3 consiste nella esclusione dal calcolo delle azioni possedute dalla società Target. Tale soluzione tecnica, se da un lato risponde all'esigenza di stimare correttamente il controllo nel caso in cui $|T| = 1$, dall'altro lato, in presenza di più società Target può implicare la sottostima sistematica del controllo. A tal proposito, si consideri una istanza del problema in cui vi sono due società Target, ovvero $T = \{T_1, T_2\}$, in cui la società Target T_1 possiede il 5% di azioni proprie e il 10% delle azioni di T_2, che formalmente può essere espresso con i seguenti valori dei parametri: $s_{T_1,T_1} = 5$ e $s_{T_1,T_2} = 10$. Infine, si assume che tutte le società del grafo possono essere controllate attraverso il possesso del 25% delle loro azioni, ossia $\theta_j = 25\%$ per ogni $j \in V$. Il grafo rappresentato nella Fig. 2.6 sintetizza le caratteristiche ed i valori dei parametri per l'istanza in analisi.

L'esclusione delle azioni possedute da una società Target, in un certo senso, è corretta, in quanto il *loop* che rappresenta il 5% che la società T_1 possiede di sé stessa, condurrebbe ad affermare che essa può essere controllata acquistando il 20%, anziché il 25%. Nel caso in cui il *loop* non venisse escluso, infatti, considerando che $C_0 = \{T_1\}$, la somma delle azioni di T_1 possedute dalle società nell'insieme $C_0 \cup C_1 \cup T$ e delle azioni acquistate sul mercato sarebbe pari al 25% di T_1, ottenendo così formalmente il controllo su di essa. Allo stesso tempo, tuttavia, è vero che l'esclusione delle azioni possedute da T_1 può implicare una sottostima del controllo, in quanto si imporrebbe all'Attore che volesse controllare T_2 di acquistare il 25% delle azioni di T_2, sebbene una volta ottenuto il controllo di T_1, sia sufficiente l'acquisto di una percentuale di azioni inferiore.

Fig. 2. 6 - Sottostima del controllo nel modello IC3



La terza criticità relativa alle soluzioni tecniche adottate nella modellazione del problema, riguarda il limite superiore alle azioni di una società che possono essere acquistate dall'Attore. Più in particolare, il vincolo (2.4) esprime una condizione controversa sulla percentuale massima di azioni che possono essere acquistate, imponendo che essa debba essere al più pari alla differenza tra 100 e le azioni di j possedute dalle società all'interno dell'insieme $C_0 \cup C_1 \cup T$. L'aspetto controverso in tale condizione consiste nel fatto che, implicitamente, si suppone che un azionista che possieda una posizione qualificata (ad esempio, il 20%) sia un *price taker*, ovvero che, come un piccolo azionista, sia disposto a scambiare le sue azioni al prezzo di mercato. Valga, a tale scopo, il seguente esempio, in cui si assume che per controllare la società A sia necessario possedere almeno il 51% delle sue azioni. Si supponga, inoltre, che le società in $C_0 \cup C_1 \cup T$ posseggono il 45% delle azioni di A. Considereremo due casi: il primo è che il restante 55% sia in posseduto da un oceano di piccoli azionisti, ossia una molteplicità di soggetti, ciascuno dei quali possiede una percentuale di azioni inferiore a quella necessaria per essere considerati come azionisti qualificati (ad esempio posseggono meno del 2%). Il secondo caso prevede, invece, che il restante 55% sia posseduto da un singolo azionista, che controlla la società A. In entrambi i casi, l'Attore dovrebbe acquistare sul mercato il 6% della società A per ottenerne il controllo ed il vincolo (2.4) afferma che può acquistarne una percentuale pari a fino il 55%, ottenuto come differenza tra il 100% e le azioni possedute dalle società in $C_0 \cup C_1 \cup T$. Tuttavia, mentre nel primo caso è ragionevole supporre che l'Attore possa agevolmente acquistare il 6% della società A al prezzo di mercato da piccoli azionisti, nel secondo caso ciò sembra essere molto meno ragionevole, in quanto si avrebbe che il soggetto che attualmente controlla la società, intenda cedere parte delle proprie azioni perdendo il controllo della società al prezzo di mercato. Infatti, posto che un azionista che possiede il 55% di una società voglia cedere parte delle sue azioni, ragionevolmente chiederà un prezzo decisamente più elevato di quello di mercato, a maggior ragione se in seguito alla cessione di tali partecipazioni perderà anche il controllo sulla società in questione.

Un ultimo elemento critico dei modelli IC, sebbene sia piuttosto marginale rispetto agli argomenti appena trattati in questo paragrafo, riguarda la percentuale di azioni necessaria per controllare una società. In più punti, infatti, in (Martins and Neves, 2017), si afferma che si possa controllare una società con una percentuale di azioni inferiori o uguali al 50%. In particolare, nella formalizzazione del modello, la scelta del

parametro θ_j, che descrive la percentuale di azioni da possedere per controllare una società, può assumere qualsiasi valore nell'intervallo $(0,100]$. Tale affermazione, dal nostro punto di vista, confonde l'approccio descrittivo, con l'approccio speculativo. Nell'approccio descrittivo, affrontato nel capitolo precedente, supporre che un soggetto in possesso di una percentuale di azioni inferiore al 50% ma opportunamente alta, di fatto eserciti una influenza sui processi decisionali aziendali così elevata da poter essere considerata alla stregua del controllo, è una ipotesi di buon senso. Ad esempio, si può sostenere che un azionista che attualmente possiede il 25% delle azioni di una società la cui restante parte è posseduta da un oceano di piccoli azionisti, di fatto la stia controllando, o comunque abbia su di essa una influenza così importante da poter essere considerata un vero e proprio controllo. Non ha molto senso, tuttavia, affermare che, qualora un nuovo soggetto voglia controllare tale società, sia sufficiente che acquisti il 25% delle sue azioni. Infatti, nel caso in cui vi sia già un azionista che possiede una percentuale di azioni non inferiore al 25%, sarebbero presenti delle ambiguità relative a chi effettivamente esercita il controllo, dovendo affermare che vi sono due soggetti che controllano la società, oppure che non ve n'è nessuno; in entrambi i casi il senso della definizione di controllo verrebbe meno. Considerazioni molto simili varrebbero nel caso in cui il nuovo soggetto acquistasse una percentuale di azioni non superiore al 50%: sarebbe sempre possibile l'intervento o la presenza di un soggetto che possiede una percentuale equivalente di azioni, rendendo ambigua la definizione di controllo. Pertanto, potremmo affermare, in prima battuta, che $\theta_j \in (50,100]$. Anche tale espressione, tuttavia, risulterebbe difficile da giustificare: supponiamo, infatti, che $\theta_j = 90$, ovvero che sia necessario possedere il 90% delle azioni di una società per poter esercitare il controllo su di essa. In tal caso, si potrebbe affermare che un azionista che possiede l'80% delle azioni della società j non la controlla, sebbene non possa esistere un soggetto che possegga partecipazioni maggiori. In merito a tale punto, può essere utile considerare la posizione espressa dall'Eurostat[74], che ritiene che un azionista che possiede una percentuale di azioni compresa tra il 10% e il 50% esercita una influenza, piuttosto che il controllo. Ciò nonostante, è riconosciuto il cd. "*effective minority control",* inteso come un controllo diretto di fatto, ottenuto con una partecipazione inferiore al 50%. Per tale ragione, il CCP farà riferimento ad una soglia per il controllo diversa dal 51% solo al fine di

[74] Si veda: (Eurostat, 2010).

effettuare un confronto con le soluzioni di particolari istanze del problema IC oppure per alcune particolari tipologie di analisi.

2.3 Il Cheapest Control Problem (CCP)

In questo paragrafo presenteremo il Cheapest Control Problem (CCP), uno dei contributi originali di questo lavoro, introdotto in letteratura in (Di Giacomo and Cenci, 2018). Tale modello si propone anch'esso di individuare la strategia più conveniente per il controllo di un insieme di società Target, superando alcuni degli aspetti critici dei modelli di cui abbiamo parlato in precedenza. L'obiettivo ultimo per cui si intende utilizzare il CCP è volto al calcolo di indici per la misurazione degli effetti di rete sulla *governance* di una società quotata, l'altro contributo originale del presente lavoro, che sarà trattato nel capitolo successivo.

2.3.1 CCP: Variabili, parametri e formalizzazione

Nel Cheapest Control Problem (CCP), si fa riferimento ad un grafo $G = (V, A)$, dove V è l'insieme di società quotate, opportunamente selezionate, con $|V| = n$, e A è l'insieme degli archi, ossia le relazioni di azionariato in cui le società sono coinvolte. Analogamente a quanto già presente in letteratura, considereremo solamente archi che rappresentano posizioni qualificate; in altre parole, l'arco (i, j) esiste se e solo se i possiede una percentuale delle azioni di j almeno pari all'1%. In questo modo, sono escluse le azioni più volatili e si ipotizza, implicitamente, che il grafo sia stabile, ovvero che le partecipazioni delle società al suo interno non subiscano variazioni. L'Attore è chiamato società A e il corrispondente nodo nel grafo avrà come etichetta "A".

Scomporremo la strategia da utilizzarsi per controllare un insieme di società Target in t step logici, dove $t = 1, 2, \dots, n - 1$. Considerando che $|V| = n$, che uno dei nodi in V è l'Attore, che non più di $n - 1$ società possono essere controllate e assumendo, infine, che in ogni *step* logico t una e solo una società rientri sotto il controllo, diretto o indiretto, dell'Attore, si può giungere alla conclusione che non più di $n - 1$ *step* logici sono necessari. Per mantenere il legame tra il nostro modello e la letteratura che lo ha preceduto, faremo ancora riferimento all'insieme delle società Target, T. Segue la descrizione degli insiemi, dei parametri e delle variabili del modello CCP.

Insiemi

C_{Act}: Insieme delle società attualmente controllate dall'Attore, direttamente o indirettamente.

T: Insieme delle società Target.

Parametri

α_i : Prezzo di mercato dell'1% della società i, per ogni $i \in V$ ($\alpha_i > 0$)

θ_i : percentuale di azioni necessaria per ottenere il controllo della società i, per ogni $i \in V$.

s_{ij} : percentuale di azioni di j possedute da i, per ogni $(i, j) \in A$.

Variabili

$x_i^{(t)} \equiv$ percentuale della società i acquistata sul mercato allo *step* t dall'attore, per ogni $i \in V$

$$y_i^{(t)} = \begin{cases} 1 & \text{se la società } i \text{ è controllata allo } step\ t \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Il CCP può essere definito come segue:

$$\min \sum_t \sum_i \alpha_i x_i^{(t)}$$

Con:

$$y_i^{(0)} = 1 \qquad \forall i \in C_{Act} \tag{2.10}$$

$$y_i^{(0)} = 0 \qquad \forall i \notin C_{Act} \tag{2.11}$$

$$\sum_{t=1}^{n-1} y_i^{(t)} \geq 1 \qquad \forall i \in T \tag{2.12}$$

$$\sum_{j \neq i} y_j^{(t-1)} s_{ji} + s_{Ai} + \sum_{j=0}^{t-1} x_k^{(j)} \geq \theta_i y_i^{(t)} \qquad \forall i \neq A, \quad t = 1, \dots, n-1 \tag{2.13}$$

$$y_i^{(t)} \geq y_i^{(t-1)} \qquad \forall i \neq A, \quad t = 1, \dots, n-1 \quad (2.14)$$

$$\sum_{t=0}^{n-1} x_i^{(t)} \leq 100 - \sum_j s_{ji} \qquad i = 2, \dots, n \quad (2.15)$$

$$y_i^{(t)} \in \{0,1\} \qquad \forall i \neq A, \quad t = 0, \dots, n-1$$

$$x_i^{(t)} \geq 0 \qquad \forall i \neq A, \quad t = 0, \dots, n-1$$

Dove la funzione obiettivo rappresenta il costo della strategia attuata dall'Attore per il controllo della società Target. I vincoli (2.10) e (2.11) rappresentano le condizioni iniziali relative alle società già controllate dell'Attore prima che la strategia venga individuata attraverso la risoluzione del CCP. I vincoli (2.12) impongono che ogni società Target debba essere controllata.

I vincoli (2.13) descrivono il meccanismo che consente al CCP di stimare correttamente il controllo. In ogni *step* t, una società i è sotto controllo se una delle due seguenti condizioni è rispettata:

- La somma delle percentuali delle azioni di i possedute dalle società sotto controllo allo *step* precedente $(t-1)$ e della percentuale delle azioni di i acquistate dall'Attore in tutti gli step precedenti è almeno pari a θ_i;
- La società i era già sotto controllo negli *steps* precedenti.

Formalmente, affermiamo che una società i è controllata dall'Attore allo *step* t, cioè $y_i^{(t)} = 1$, se:

$$\sum_{j \neq i} y_j^{(t-1)} s_{ji} + s_{Ai} + \sum_{j=0}^{t-1} x_k^{(j)} \geq \theta_i$$

Dove s_{Ai} indica le azioni di i possedute dall'Attore prima della individuazione della strategia ottimale attraverso il CCP, cioè il peso dell'arco incidente i nodi A ed i. In questo modo le relazioni di *cross-ownership* non hanno un impatto nella stima del controllo, in quanto, in ogni *step*, la percentuale di azioni necessaria per controllare la società i,

dipende esclusivamente dalle società che sono già controllate e dalle azioni acquistate negli step precedenti.

I vincoli (2.14) affermano che se la società i è sotto il controllo dell'Attore allo *step* t, allora dovrà esserlo anche in tutti gli *step* successivi.

I vincoli (2.15) affermano che le azioni possedute dagli azionisti qualificati (cioè tutti gli azionisti che posseggono più del 2% della società) non possono essere acquistate. Di conseguenza, se $\exists\ i|s_{ij} \geq \theta_j$ allora la società j non può essere direttamente controllata dall'Attore e, potenzialmente, il costo della strategia ottimale potrebbe essere superiore a quello del controllo diretto. In altre parole, se esiste una società che possiede almeno θ_T azioni della società Target, allora quest'ultima non può essere controllata direttamente. Potrà, tuttavia, essere controllata indirettamente nel caso in cui l'attore acquisti il controllo su parte delle società che, complessivamente, posseggono θ_T azioni della società Target. In questo caso, tuttavia, il costo del della strategia potrebbe essere maggiore del costo che si sarebbe sostenuto nel caso in cui fosse stato possibile acquisire direttamente il controllo della società Target ($\theta_T \alpha_T$).

I vincoli (2.13) e (2.15) rappresentano la principale differenza formale rispetto ai modelli IC e che consentono di superare alcune delle critiche mosse a questi ultimi[75].

Indichiamo con $x_i^{*(t)}$, $y_i^{*(t)}$, rispettivamente, i valori assunti dalle variabili $x_i^{(t)}$, $y_i^{(t)}$ in corrispondenza della soluzione ottima. Definiamo, x_i^* la percentuale ottima delle azioni della società i da acquistare dall'Attore nella strategia ottima e y_i^* una variabile binaria pari ad 1 se la società i è controllata dall'Attore nella strategia ottimale, mentre vale 0 altrimenti. La strategia più conveniente per controllare un insieme di società Target è descritta dalle seguenti variabili, per ogni $i \in V$:

$$x_i^* = \sum_t x_i^{*(t)}$$

e:

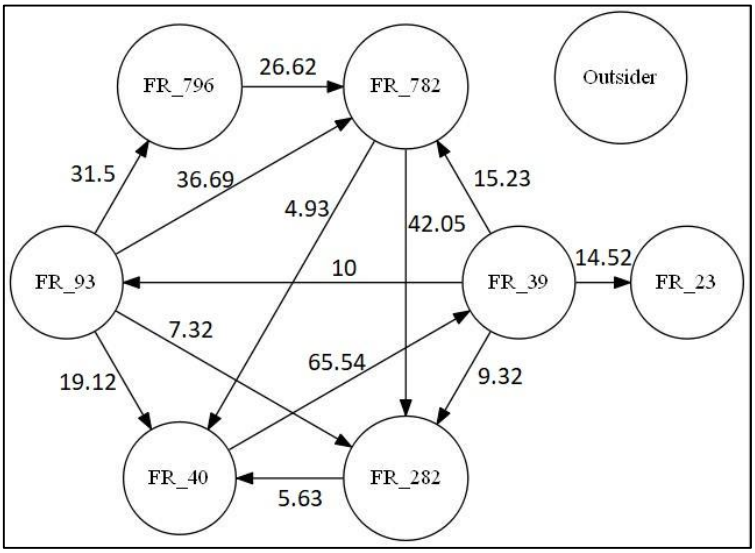
[75] In particolare ci riferiamo alla sovrastima del controllo e alla possibilità di acquistare a prezzo di mercato le azioni appartenenti a posizioni qualificate. Si veda *sub* par. 2.2.3.

$$y_k^* = \begin{cases} 1 & se \sum_t y_k^{*(t)} \geq 1 \\ 0 & altrimenti \end{cases}$$

2.3.2 Confronto tra CCP e IC *problem* attraverso un caso studio.

Il *Cheapest Control Problem* è fortemente ispirato all'IC *problem*, pur superando alcune delle critiche a cui quest'ultimo è sottoposto, attraverso l'introduzione degli *step* logici, del meccanismo per la stima corretta del controllo (2.13) e per i vincoli (2.15). In questo paragrafo confronteremo CCP ed IC *problem* relativamente al caso studio presentato in precedenza[76] e descritto in Fig. 2.7.

Fig. 2. 7 - Grafo relativo al case study Strategic Acquisition I.



Ricordiamo che in questa istanza del problema vi è una sola società Target, denominata FR_23. Mostreremo due applicazioni del CCP. Nella prima assumiamo $\theta_i = 25$ per ogni $i \in V$; in questo modo sarà possibile confrontare direttamente le soluzioni dell'IC e del CCP. Nella seconda, invece, si assumerà $\theta_i = 51$ per ogni $i \in V$, in modo tale da poter argomentare circa le soluzioni individuate dal CCP evitando le ambiguità dovute alla percentuale di azioni necessarie per ottenere il controllo, a cui abbiamo già fatto riferimento in precedenza[77].

[76] Si veda: *sub* Par. 2.2.3.
[77] Si veda: *sub* Par. 2.2.3.

Nel primo caso, in cui si assume $\theta_i = 25$ per ogni $i \in V$, la strategia ottimale del problema IC1 suggerisce di acquistare il 10,48% di FR_23 e il 15% di FR_93. Il costo di tale strategia è pari ad €4.100.741.640, un importo inferiore del 49,06% rispetto all'acquisto del 25% di FR_23, che consentirebbe di ottenere il controllo diretto su quest'ultima. Tuttavia, tale soluzione risulta ambigua per le ragioni esposte in precedenza[78]. La soluzione individuata dal CCP, invece, suggerisce all'Outsider di:

- Acquistare il 0,95% di FR_40;
- Acquistare il 25% di FR_93;
- Acquistare il 10,48% di FR_23.

In questo modo, l'Outsider ottiene il controllo diretto di FR_93 e conseguentemente ottiene:

- Il controllo indiretto delle società FR_782 e FR_796, che sono direttamente controllate da FR_93;
- Il controllo indiretto della società, FR_40, per via delle azioni possedute da FR_93 (19,12%) e da FR_782 (4,93%) a cui vanno sommate quelle acquistate dall'Outsider sul mercato (0,95%);
- Il controllo indiretto di FR_39, che è direttamente controllata da FR_40;
- Il controllo diretto di FR_23, per via delle azioni possedute da FR_39 (14,52%) a cui vanno sommate le azioni acquistate sul mercato (10,48%);
- Come effetto collaterale, si ottiene anche il controllo indiretto della società FR_282, che è direttamente controllata da FR_782.

La strategia ottimale per il controllo di FR_23 individuata attraverso il CCP richiede che l'Outsider sostenga una spesa pari a €4.653.384.330,76, più elevata della

[78] Si veda: *sub* Par. 2.2.3.

spesa prevista dalla strategia individuata attraverso il modello IC1; ciò nonostante, tale soluzione, che stima correttamente il controllo in presenza di relazioni di azionariato incrociato, consente un risparmio del 42,19% rispetto all'ottenimento del controllo diretto di FR_23 mediante l'acquisto del 25% di quest'ultima.

Nel caso in cui la percentuale di azioni necessaria per ottenere il controllo su una società sia più elevato, cioè $\theta_i = 51$ per ogni $i \in V$, il risparmio che si ottiene attraverso la risoluzione del CCP rispetto all'ottenimento del controllo diretto, si riduce notevolmente, limitandosi al 6,09%. In tale caso, il costo della strategia quasi quadruplica, raggiungendo il valore di €15.422.069.681,76. La strategia identificata dall'esecuzione di tale istanza del CCP suggerisce di:

- Acquistare il 51% di FR_40, ottenendo così il controllo diretto su di essa. Come conseguenza l'Outsider ha anche il controllo indiretto di FR_39 e possiede, attraverso quest'ultima, il 14,52% di FR_23;
- Acquistare il 36,48% di FR_23, che sommato alla partecipazione di FR_39, indirettamente controllata dall'Outsider, garantisce il controllo indiretto della società Target.

Tale variazione di costo, ottenuta in seguito alla variazione dei valori di θ_i, giustifica l'interesse per l'analisi di sensitività che verrà affrontata nel paragrafo successivo.

2.3.3 Analisi di sensitività al variare di θ_i.

Ai fini di una migliore comprensione del funzionamento del modello, affronteremo, in questa sede una analisi di sensitività del CCP al variare della percentuale di azioni necessaria per ottenere il controllo di una società, limitatamente al caso studio presentato nel paragrafo precedente in cui vi è una sola società Target. È bene precisare, tale analisi è giustificata più da interessi relativi allo studio del modello in sé, piuttosto che da tematiche tipiche della *corporate governance*; come si è sostenuto, infatti, il valore più opportuno da assegnare al parametro θ_i, è $\theta_i = 51$. L'analisi di sensitività proposta in questa sede consiste nello studio di tre grandezze, ossia: a) il costo della strategia ottimale

per ottenere il controllo; b) il risparmio ottenuto rispetto al controllo diretto; c) il numero di società sotto controllo dell'Attore nella strategia individuata, al variare del parametro θ_i. Per comodità, sono stati scelti solamente quei valori interi di θ_i tali che $1 \leq \theta_i \leq 51$.

La Tab. 2.1 mostra sinteticamente i risultati della analisi di sensitività e il valore del costo del controllo diretto c_{dir} in ognuna delle istanze considerate.

Tab. 2. 1– Analisi di sensitività del CCP, relativa al case study Strategic Acquisition I, al variare di θ_i.

$\boldsymbol{\theta_i}$	$\boldsymbol{c_{dir}}$	**Funzione obiettivo CCP**	**Risparmio**	**Società coinvolte nella strategia ottimale**
1	321.993.062,00	2.922.525,00	10917,6%	5
2	643.986.124,00	5.845.050,00	10917,6%	5
3	965.979.186,00	8.767.575,00	10917,6%	6
4	1.287.972.248,00	11.690.100,00	10917,6%	5
5	1.609.965.310,00	19.657.789,60	8090,0%	5
6	1.931.958.372,00	68.796.072,00	2708,2%	5
7	2.253.951.434,00	80.262.084,00	2708,2%	5
8	2.575.944.496,00	91.728.096,00	2708,2%	5
9	2.897.937.558,00	103.194.108,00	2708,2%	5
10	3.219.930.620,00	114.660.120,00	2708,2%	5
11	3.541.923.682,00	157.838.595,20	2144,0%	5
12	3.863.916.744,00	241.378.387,20	1500,8%	5
13	4.185.909.806,00	324.918.179,20	1188,3%	5
14	4.507.902.868,00	408.457.971,20	1003,6%	5
15	4.829.895.930,00	646.554.432,96	647,0%	5
16	5.151.888.992,00	1.052.087.286,96	389,7%	5
17	5.473.882.054,00	1.457.620.140,96	275,5%	5
18	5.795.875.116,00	1.863.152.994,96	211,1%	5
19	6.117.868.178,00	2.268.685.848,96	169,7%	5
20	6.439.861.240,00	2.674.218.702,96	140,8%	5
21	6.761.854.302,00	3.079.751.556,96	119,6%	5
22	7.083.847.364,00	3.473.683.819,76	103,9%	6
23	7.405.840.426,00	3.844.093.959,76	92,7%	7
24	7.727.833.488,00	4.214.504.099,76	83,4%	6
25	8.049.826.550,00	4.653.384.330,76	73,0%	6
26	8.371.819.612,00	5.095.868.250,76	64,3%	7
27	8.693.812.674,00	5.538.352.170,76	57,0%	6
28	9.015.805.736,00	5.980.836.090,76	50,7%	7
29	9.337.798.798,00	6.381.663.193,36	46,3%	7
30	9.659.791.860,00	6.789.671.462,96	42,3%	6
31	9.981.784.922,00	7.246.689.902,96	37,7%	7

32	10.303.777.984,00	7.703.708.342,96	33,8%	6
33	10.625.771.046,00	8.143.139.271,92	30,5%	5
34	10.947.764.108,00	8.551.594.650,92	28,0%	5
35	11.269.757.170,00	8.960.050.029,92	25,8%	6
36	11.591.750.232,00	9.368.505.408,92	23,7%	6
37	11.913.743.294,00	9.776.960.787,92	21,9%	6
38	12.235.736.356,00	10.185.416.166,92	20,1%	5
39	12.557.729.418,00	10.593.871.545,92	18,5%	6
40	12.879.722.480,00	11.002.326.924,92	17,1%	5
41	13.201.715.542,00	11.481.401.261,76	15,0%	3
42	13.523.708.604,00	11.819.237.682,92	14,4%	6
43	13.845.701.666,00	12.227.693.061,92	13,2%	5
44	14.167.694.728,00	12.636.148.440,92	12,1%	6
45	14.489.687.790,00	13.044.603.819,92	11,1%	5
46	14.811.680.852,00	13.451.735.471,76	10,1%	3
47	15.133.673.914,00	13.845.802.313,76	9,3%	3
48	15.455.666.976,00	14.239.869.155,76	8,5%	3
49	15.777.660.038,00	14.633.935.997,76	7,8%	3
50	16.099.653.100,00	15.028.002.839,76	7,1%	3
51	16.421.646.162,00	15.422.069.681,76	6,5%	3

Alcuni aspetti di rilievo emergono dall'analisi. Il dato più evidente, come ci si attendeva, riguarda il costo della strategia ottimale per il controllo di FR_23, che risulta essere funzione strettamente crescente di θ_i. Intuitivamente, quindi, il risparmio derivante dall'attuazione della strategia proposta dal CCP è decrescente, in quanto il costo della strategia individuata dal CCP cresce, al variare di θ_i, più rapidamente del costo del controllo diretto. La seguente Tab. 2.2 mostra il risparmio medio per classi di valori di θ_i.

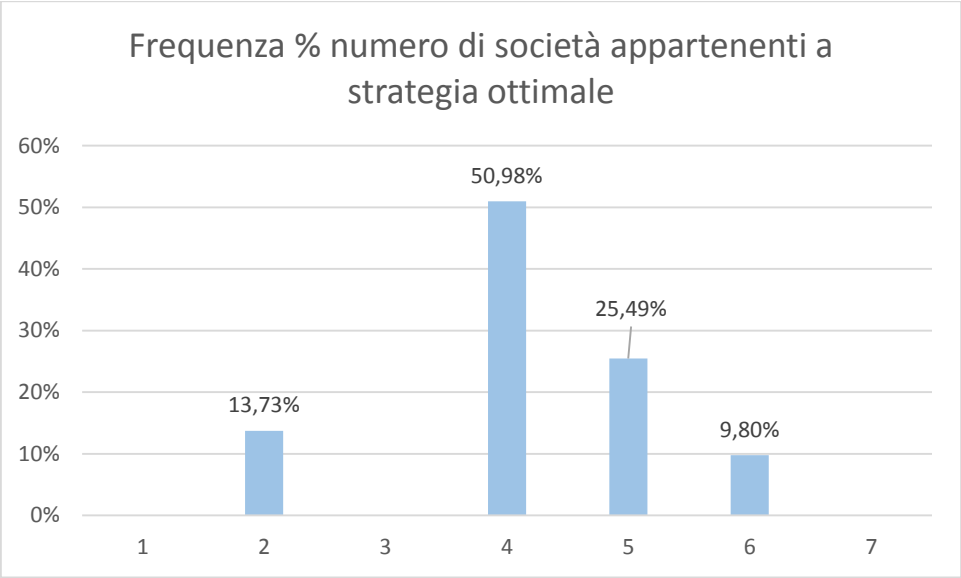
Tab. 2. 2 — Risparmio percentuale medio per classi di θ_i.

Valore di θ_i (classi)	**Risparmio percentuale medio**
$0 \leq \theta_i < 10$	6954,8%
$10 \leq \theta_i < 20$	1023,8%
$20 \leq \theta_i < 30$	83,2%
$30 \leq \theta_i < 40$	28,2%
$40 \leq \theta_i < 50$	11,9%
$50 \leq \theta_i \leq 51$	6,8%

Tale analisi conferma l'importanza della scelta del valore più opportuno da assegnare al parametro θ_i, alla luce degli impatti che esso ha sulle valutazioni di convenienza e nell'individuazione della strategia più conveniente per il controllo della società Target.

Un altro aspetto che suscita interesse riguarda il numero di società coinvolte nella strategia ottimale. Come mostra il seguente Grafico 2.1, la soluzione ottima coinvolge un minimo di 3 e un massimo di 7 società. In più del 75% dei casi, tuttavia, 4 o 5 società sono sotto il controllo dell'Attore.

Grafico 2. 1- Frequenza percentuale del numero di società individuate dalla strategia ottimale CCP



Tale dato risulta essere rilevante in quanto fornisce all'Attore una idea, per quanto approssimativa, di quale sarà l'impatto che egli avrà sul mercato o sul settore a cui le società appartengono. In particolare, l'importanza di tale aspetto sarebbe non trascurabile nel momento in cui si volessero introdurre elementi relativi alla promozione di Offerte Pubbliche di Acquisto nella analisi di convenienza in essere. Tale questione, che, come vedremo nel paragrafo successivo, è di fatto ignorata, tanto nel CCP quanto nel IC *problem,* può avere un forte impatto nella valutazione dei costi associati a ciascuna strategia per il controllo della società Target.

2.4 Alcune considerazioni sulle criticità dei modelli IC e CCP

In questo paragrafo discuteremo di alcune criticità a cui sono esposti sia i modelli IC che il CCP. Dopo aver discusso di tali aspetti, considereremo, inoltre, altri elementi che contraddistinguono la letteratura e che possono essere interessanti nell'ottica di tracciare

i possibili sviluppi futuri. Per quanto riguarda gli aspetti critici, i modelli esposti in questo capitolo implicano che:

1. La normativa sulle Offerte Pubbliche di Acquisto[79] sia trascurabile;

2. Gli azionisti possano sottostimare sistematicamente il valore delle proprie azioni, in quanto non tengono conto della posizione della propria società all'interno della rete;

3. I parametri siano completamente statici;

Nel prosieguo, per comodità, faremo riferimento all'IC problem, sebbene tali critiche coinvolgano tanto l'IC problem quanto il CCP.

1. Considerando la disciplina delle OPA[80], l'acquisizione del controllo indiretto su di una società dovrebbe costringere l'Attore alla promozione di una OPA su quest'ultima, rendendo discutibile l'intuizione per cui si possa ottenere il controllo indiretto su di una società ad un prezzo più conveniente rispetto al controllo diretto. Ad esempio, con specifico riferimento all'Ordinamento giuridico italiano, qualsiasi soluzione ammissibile dell'IC *problem* richiederebbe la promozione, da parte dell'Attore o dei soggetti che agiscono di concerto con questi, di una OPA totalitaria obbligatoria sulle azioni di ogni società appartenente alla soluzione ottima del problema[81]. In particolare, presenteremo tre casistiche di OPA totalitaria obbligatoria che risultano avere un forte impatto sulla attuabilità in un contesto reale della strategia indicata dall'IC *problem:* OPA totalitaria in senso stretto, OPA di concerto e OPA a cascata.

[79] Per i dettagli sulla normativa delle offerte pubbliche di acquisto si veda: *sub* Cap. 1 par. 1.6.
[80] Si veda: *sub* Cap. 1 par. 1.6.
[81] È bene sottolineare che nelle ipotesi in cui: 1) sia possibile controllare una società possedendone una partecipazione inferiore al 30%; 2) le società che fanno parte della strategia ottimale posseggono nel loro complesso, una partecipazione inferiore al 30% in qualsiasi altra società, allora la strategia delineata dall'IC *problem* non richiederebbe la promozione di una OPA totalitaria obbligatoria. A modesto parere di chi scrive, tuttavia, la possibilità che tali ipotesi siano verificate risulta particolarmente remota.

Relativamente alla OPA totalitaria obbligatoria in senso stretto, una soluzione ammissibile dell'IC *problem* può verosimilmente comportare dei costi più elevati di quelli contemplati dal modello. Si supponga che l'Attore voglia acquisire il controllo diretto sulla società Target, T. Egli dovrebbe sostenere il costo $c_{dir} = \alpha_T \theta_T$, dove α_T e θ_T rappresentano, rispettivamente, il prezzo dell'1% delle azioni della società Target osservato sul mercato nel momento in cui viene perfezionato l'acquisto e la soglia minima di azioni da possedere per ottenere il controllo. Secondo la disciplina dell'Art. 106 del TUF, se $\theta_T \geq 30\%$, allora l'Attore è obbligato a promuovere una OPA totalitaria obbligatoria. Conseguentemente, egli potrebbe sostenere una spesa superiore a c_{dir}, per due ragioni. La prima è che, in base a quanto stabilito dalla normativa, egli debba necessariamente offrire un prezzo superiore ad α_T, pertanto, a parità di azioni acquistate, esborserà un importo maggiore di c_{dir}. La seconda è che l'Attore può essere obbligato ad acquistare fino alle restanti $100 - \theta_T$ azioni; conseguentemente, se anche offrisse il prezzo α_T, egli sosterrà una spesa maggiore di c_{dir}. A maggior ragione, la spesa sostenuta dall'Attore sarà superiore a c_{dir} se si considerano le combinazioni dei due effetti precedenti.

Relativamente alle OPA di concerto, si consideri il seguente esempio. L'Attore, che già controlla la società 1, vuole controllare la società Target T, di cui la società 1 già possiede il 21%. Stando all'approccio dell'IC *problem*, affinché l'Attore possa controllare la società T, è sufficiente che acquisti sul mercato, al prezzo α_T, una percentuale di azioni di T pari a $\theta_T - 21$. Tuttavia, qualora ciò dovesse accadere, posto che $\theta_T \geq 30$, l'Attore[82] dovrebbe promuovere una OPA totalitaria obbligatoria sulle azioni di T. Anche in questo caso, per le medesime ragioni esposte nell'esempio precedente, è possibile che la spesa sostenuta dall'Attore sarà superiore a $\alpha_T(\theta_T - 21)$, soluzione ammissibile dell'IC *problem.*

Per quanto concerne le OPA a cascata, si consideri il seguente esempio. L'Attore vuole detenere il controllo sulla società Target T. La società 2 possiede una partecipazione in 3 del 35% e in T del 25%[83]. Per semplicità supporremo che la società 2 sia il principale

[82] In alternativa, l'OPA totalitaria obbligatoria può essere promossa anche dalla società 1, essendo questa obbligata in solido con l'Attore. In tale caso, la spesa, almeno formalmente, sarebbe sostenuta dalla società 1.

[83] Si noti, che la società 2 non necessariamente controlla la società 3, in quanto potrebbero esistere altri soggetti con partecipazioni nella società 3 sufficientemente grandi da avere una influenza nel processo decisionale pur non avendone il controllo: potrebbe essere il caso in cui esistano altre due società che detengono, rispettivamente, il 36% e il 29% delle azioni della società. In questo caso, piuttosto semplice e stilizzato, risulta particolarmente adeguata una analisi del controllo sulla

azionista di 3 mentre la restante parte delle azioni sia posseduta da un oceano di piccoli azionisti.

Una soluzione ammissibile dell'IC *problem,* consiste nell'acquisto, da parte dell'Attore, di θ_2 azioni della società 2 e dell'acquisto di $\theta_T - 25$ di azioni della società Target sul mercato. Nell'ipotesi ragionevole in cui le soglie θ_2 e θ_T siano entrambe superiori al 30%, l'Attore dovrà promuovere una offerta pubblica di acquisto totalitaria sulle azioni:

- Della società 2, in quanto viene a possedere più del 30% delle azioni di quest'ultima (Art. 106 TUF);
- Della società T in quanto viene a possedere, indirettamente per mezzo della società 2, più del 30% delle azioni di quest'ultima (OPA a cascata);
- Della società 3 in quanto viene a possedere, indirettamente per mezzo della società 2, più del 30% delle azioni di quest'ultima (OPA a cascata). Si noti che la partecipazione azionaria nella società 3 non è in alcun modo funzionale all'ottenimento del controllo sulla società Target (e per questa ragione, i costi riconducibili all'OPA a cascata sulla società 3 sono da ritenersi un effetto collaterale sgradito della strategia individuata).

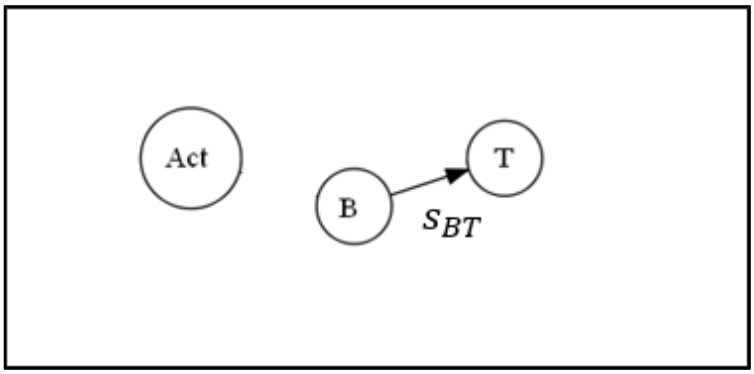
Anche in questo caso, risulta difficile immaginare che l'esborso complessivamente sostenuto dall'Attore, che promuove le tre operazioni finanziarie appena descritte, sia pari o inferiore alla spesa prevista dall'IC *problem*, il cui importo è pari a $\alpha_T(\theta_T - 25\%) + \alpha_2\theta_2$.

I modelli presentati in questo capitolo, pertanto, possono più verosimilmente fornire una stima del costo minimo per il controllo, piuttosto che una stima del costo che effettivamente sosterrà l'Attore nel caso in cui volesse ottenere il controllo su una o più società Target.

società 3 basato sugli indici di potere. Per un approfondimento di tale modalità di analisi si veda: (Gambarelli, 1982a, 1982b, 1983, 1994, 1996, n.d.; Gambarelli and Owen, 1994).

2. I modelli implicano che gli azionisti non tengano conto del valore che le proprie azioni hanno come effetto della posizione della propria società all'interno della *ownership network.* Nell'argomentazione di tale punto, faremo riferimento ad un esempio opportunamente semplice, ovvero all'istanza del problema rappresentato nella Fig. 2.8, sebbene considerazioni simili valgano in generale. Nell'esempio proposto, abbiamo un Attore, una società B e una società Target T.

Fig. 2. 8 - Ownership network di esempio



Coerentemente con la notazione precedentemente introdotta, la società B può essere controllata previo il possesso di una percentuale pari a θ_B delle sue azioni e possiede s_{BT} azioni della società Target. Il possesso di una percentuale di azioni della Target pari a θ_T ne garantisce il controllo. Indicheremo con α_B ed α_T, rispettivamente, il prezzo osservato sul mercato delle società B e T. Infine, supporremo che B non controlla T, ovvero che $s_{BT} < \theta_T$. A questo punto, possiamo confrontare i costi delle due strategie che l'Attore può attuare: alla prima, quella del controllo diretto, è associato un costo pari a $c_{dir} = \alpha_T \theta_T$, mentre alla seconda, quella del controllo indiretto attraverso B, è associato un costo pari a $c_{ind} = \alpha_T(\theta_T - s_{BT}) + \alpha_B \theta_B$. Affermare che per l'Attore è più conveniente acquistare il controllo indiretto sulla società Target, implica che $c_{ind} < c_{dir}$. Da tale considerazione[84] discende che, se l'azionista della società B fosse a conoscenza del

[84] Si noti che dalla relazione $c_{ind} < c_{dir}$ discende che $\alpha_B \theta_B < \alpha_T s_{BT}$, ovvero che il costo da sostenere per controllare direttamente B è strettamente inferiore al valore delle azioni di T

risparmio ottenuto dall'Attore per ottenere il controllo indiretto di T, pari alla differenza $c_{dir} - c_{ind}$, allora potrebbe proporre di scambiare le azioni in suo possesso ad un prezzo $\bar{\alpha}_B > \alpha_B$, tale che la relazione $\alpha_T(\theta_T - s_{BT}) + \bar{\alpha}_B\theta_B < c_{dir}$ sia valida. In tale circostanza, la strategia di controllo indiretto garantirebbe ancora all'Attore un risparmio rispetto alla strategia di controllo diretto, sebbene esso sia inferiore a quello che si sarebbe ottenuto acquistando le azioni di B al prezzo osservato sul mercato. Di conseguenza, si potrebbe affermare che, se il controllo indiretto è la soluzione ottimale al problema della individuazione della strategia per il controllo di un insieme di società Target, ottenuta risolvendo i modelli CCP o IC con i prezzi delle società osservati sul mercato, allora gli azionisti potrebbero non tenere conto, nella valutazione delle azioni in loro possesso, del valore derivante dalla posizione che la propria società occupa all'interno della *ownership network*. Una possibile giustificazione a tale elemento di criticità, potrebbe consistere nell'introduzione dell'ipotesi di informazione imperfetta degli azionisti, elemento che, tuttavia, non viene considerato nei modelli attualmente presenti in letteratura, né formalmente, né qualitativamente. Proprio da tale aspetto discende una domanda di ricerca, a cui tenteremo di dare una risposta nel capitolo successivo, relativa al prezzo più corretto al quale le azioni dovrebbero essere scambiate, alla luce della posizione occupata dalla società all'interno della *ownership network*.

3. I parametri considerati dai modelli proposti sono statici. Tale critica consiste essenzialmente nel constatare che implicitamente i modelli ipotizzano che tutti gli acquisti previsti dalla strategia per il controllo della società Target possano essere eseguiti istantaneamente. Ciò non è realistico in quanto, se ciò accadesse, il perfezionamento degli ordini avrebbe un impatto sui prezzi, che sarebbe tanto più importante, quanto meno liquido il mercato. Qualora, invece, gli ordini di acquisto fossero diluiti nel tempo, allora il prezzo e i pesi nella *ownership network* dovranno essere necessariamente supposti variabili nel tempo.

possedute da B. Questo, tuttavia, di per sé, non implica che il prezzo delle azioni della società B, α_B, non tenga conto del valore dei fondamentali di B, in quanto θ_B rappresenta solamente una frazione del capitale sociale di B.

Entrambi i modelli volti alla individuazione della strategia più conveniente per acquisire il controllo su un insieme di società Target, si contraddistinguono per aver implicitamente assunto le seguenti ipotesi che, pur non essendo dei veri e propri aspetti critici, non sono elementi strettamente necessari ai fini della individuazione della strategia ottimale. Gli aspetti finanziari su cui si basano sono i seguenti:

1. L'unica operazione finanziaria che l'Attore può effettuare consiste nell'acquisto di titoli azionari; non sono previste vendite o altre tipologie di titoli negoziabili;

2. Non sono contemplati altri costi all'infuori dei costi di acquisto di pacchetti azionari (cioè, ad esempio, non sono considerati i costi di transazione);

3. L'Attore possiede un capitale illimitato per la realizzazione delle operazioni finanziarie.

L'introduzione di alcune modifiche, relativamente ai elementi appena esposti, potrebbe essere considerata ai fini dello sviluppo delle evoluzioni della modellistica presentata in questo capitolo. Ad esempio, l'introduzione dei costi di transazione potrebbe condurre a valutazioni di convenienza completamente diverse rispetto a quelle fornite dai modelli IC e CCP.

Capitolo 3 – Misurazione degli effetti di rete sul controllo societario

3.1 Introduzione

Le relazioni societarie in cui una società è coinvolta hanno un impatto sulla facilità con cui essa può essere controllata. In questo senso, nella valutazione dei costi e della facilità con cui può verificarsi il cambiamento nel controllo di una società, la struttura azionaria attuale è da considerarsi come un elemento essenziale di tale analisi. Ad esempio, ottenere il controllo su una società è certamente più costoso e difficoltoso se essa è controllata da un azionista che possiede il 51%, piuttosto che in una società in cui l'azionariato è molto diffuso.

In questo capitolo, si introducono quattro misure di fragilità del controllo societario, che tengono conto della posizione di una società all'interno di una *ownership network*. Per poter essere calcolate, esse necessitano esclusivamente della strategia ottimale per il controllo di una società Target. Pur essendo utilizzabile qualsiasi modello a tale scopo[85], da un punto di vista pratico, con quest'ultimo termine si intende la soluzione ottima del CCP[86] quando $|T| = 1$, ovvero nel caso in cui vi sia una sola società Target. In particolare, faremo riferimento alla notazione utilizzata in sede di descrizione di tale modello ai fini della definizione formale degli elementi che si introdurranno in questo capitolo[87].

L'*Outsider Fragility Index* (OFI_i) e l'*Insider Fragility Index* $\left(IFI_i^j\right)$, rappresentano, rispettivamente, la facilità con cui un *Outsider* o un *Insider* possono ottenere il controllo su una società Target. L'*Outsider Strategy Adaptability Index* (OSAI_i) rappresenta una misura della facilità con cui la strategia ottimale dell'*Outsider* può essere adattata ad un nuovo contesto, ovvero a cambiamenti societari all'interno della *ownership network.* Ulteriori elementi di analisi, in merito all'adattabilità della strategia ottimale ad un nuovo contesto saranno, infine, forniti dall'indice $OSAI_i^{\sigma}$.

[85] In altre parole, gli indici che saranno proposti nel prosieguo non sono soggetti alle critiche del CCP, in quanto l'esplicitazione del modello utilizzato per l'individuazione della strategia ottimale non è necessaria. Nel paragrafo 3.4, in cui si proporrà una applicazione degli indici, pertanto, si considera il valore che assumeranno come delle approssimazioni del valore che essi assumerebbero nel caso in cui fossero calcolati con modelli più realistici del CCP.
[86] Si veda: sub Cap. 2 Par. 2.3.
[87] Si veda sub Cap. 2 par. 2.3.1

Tali misure saranno definite formalmente nel paragrafo successivo. Il paragrafo 3.3, limitatamente al caso in cui la strategia ottimale per il controllo sulla società Target consista nel controllo indiretto[88], si occupa di misurare l'impatto sul prezzo della posizione di una società all'interno di una rete. A tale scopo, si propone una definizione formale di tale prezzo ed il suo utilizzo ai fini delle analisi da condursi preliminarmente al lancio di una OPA.

Il paragrafo 3.4, infine, contiene alcune considerazioni relative all'applicazione ad un contesto reale degli elementi introdotti nei paragrafi precedenti. In particolare, si discuterà della portata informativa, dei limiti di applicazione e delle ulteriori opportunità per il loro utilizzo.

3.2 Indici per la misurazione degli effetti di rete: definizioni

3.3.1 Outsider Fragility index

Il primo aspetto che deve essere analizzato, nella misurazione degli effetti di rete sulla facilità con cui cambiamenti nel controllo della società Target possono verificarsi, riguarda la relazione tra i costi che sosterrebbe un *Outsider* per il controllo e i costi da sostenersi per controllarla direttamente[89]. Dall'analisi di tale rapporto, si può dedurre la presenza di un effetto di rete, che sarà tanto più rilevante quanto più il controllo indiretto sarà conveniente rispetto al controllo diretto; si definisce tale fenomeno "*Outsider Fragility".* La quantificazione di tale effetto può essere interessante per diverse ragioni: oltre che ad essere rilevante per un *Outsider,* che può conoscere il risparmio che è possibile realizzare nell'ottenimento del controllo della società Target, tale informazione è di aiuto anche agli attuali azionisti di quest'ultima, in quanto possono verificare l'esistenza e la rilevanza di minacce esterne al controllo che esprimono e, in tal caso, elaborare delle strategie difensive, volte al disturbo della esecuzione della strategia ottimale dell'*Outsider*. Infine, dal punto di vista dei *policy maker*, tale analisi favorisce una migliore supervisione del cd. *market for corporate control*, consentendo di individuare

[88] Per ulteriori approfondimenti su tale aspetto si veda: *sub* Cap. 2, Par. 2.4.

[89] Per costo del controllo diretto si intende il costo relativo all'acquisto di una percentuale di azioni della società Target tale da garantire il controllo di quest'ultima. Con riferimento alla notazione utilizzata in sede di formalizzazione del CCP, si intende con questo termine il valore $c_{dir} = \alpha_T \theta_T$.

quali società possono essere più facilmente soggette a cambiamenti nella struttura di controllo.

Si definisce Z_i^{Out} il costo della strategia più conveniente per il controllo della società i, che deve essere sostenuto da un *Outsider*. Definiamo, inoltre, $c_{dir} = \alpha_i \theta_i$ il costo del controllo diretto della società Target, ovvero il costo che l'*Outsider* dovrebbe sostenere se acquistasse al prezzo di mercato la percentuale di azioni necessaria ad ottenere il controllo su di essa. Tre sono i casi possibili:

1. $Z_i^{Out} = \alpha_i \theta_i$
2. $Z_i^{Out} < \alpha_i \theta_i$
3. $Z_i^{Out} > \alpha_i \theta_i$

Nel primo caso, il costo della strategia più conveniente per il controllo della società Target è pari al costo del controllo diretto. Di conseguenza, si può affermare l'inesistenza di un effetto di rete sulla facilità con cui variazioni del controllo societario possono verificarsi, ovvero che le relazioni societarie non hanno nessuna influenza sulla struttura di controllo attuale della Target. In tal caso, si dirà che la società Target è "neutrale" rispetto ad effetti di rete.

Nel secondo caso, si profila la possibilità per l'*Outsider* di ottenere il controllo indiretto sulla società i ad un costo inferiore rispetto a c_{dir}. In particolare, tanto più tale strategia sarà conveniente, tanto maggiore sarà l'intensità degli effetti di rete in relazione a potenziali variazioni nel controllo della società i. In questo caso, si definisce la società Target come "fragile" rispetto agli effetti di rete.

Nel terzo ed ultimo caso, il costo che deve sostenere l'Outsider è maggiore del costo che egli dovrebbe sostenere nel caso in cui scegliesse la strategia di controllo diretto. Tale circostanza è possibile in presenza di una struttura azionaria altamente concentrata, che rende difficile il verificarsi di cambiamenti nell'assetto di controllo della società. Per tale ragione, in questo caso si definisce la società "robusta" rispetto agli effetti di rete.

Alla luce di tali considerazioni, si propone l'*Outsider Fragility Index* (OFI_i) come la misura più adeguata della facilità con cui cambiamenti nel controllo della società i possono verificarsi a causa di minacce da parte di un *Outsider:*

$$\mathrm{OFI}_i = \frac{\alpha_i \theta_i - Z_i^{Out}}{\alpha_i \theta_i}$$

Si noti che $\mathrm{OFI}_i \in (-\infty, 1)$, in quanto Z_i^{Out} è sempre strettamente positivo[90].

In particolare, il valore $\mathrm{OFI}_i = 0$ caratterizza una società Target neutrale. Un valore positivo di tale indice rappresenta una società fragile; in particolare, la fragilità sarà tanto più elevata quanto più il valore sarà prossimo ad uno. Infine, un valore negativo dell'indice rappresenta una società Target robusta, nel senso che sarà particolarmente costoso il verificarsi di cambiamenti nel controllo di quest'ultima. Come è facile osservare, ogni società i all'interno di una rete, avrà associato un OFI_i, in quanto possibile società Target. Qualora si fosse intenzionati ad individuare la più fragile società all'interno di una rete[91], si può calcolare il valore OFI_i, per ogni $i \neq Outsider \in N$, e scegliere la società a cui è associato il valore OFI_i più elevato.

3.3.2 Outsider Strategy Adaptability Index E Sigma Outsider Strategy Adaptability Index

La realizzazione della strategia di controllo indiretto potrebbe essere soggetta a delle difficoltà non previste, come ad esempio il fatto che una delle società che doveva essere controllata dall'*Outsider*, non possa più esserlo a causa di cambiamenti nelle relazioni azionarie descritte dal grafo, non dipendenti dalla volontà dell'Attore. Ad esempio, la strategia ottimale potrebbe richiedere che l'*Outsider* acquisti una certa percentuale di azioni della società k, al fine di poterla controllare direttamente: se durante l'esecuzione della strategia ottimale, un azionista della società k incrementa la sua partecipazione fino a raggiungere il 51%, diventa impossibile per l'*Outsider* portare a termine la strategia ottimale[92], in quanto la percentuale di azioni di k disponibili sul mercato (nel migliore dei casi, pari al 49%), non gli consentirebbe di ottenere il controllo. Più in generale, un *Outsider* potrebbe avere interesse a valutare il costo aggiuntivo da

[90] Si noti che $Z_i^{Out} \neq 0$ per definizione, in quanto se fosse altrimenti l'*Outsider* già controllerebbe la società i e non sarebbe un *Outsider*.

[91] Tale interesse potrebbe essere giustificato da questioni di sorveglianza dei mercati, oppure qualora si fosse interessati a controllare le società in una *ownership network* a partire da quelle che sarebbe più facile controllare, cioè a partire dalle più fragili.

[92] Una soluzione alternativa potrebbe essere quella di controllare la società che possiede il 51% di k; in ogni caso, la soluzione ottimale precedentemente individuata, non è più realizzabile.

sostenere nel caso in cui non dovesse essere più possibile controllare, direttamente o indirettamente, una delle società appartenenti alla strategia ottimale. Si propone, pertanto come una misura della adattabilità di una strategia l'*Outsider Strategy Adaptability Index* (OSAI_i), che quantifica la facilità con cui la strategia ottimale per il controllo della società Target può essere adattata ad un nuovo contesto. Il valore OSAI_i rappresenta l'incremento medio dei costi a seguito dell'indisponibilità ad essere controllata di una delle società appartenenti alla strategia ottimale. La portata informativa di tale analisi dipende in qualche misura dalle caratteristiche della strategia ottimale alla quale si fa riferimento. Nel dettaglio, nel caso in cui la strategia ottimale consista nel controllo diretto della Target, tale valutazione risulta priva di interesse, in quanto non esiste una società, diversa dalla Target, che possa ostacolare la realizzazione della strategia ottimale. Per tale ragione, convenzionalmente, attribuiremo a tale circostanza il valore $\mathrm{OSAI}_i = 0$. Analogamente, nel caso in cui la società Target i sia controllata direttamente da un'altra società intermedia, si dirà che $\mathrm{OSAI}_i = \infty$, in quanto il controllo di quest'ultima risulta essere condizione necessaria e sufficiente per controllare la società Target. Infatti, qualora la società intermedia dovesse divenire non più controllabile, sarà impossibile portare a termine la strategia ottimale per il controllo della Target.

Ricordando che Z_i^{Out} è il costo della strategia più conveniente per il controllo della società i, che deve essere sostenuto dall'*Outsider*, si definisce S^i come l'insieme delle società, diverse dalla Target, che sono sotto il controllo dell'*Outsider* nella strategia ottimale. Formalmente, tale insieme è definito come $S^i = \{w \neq Outsider | y_w^* = 1\}$, con $|S^i| = m$, quando $T = \{i\}$. Attraverso la risoluzione di un opportuno problema di ottimizzazione, si ottiene il valore $Z_{i|j}^{Out}$, ovvero il costo della strategia più conveniente per il controllo della società i, che deve essere sostenuto dall'*Outsider*, nel caso in cui la società $j \in S^i$ non possa essere controllata. L'*Outsider Strategy Adaptability Index* (OSAI_i) è definito come:

$$\mathrm{OSAI}_i = \begin{cases} \infty & \text{se } \exists\ z |\ s_{zi} \geq \theta_i \\ 0 & \text{se } x_i^* \geq \theta_i \\ \dfrac{\sum_{j \in S^i} \left(Z_{i|j}^{Out} - Z_i^{Out} \right)}{m Z_i^{Out}} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Tale valore rappresenta l'incremento medio dei costi, in rapporto al costo della strategia ottimale, quando la società i è la società Target e la società j, che dovrebbe

essere controllata nella strategia di minimo costo, non è più disponibile. Si noti che $Z_{i|j}^{Out} \geq Z_i^{Out}$ e, per questa ragione, OSAI_i è sempre non negativo.

In particolare, una strategia è perfettamente adattabile se $\mathrm{OSAI}_i = 0$, in quanto l'evento per cui una società diventa non controllabile non ha alcun impatto sui costi da sostenersi per la sua attuazione. È bene, inoltre, notare che una strategia contraddistinta da un valore $\mathrm{OSAI}_i \geq 1$ implica che se una società, che nella strategia ottimale il cui costo è Z_i^{Out} doveva essere controllata, diventa indisponibile, allora il l'incremento medio del costo da sostenere per ottenere il controllo sulla società i è almeno pari a Z_i^{Out}.

In altre parole, tanto maggiore è il valore OSAI_i, tanto meno la strategia individuata può essere considerata adattabile, in quanto implica un importante aumento dei costi necessari alla sua realizzazione. Un elevato valore OSAI_i non ha, di per sé, implicazioni sulla valutazione di convenienza della strategia ottimale; infatti, se $Z_i^{Out}(1 + \mathrm{OSAI}_i) < \theta_i \alpha_i$, allora la strategia di controllo indiretto sarà più conveniente, in media, rispetto alla strategia di controllo diretto, anche nel caso in cui una società che appartiene alla strategia di controllo indiretto non possa essere controllata.

Ad ogni società in una *ownership network,* è possibile attribuire un valore OSAI_i, in quanto ciascuna società all'interno della rete è potenzialmente una società Target.

L'informazione ottenuta mediante il calcolo del valore OSAI_i, può essere rilevane tanto per l'*Outsider,* che può basarsi su tale dato per strutturare un piano di *contingency*, quanto per l'attuale struttura societaria. Quest'ultima, infatti, sulla base di tale indice, può elaborare strategie di difesa basate sulla posizione della propria società all'interno della rete. In altre parole, un valore OFI_i strettamente positivo segnala, agli azionisti della società Target i, la possibile presenza di minacce provenienti da un *Outsider.* Qualora questi stia già attuando la sua strategia di controllo delle società intermedie, tale società può difendersi acquisendo il controllo su quelle società che, se non disponibili, determineranno un aumento dei costi della strategia ottimale per l'*Outsider*. Tali operazioni finanziarie di acquisto o vendita, ovvero di riposizionamento della propria società all'interno della rete, possono essere giustificate anche da ragioni di difesa preventiva, cioè finalizzate alla massimizzazione del proprio valore OSAI_i. In tale circostanza, l'obiettivo è quello di scoraggiare l'*Outsider*, che potrebbe desistere dall'attuazione della strategia per via della rischiosità dell'iniziativa.

Un *Outsider* che volesse realizzare un piano di *contingency* relativo alla strategia ottimale per il controllo indiretto della società Target, potrebbe essere interessato ad interpretare anche altri aspetti relativi ai costi della strategia, diversi dall'OSAI_i. Quest'ultimo, infatti, rappresenta il valore medio dell'incremento dei costi legato all'indisponibilità ad essere controllata di una delle società all'interno del grafo. Tuttavia, l'incremento effettivo dipenderà da quale società non sarà più disponibile. In altre parole, piuttosto che ad un valore medio, l'*Outsider* potrebbe essere interessato ad individuare l'intervallo all'interno del quale l'incremento di costo può assumere valori. In particolare, un *Outsider* pessimista potrebbe considerare l'estremo superiore di tale intervallo, ovvero $\max_{j \in S^i}\left\{\frac{Z_{i|j}^{Out}-Z_i^{Out}}{Z_i^{Out}}\right\}$, mentre un *Outsider* ottimista sarà interessato ad individuare il suo estremo inferiore, definito come $\min_{j \in S^i}\left\{\frac{Z_{i|j}^{Out}-Z_i^{Out}}{Z_i^{Out}}\right\}$. Al fine di effettuare una analisi più completa, risulta interessante analizzare come si distribuiscono gli incrementi di costo all'interno dell'intervallo precedentemente individuato. A tale scopo, si definisce il seguente:

$$OSAI_i^{\sigma} = \frac{\sum_{j \in S^i}\sqrt{\left(\frac{Z_{i|j}^{Out} - Z_i^{Out}}{Z_i^{Out}} - \mathrm{OSAI}_i\right)^2}}{m}$$

Tale valore rappresenta la media degli scarti dell'incremento di costi, definito come percentuale rispetto alla soluzione ottimale del CCP, rispetto all'incremento medio di essi, rappresentato dall'OSAI_i. Tale valore, descrive quanto in media gli incrementi percentuali di costo si discostano dall'OSAI_i ed esprime una misura della variabilità di tali incrementi all'interno dell'intervallo $\left[\min_{j \in S^i}\left\{\frac{Z_{i|j}^{Out}-Z_i^{Out}}{Z_i^{Out}}\right\}, \max_{j \in S^i}\left\{\frac{Z_{i|j}^{Out}-Z_i^{Out}}{Z_i^{Out}}\right\}\right]$.

Razionalmente, date due strategie e a parità di altre condizioni, l'*Outsider* dovrebbe preferire la strategia avente $OSAI_i^{\sigma}$ inferiore.

3.3.2 Insider Fragility Index

L' Insider Fragility Index (IFI_i^j) consente di quantificare la facilità con cui l'azionista j della società i può ottenere il controllo su di essa. In altre parole, l'indice che

si propone misura la forza delle minacce all'attuale assetto proprietario provenienti da un *Insider.*

Definito I_i come l'insieme degli *Insider*[93] della società i, con $|I_i| = v \geq 2$, si definisce l'*Insider Fragility Index* della società i relativa all'*Insider* j come:

$$IFI_i^j = \frac{(v-1)\, Z_i^j}{\sum_{k \in I_i/\{j\}} Z_i^k}$$

Si noti che avremo un valore IFI_i^j per ogni coppia (i, j) di società Target i e di *Insider* j. Considerato che all'interno della *Ownership network* tutte le società, ad eccezione dell'*Outsider,* possono essere sia Insider di altre società, sia società Target, avremo al più $n - 1 \times n - 1$ valori IFI_i^j.

Il valore IFI_i^j confronta il costo della strategia ottimale per il controllo della società i che deve essere sostenuto dall'*Insider* j con la media dei costi che dovrebbero essere sostenuti da tutti gli altri *Insider* della società. Più in particolare, si noti che $IFI_i^j \in [0, \infty)$, dal momento che $Z_i^j \geq 0$. Inoltre, il valore $IFI_i^j = 1$ implica che l'*Insider* j non è più incentivato degli altri a minacciare la struttura di governo societario attuale. In tale caso, infatti, egli sosterrebbe un costo pari alla media dei costi che sosterrebbero i restanti *Insider.*

Un uso alternativo del valore IFI_i^j è quello tipico dell'approccio descrittivo. Infatti, se l'*Insider* j già controlla, direttamente o indirettamente, la società i, allora sarà $Z_i^j = 0$. Ne discende, di conseguenza, che il valore IFI_i^j sarà nullo. L'individuazione degli Attori che controllano le società Target all'interno di una *Ownership network,* pertanto, si può ottenere calcolando il valore IFI_i^j per ogni possibile coppia (i, j) di Target i e *Insider* j. La possibilità di interpretare i valori IFI_i^j in una ottica più prossima all'approccio descrittivo, consente di superare le note criticità (Vitali et al., 2011) relative alla sovrastima del controllo in presenza di cicli[94], ovvero di *cross ownership structures,* all'interno della *ownership network.*

[93] Si noti che l'elaborazione di tale indice risulta priva di significato nel caso in cui vi sia un solo azionista della società. Pertanto implicitamente si assume, nella sua definizione, che l'azionariato della società i sia composto da almeno due soggetti.
[94] Sulla criticità di tale aspetto si è già discusso nel Cap. 1, par. 1.4.1.

Come elemento generale, si osserva che il calcolo di tale indice mette in evidenza la rilevanza di alcune considerazioni relative alla connessione tra ogni coppia di nodi all'interno della *ownership network,* che risultano essere elementi essenziali, ai fini della corretta analisi delle minacce alla struttura di *governance* delle società rappresentate nella rete.

Si supponga, ad esempio, di voler calcolare il valore dell'indice IFI_i^j per ogni coppia di società i ed *Insider* j. Tale operazione può essere condotta per diversi fini: da un lato, permette di conoscere in quali società, e per opera di quali società, si possono verificare cambiamenti nella struttura azionaria; dall'altro, alternativamente e più in linea con un approccio descrittivo, consente di comprendere chi, eventualmente, già controlla una società. A tale scopo, infatti, si ricorda che se l'*Insider* j controlla la società i, allora necessariamente sarà $IFI_i^j = 0$.

Tale tipologia di analisi richiede la conoscenza dell'insieme degli *Insiders* di ciascuna società. Tale operazione, ricordando che i è un *Insider* di j se nella *ownership network* esiste un cammino che collega i rispettivi nodi, consiste nella verifica di quali nodi sono connessi tra di loro all'interno della rete e può essere perfezionata in diverse modalità. Tra queste si menziona, a titolo di esempio, l'approccio algoritmico, che consiste nell'esplorare tutti i cammini nel grafo che hanno come nodo iniziale la società *Target* e tenere traccia dei nodi appartenenti a tali percorsi. L'approccio che si propone in questo lavoro sfrutta una proprietà della matrice di adiacenza ed è già stato utilizzato in letteratura con propositi simili (Varela et al., 2014). Per comodità faremo riferimento ad un grafo $G = (N, A)$, composto da n nodi e descritto da una matrice di adiacenza[95] M. La proprietà della potenza k-esima della matrice di adiacenza, afferma che, indicata con M^k la potenza k-esima della matrice di adiacenza M, l'elemento (i, j) della matrice M^k, che indicheremo con $m_{ij}^{(k)}$, esprime il numero di cammini di lunghezza k che collegano il nodo i al nodo j. L'intuizione, dunque, è la seguente: poiché il grafo G è composto da n nodi, comunque presa una coppia (i, j) di questi, il più lungo cammino privo di cicli che li connette conterrà alpiù tutti i nodi in G, ovvero avrà una lunghezza pari a n. Dunque è

[95] Si ricorda che la matrice di adiacenza di un grafo $G = (N, A)$ composto da n nodi è una matrice quadrata di ordine n il cui generico elemento $m_{ij} = 1$ se il nodo i ed il nodo j sono adiacenti; $m_{ij} = 0$ altrimenti. Chiaramente, la matrice di adiacenza di un grafo non orientato è simmetrica; tale attributo non è verificato, in generale, nella matrice di adiacenza di un grafo orientato, come la *ownership network* oggetto di studio.

possibile calcolare tutte le potenze della matrice di adiacenza M minori o uguali alla n-esima e verificare, per ogni coppia di nodi, se esiste almeno un cammino composto da al più di n nodi che li connette. Vale, pertanto, la seguente:

Proposizione 1.

All'interno di una *ownership network* $G = (N, A)$, con $|N| = n$, la società i è un *Insider* della società j se $\sum_{k=1}^{n-1} m_{ij}^{(k)} \geq 1$.

Dim.

Si considerino due nodi, i e j, entrambi appartenenti al grafo G. Secondo la proprietà per cui il cammino minimo tra due nodi contiene è composto, a sua volta, da cammini minimi, la lunghezza massima del percorso più breve che connette i nodi i e j, se esiste, sarà v, con $v < n$.

Se i due nodi sono connessi, per la proprietà della potenza k-esima della matrice di adiacenza, allora esisterà almeno una matrice M^k, $v \leq k < n$, tale che $m_{ij}^{(k)} = 1$, da cui discende la tesi.

Q.E.D.

Tale proposizione avrà un ruolo particolarmente importante in sede di quantificazione degli effetti di rete ad opera di *Insiders*[96]. Infatti, per mezzo della Proposizione 1 è possibile definire il valore c_{ij} come segue:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se} \sum_{k=1}^{n-1} m_{ij}^{(k)} \geq 1 \\ 0 & altrimenti \end{cases}$$

[96] Si veda: *Infra* Par. 3.4.4.

Il valore di c_{ij} consente di stabilire se esiste un cammino che collega il nodo i al nodo j. In altre parole, se $c_{ij} = 1$ allora la società i è un *Insider* della società j, mentre sarà un *Outsider* altrimenti.

3.3 Misurazione degli effetti di rete sui prezzi delle società nella rete.

Una delle critiche più importanti, relative al concetto per cui il controllo su di una società Target possa essere più convenientemente ottenuto in via indiretta[97], è relativa alla possibilità che gli azionisti sottostimino sistematicamente il valore delle azioni in loro possesso. Infatti, nel caso in cui il controllo su di una società intermedia sia funzionale all'ottenimento del controllo sulla Target ad un costo inferiore rispetto a quello del controllo diretto, le azioni della prima potrebbero essere scambiate ad un prezzo superiore rispetto a quello di mercato, se tale prezzo consente ancora all'Attore di risparmiare parte dei costi da sostenersi per ottenere il controllo sulla Target. Come conseguenza di tale considerazione, dal momento che esiste nel mercato un Attore che è disposto a riconoscere a tali azioni un valore superiore rispetto a quello di mercato, esse potrebbero essere scambiate non al prezzo di mercato, ma ad un prezzo "corretto", in modo da incorporare un premio che rifletta il valore della posizione della società. In questo paragrafo, si propone una definizione e una modalità di individuazione di tale prezzo.

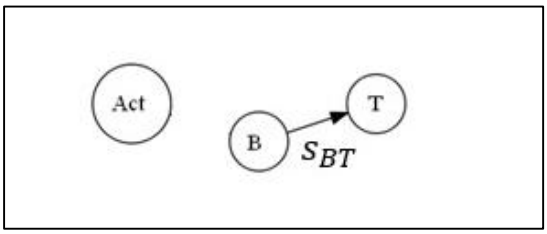
Si definisce qualitativamente il prezzo di una società i "corretto" per la posizione che essa occupa nella rete, α_i^c, come il più alto prezzo che l'*Outsider* è disposto a pagare per le azioni di tale società. Come si può notare, implicitamente tale definizione richiede che l'Attore sia un *Outsider.* Tale necessità risponde all'esigenza di non introdurre distorsioni nella quantificazione del valore più opportuno da assegnare a ciascuna società all'interno della rete. In altre parole, se tale analisi fosse effettuata dalla prospettiva di un *Insider*, il prezzo che ne risulterebbe sarebbe influenzato dalle partecipazioni azionarie di quest'ultimo.

Si propone qui di seguito un esempio, con l'obiettivo di rendere più esplicita l'intuizione alla base dell'individuazione di α_i^c, occupandoci in seguito di una sua definizione più formale. Si consideri il grafo di esempio, riportato nella Fig. 3.1, in cui la

[97] Per ulteriori approfondimenti su tale aspetto si veda: *sub* Cap. 2, Par. 2.4.

rete è composta da 3 società: l'*Actor*, ovvero un *Outsider,* la società Target e la società B, che possiede una percentuale di azioni della società Target pari a s_{BT}.

Fig. 3. 1 – Grafo di esempio



In tale istanza, l'*Outsider* può attuare le due seguenti strategie, ai fini dell'ottenimento del controllo sulla società Target. La prima strategia consiste nel controllo diretto, a cui è associato un costo pari a $c_{dir} = \theta_T \alpha_T$, mentre la seconda consiste nel controllo indiretto, ovvero al controllo diretto sulla società B e all'acquisto di una percentuale di azioni della società Target. Quest'ultima alternativa avrà associato un costo pari a $c_{ind} = \theta_B \alpha_B + (\theta_T - s_{BT})\alpha_T$. Infine, si supponga che $c_{ind} < c_{dir}$. Se quest'ultima relazione valesse con segno opposto, infatti, la società B non apparterrebbe all'insieme delle società controllate nella soluzione ottima e pertanto la sua posizione all'interno della rete non avrebbe una valenza strategica per l'Attore, ovvero un valore, per quest'ultimo, superiore a quello riconosciuto dal mercato. In altre parole, se fosse $c_{ind} \geq c_{dir}$, la società B potrebbe essere esclusa dalla strategia ottimale senza che vi siano impatti sui costi associati alla strategia ottimale per l'*Outsider.*

Prima di procedere oltre, è bene evidenziare alcuni particolari di rilievo. Il primo consiste nell'osservare che nella strategia di controllo indiretto, ovvero nella esplicitazione di c_{ind}, la relazione $x_B^* = \theta_B$ è verificata, in quanto l'*Outsider* necessariamente acquista una percentuale di azioni di B tali da garantirgli il controllo. La seconda, invece, consiste nel fatto che sono possibili solo due soluzioni, la prima, più conveniente in assoluto, in cui si ha il controllo indiretto della Target ed il controllo diretto di una società intermedia, mentre la seconda, ovvero il controllo diretto della Target, può essere interpretata come la strategia più conveniente tra quelle che non richiedono il controllo della società intermedia B.

Dal momento che $c_{ind} < c_{dir}$ per ipotesi, si osserva che, nel caso in cui si dovesse attuare una strategia che non prevede il controllo della società B, l'*Outsider* dovrà

sostenere costi maggiori, con un incremento pari a $c_{dir} - c_{ind}$. Pertanto, l'*Outsider* preferirà la strategia di controllo indiretto a quella di controllo indiretto anche nel caso in cui gli azionisti della società B chiedessero un premio ϵ, purché il costo della strategia di controllo indiretto che incorpora il premio, definito come $\hat{c}_{ind}$, sia inferiore al costo di controllo diretto. Formalmente, affinché l'*Outsider* preferisca la strategia di controllo indiretto anche nel caso in cui gli azionisti chiedano un premio, dovrà essere valida la relazione $\hat{c}_{ind} < c_{dir}$, dove $\hat{c}_{ind} = \theta_B(\alpha_B + \epsilon) + (\theta_T - s_{BT})\alpha_T$.

Il più alto prezzo che l'Outsider sarà disposto a pagare per l'1% delle azioni di B, pertanto, sarà quel prezzo α_i^c per cui $c_{ind} = c_{dir}$. Qualora quest'ultima relazione dovesse essere verificata, nella prospettiva dell'*Outsider* le due strategie saranno indifferenti e per tale ragione α_i^c deve essere considerato come il limite superiore al prezzo della società i che questi è disposto a riconoscere. Si definisce $\bar{c}_{ind}$ il costo del controllo indiretto, qualora il prezzo dell'1% delle azioni di B sia pari a α_i^c:

$$\bar{c}_{ind} = \theta_B \alpha_B^c + (\theta_T - s_{BT})\alpha_T$$

Ricordando che c_{dir} non dipende dal prezzo delle azioni di B, che $\theta_B = x_B^*$, eguagliando tale valore a c_{dir} e risolvendo per α_B^c si ottiene che:

$$\alpha_B^c = \frac{\alpha_T s_{BT}}{x_B^*} \tag{3.1}$$

Che può essere scritto come:

$$\alpha_B^c = \alpha_B + \frac{\alpha_T s_{BT} - \alpha_B x_B^*}{x_B^*} \tag{3.2}$$

La (3.1) evidenzia che il prezzo di B corretto per la sua posizione nella rete, è funzione crescente del valore delle azioni di T che possiede. La (3.2) ha il vantaggio di mostrare più esplicitamente che il prezzo α_B^c può essere individuato come somma del prezzo osservato sul mercato, α_B, e di un premio, anch'esso funzione crescente delle azioni della Target possedute dalla società B.

A questo punto, si propone una definizione formale del prezzo di una società intermedia i, corretto per la posizione che esso occupa nella rete, data una istanza del CCP, in cui l'Attore è un *Outsider*.

Def. 3. 1. Il prezzo di una società i corretto per la posizione che essa occupa nella rete, α_i^c, può essere definito come segue:

$$\alpha_i^c = \begin{cases} \alpha_i & \text{se } y_i^* = 0 \\ \alpha_i & \text{se } i = T \\ \infty & \text{se } y_i^* = 1 \text{ e } s_{iT} \geq \theta_T \\ \alpha_i + \dfrac{\hat{Z}_T^i - Z_T^i}{x_i^*} & \text{se } y_i^* = 1 \text{ e } s_{iT} < \theta_T \end{cases} \tag{3.3}$$

Dove α_i è il prezzo di mercato dell'1% delle azioni della società i; y_i^* è un parametro, ottenuto a partire dal valore ottimale delle variabili del CCP, che è pari a 1 se la società i appartiene alla strategia ottimale per il controllo della società target, mentre vale 0 altrimenti. Il valore del parametro x_i^*, ottenuto anch'esso a partire dal valore delle variabili in corrispondenza della soluzione ottima del CCP, quantifica la percentuale di azioni di i acquistata nella strategia ottimale. Z_T^i e $\hat{Z}_T^i$, infine, rappresentano, rispettivamente, il costo della strategia ottimale che include e che non include la società i. Chiaramente, l'analisi per la determinazione di α_i^c risulta significativa se $\hat{Z}_T^i \geq Z_T^i$, ovvero se l'eventualità che la società i possa non essere controllata determina un incremento di costo della strategia ottimale per l'*Outsider.* Volendo dettagliare la definizione di prezzo di una società i corretto per la posizione che essa occupa nella rete, si nota che essa contempla quattro casi. Il primo è verificato quando la società i non appartiene alla strategia ottimale per il controllo della Target (cioè $y_i^* = 0$). In tale caso, il controllo sulla società Target può essere ottenuto pur senza controllare la società i; di conseguenza, risulterebbe irrazionale valutare il prezzo delle azioni di quest'ultima ad un prezzo superiore a quello di mercato e sarà $\alpha_i^c = \alpha_i$. Oltre al caso appena citato, tale uguaglianza, sarà valida anche nel caso in cui $i = T$, ovvero quando la società di cui stiamo valutando il prezzo corretto sia la società Target. A sostegno di tale convenzione, si può considerare che, qualunque sia la soluzione ottimale individuata dal CCP, due sono i casi possibili: nel primo, non è necessario acquistare azioni della società Target, mentre nel secondo occorre diventare azionista diretto della società. Se non è necessario acquistare azioni della Target, allora il caso si riconduce al caso in cui $y_i^* = 0$, per cui abbiamo detto che la relazione $\alpha_i^c = \alpha_i$. Qualora, al contrario, si rende necessario l'acquisto di azioni della società Target, dal momento che, per ipotesi, del modello, tali azioni acquistate da azionisti che non posseggono partecipazioni qualificate, il prezzo di mercato sarà ragionevole e, di conseguenza, corretto.

Il terzo caso si verifica quando la società i appartiene alla strategia ottimale per il controllo della Target e possiede il controllo di quest'ultima (cioè $y_i^* = 1$ e $s_{iT} \geq \theta_T$); in tale circostanza, il controllo sulla società i risulta essere necessario e sufficiente per poter controllare la società Target. Per tale ragione, il costo del della strategia potrebbe essere maggiore del costo che si sarebbe sostenuto nel caso in cui fosse stato possibile acquisire direttamente il controllo della società Target e si sostiene che $\alpha_i^c = \infty$, proprio per evidenziare che, ai fini del controllo della società Target, la società i dovrà essere controllata indipendentemente dal costo delle sue azioni. Infine, il quarto ed ultimo caso, si verifica quando la società i appartiene alla strategia ottimale per il controllo della Target ma non possiede il controllo di quest'ultima (cioè $y_i^* = 1$ e $s_{iT} < \theta_T$). In tale circostanza, la risoluzione del CCP individua una strategia per il controllo della società Target in cui la società i è una controllata dell'Attore, che sostiene un costo pari a Z_T^i e acquisterà una percentuale x_i^* di azioni della società i. Viceversa, la strategia per il controllo della società Target, di minimo costo e che esclude il controllo della società i, avrà un costo pari a $\hat{Z}_T^i$. In questo senso, α_i^c è pari al prezzo di i osservato sul mercato a cui viene aggiunto un premio, pari all'incremento di costo che subirebbe la strategia nel caso in cui i non potesse essere controllata, rapportata alla percentuale di azioni di i che dovrebbe essere acquistata. In altre parole, α_i^c può essere interpretato come il prezzo per cui la scelta tra una strategia per il controllo della Target che implica il controllo di i e una che esclude il controllo di quest'ultima, risulta essere indifferente, in quanto i costi delle due strategie si eguagliano.

È bene precisare che tale approccio, affinché risulti significativo, richiede che alcune condizioni siano soddisfatte ed in particolare che, con tutti i parametri costanti ad eccezione del prezzo della società i che viene fatto variare all'interno dell'intervallo $[\alpha_i, \alpha_i^c)$, la strategia ottimale per il controllo di T, non implichi variazioni della percentuale delle azioni di i da acquistare.

Infine, notiamo che la strategia ottimale per il controllo di T, individuata considerando il prezzo α_i^c piuttosto che α_i come parametro, avrà necessariamente un costo almeno pari a quello della strategia di controllo diretto. Per tale ragione, l'individuazione di tale strategia, qualunque sia il modello utilizzato, effettuata assumendo tali valori dei prezzi, risulterebbe una operazione banale, in quanto la soluzione di controllo diretto sarà certamente ottima.

Tali prezzi, tuttavia, possono essere utilizzati al fine di ottenere un valore di riferimento del premio da offrire sulle azioni di T in una offerta pubblica di acquisto. È bene precisare che, l'individuazione di tale valore, descritta dalla metodologia che segue[98], risulta significativa solamente nel caso in cui la strategia per il controllo ottimale della società Target non consista nel controllo diretto di quest'ultima[99] e nel caso in cui non esista un i tale che $\alpha_i^c = \infty$, ovvero nel caso in cui la società Target sia direttamente o indirettamente controllata dalla società i.

Si consideri la strategia ottimale per il controllo di T, che implica l'acquisto di una percentuale di azioni x_i^* della società i al prezzo α_i. Il costo di tale strategia è indicato da $Z_T^i = \sum_i \alpha_i \, x_i^*$. Tale valore può essere considerato come il costo della strategia ottimale per il controllo della società Target nel *best case scenario*. Indichiamo con $\tilde{Z}_T^i = \sum_i \alpha_i^c \, x_i^*$ il costo che si dovrebbe sostenere se venissero acquistate le percentuali di azioni suggerite dalla strategia ottimale per il controllo al prezzo α_i^c. Tale valore rappresenta il costo di tale strategia nel *worst case scenario*.

È bene, in questa sede, porre ulteriormente l'accento sulla relazione tra i costi delle strategie ottimali ed il costo del controllo diretto, ovvero l'acquisto, al prezzo di mercato, di una percentuale di azioni da garantire il controllo sulla società Target. Infatti, se da un lato è sempre verificato che $\alpha_T \theta_T \leq \tilde{Z}_T^i$ e che $Z_T^i \leq \tilde{Z}_T^i$, ovvero che nel *worst case scenario* il costo della strategia per il controllo della società Target è superiore sia al costo del controllo diretto, sia al costo nel *best case scenario*, dall'altro, invece, non è sempre verificato che $Z_T^i \leq \alpha_T \theta_T$, ovvero che il costo della strategia nel *best case scenario* sia sempre non superiore al costo del controllo diretto. Tale disuguaglianza, infatti, potrebbe valere con segno opposto se le società all'interno della rete complessivamente posseggono più di θ_T azioni della società Target, rendendo, di fatto, impossibile il controllo diretto su T. Per tali ragioni, data la strategia ottimale per il controllo di T, considereremo come *upper bound* e *lower bound* dei costi della strategia ottimale, rispettivamente, i valori $\tilde{Z}_T^i$ e $\bar{\bar{Z}}_T^i = \max\left(\alpha_T \theta_T, Z_T^i\right)$. Il costo della strategia ottimale in

[98] Per una applicazione, si veda *sub*: Par. 3.4.5.

[99] In tale circostanza, infatti, non esisterebbero società intermedie la cui variazione di prezzo potrebbero comportare variazioni di costo della strategia per il controllo della società Target.

uno scenario neutrale, è ragionevolmente definito come il valore medio dell'intervallo i cui estremi sono stati appena definiti.

Di conseguenza, si afferma che il prezzo offerto in una OPA, in cambio dell'1% delle azioni della società Target, che indicheremo con α_T^{bid} è pari a:

$$\alpha_T^{bid} = \frac{\tilde{Z}_T^i + \bar{\bar{Z}}_T^i}{2\theta_T} \tag{3.4}$$

La (3.4) rappresenta il valore attribuito all'1% delle azioni della società Target nello scenario neutro, ovvero quello in cui il costo della strategia per il suo controllo è pari alla media di *worst* e *best* case scenario, nell'ipotesi in cui il possesso di θ_T azioni garantiscano il controllo su quest'ultima.

La determinazione del premio offerto rispetto al prezzo di mercato, che indicheremo con α_T^P, si può ottenere considerando che esso è definito come:

$$\alpha_T^P = \frac{\alpha_T^{bid}}{\alpha_T} - 1 \tag{3.5}$$

Da cui discende che α_T^P può essere scritto come:

$$\alpha_T^P = \frac{\tilde{Z}_T^i + \bar{\bar{Z}}_T^i}{2\theta_T \alpha_T} \tag{3.6}$$

Un elemento da sottolineare consiste nel fatto che, qualora il prezzo offerto in una offerta pubblica di acquisto sia determinato mediante la (3.4), il premio offerto in cambio dell'1% delle azioni, definito dalla (3.6), sarebbe implicitamente definito rispetto al valore di mercato della quota che consente di controllare la società Target, rappresentato da $\theta_T \alpha_T$.

Una ultima applicazione della analisi, relativa al prezzo di una società per la posizione che essa occupa nella rete, riguarda la selezione di portafoglio, in quanto si potrebbe scegliere di investire nelle società il cui rapporto tra prezzo corretto per la posizione e prezzo osservato sul mercato è massimo. La presenza di un premio per la posizione, infatti, rivela la possibilità che, in uno specifico momento, il mercato stia sottostimando il valore della società.

3.4 Alcune considerazioni di carattere empirico

In questo paragrafo si propongono alcune considerazioni di carattere empirico, relative agli effetti di rete sulla struttura di governance di una società Target. Per comodità faremo riferimento al caso studio già presentato nel Cap. 2, in sede di confronto tra modello IC e CCP, denominato *Strategic Acquisition 1.* Le ragioni che hanno condotto a tale scelta, insieme con le caratteristiche del database da cui la *ownership network* è stata estratta e la metodologia con cui tale operazione si è realizzata, sono riportate nel successivo par. 3.4.1. Nei paragrafi 3.4.2, 3.4.3 e 3.4.4 ci occuperemo, rispettivamente, del calcolo dei valori $\mathrm{OFI_i}$, $OSAI_i$ e $OSAI_i^{\sigma}$, e IFI_i^j. Il paragrafo 3.4.5, infine, contiene alcune considerazioni relative al prezzo corretto di una società all'interno della *ownership network,* considerati gli effetti di rete a cui essa è sottoposta e l'utilizzo di tali prezzi ai fini della quantificazione del prezzo da offrire agli azionisti della società Target nella promozione di una Offerta Pubblica di Acquisto.

È bene specificare che la strategia ottimale per il controllo sarà determinata attraverso la risoluzione del modello CCP. Di conseguenza, il valore che assumeranno gli indici rifletteranno, almeno in parte, le limitazioni e le ipotesi alla base dell'impostazione di quest'ultimo.

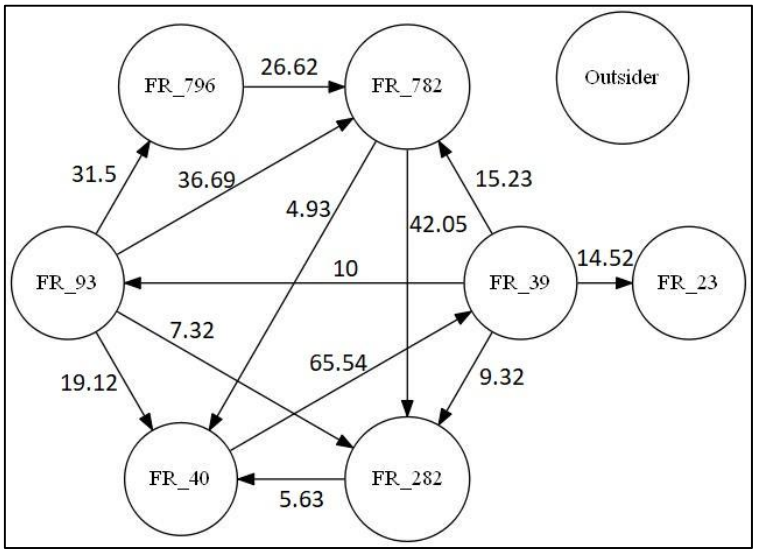
3.4.1. Database e scelta dei parametri

Nella valutazione degli effetti di rete sul controllo societario, ci si riferirà ad un grafo, che nel prosieguo sarà indicato come $G = (V, A)$, dove V è l'insieme dei nodi e A è l'insieme degli archi, è rappresentato nella seguente Fig. 3.2 ed è stato utilizzato per la prima volta in letteratura in (Martins and Neves, 2017), al fine di evidenziare le caratteristiche del modello IC[100]. Le relazioni societarie descritte all'interno della Fig. 3.2, come dichiarato dagli stessi Autori, trovano la loro origine nel database AMADEUS/BvD, che comprende 20 Paesi europei, interrogato in data 5 giugno 2015[101]. La costruzione della *Ownership network*, di cui il caso studio *Strategic Acquisition I* rappresenta un sotto grafo, è stata ottenuta mediante l'impego della metodologia utilizzata in (Glattfelder and

[100] Si ringraziano sin da ora gli Autori per la gentile concessione dell'intero database e dei parametri.
[101] Tale dato è rilevante in quanto effettuando la medesima interrogazione del database alla data attuale, le relazioni societarie, oltre che ai prezzi, potrebbero aver subito delle variazioni.

Battiston, 2009), ormai consolidata in letteratura, a cui si è brevemente accennato in precedenza[102].

Fig. 3. 2- *Ownership network* considerata nella *Strategic Acquisition I*



Le informazioni provenienti da BvD includono per ogni società, la ragione sociale, il numero di azioni circolanti, la capitalizzazione di mercato ed il prezzo alla data di interrogazione, il nome e la percentuale di azioni direttamente possedute da ciascun azionista. È bene sottolineare che non tutte le società inizialmente presenti nella interrogazione del database, pari a 4468 unità, sono state effettivamente considerate ai fini del caso studio. Diverse elaborazioni, effettuate dagli Autori, hanno ridotto il database iniziale ad un grafo composto da 748 nodi e 578 archi. La ragione di tali interventi, il cui dettaglio può essere agevolmente individuato in (Martins and Neves, 2017), consiste essenzialmente nella rimozione di quegli aspetti che risulterebbero controversi nel contesto in esame, come, ad esempio, la quota di azioni proprie di ciascuna società, i nodi che rappresentano investitori istituzionali e governativi, che non possono essere controllati per definizione, i fondi comuni e così via. Un aspetto decisamente rilevante in questa sede riguarda l'analisi delle componenti connesse della *ownership network*. In primo luogo, notiamo che la densità[103] del grafo è pari a 0,002069, ovvero che una coppia

[102] Si veda *sub* Cap. 1

[103] La densità di un grafo, d^G, è una misura della probabilità che una coppia qualsiasi di nodi appartenenti ad esso sia adiacente. Per quanto riguarda i grafi orientati, essa è definita come:

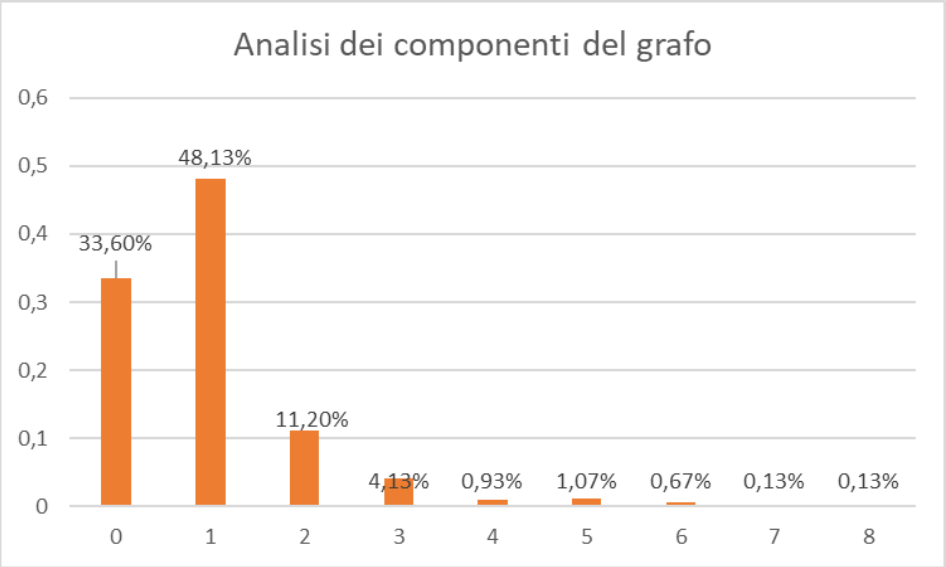
$$d^G = \frac{2a}{n(n-1)}$$

Dove a è la cardinalità dell'insieme degli archi ed n è la cardinalità dell'insieme dei nodi. Sebbene nel caso dei grafi pesati sia frequente considerare la sommatoria dei pesi degli archi, piuttosto che la cardinalità di tale insieme, in questo caso si è scelto tale valore in quanto, essendo i pesi dei

di nodi appartenente al grafo, comunque presa, abbia una probabilità inferiore allo 0,21% di essere connessa. In secondo luogo, sulla base della lista di adiacenza ricevuta dagli Autori a descrizione del grafo, è stata condotta una analisi volta a misurare, per ogni nodo, da quanti nodi distinti potesse essere raggiunto. In altre parole, a partire dalla lista di adiacenza del grafo, e per ciascuno dei 748 nodi, si sono esplorati, tutti i percorsi che vedevano quest'ultimo come pozzo, tenendo traccia dei nodi appartenenti a tali cammini. I risultati di tale analisi sono mostrati nella seguente Fig. 3.3. che rappresenta la frequenza con cui un nodo è raggiungibile da un certo numero di altri nodi. Ad esempio, il 48,13 % dei nodi è raggiungibile da un solo altro nodo.

Dal punto di vista metodologico, si sottolinea che la scelta di tale approccio rispetto ad altri, come ad esempio quello basato sulla proprietà della matrice di adiacenza, presentato in precedenza all'interno di questo capitolo, è stata dettata prevalentemente dalla numerosità di nodi coinvolti nell'analisi, che avrebbe reso molto oneroso lo svolgimento dell'analisi, sia in termini di calcolo che di memoria necessaria. Dal punto di vista pratico tale elaborazione è stata condotta mediante una procedura Visual Basic.

Fig. 3. 3 - Analisi dei sottografi della *ownership network*



valori percentuali, si è preferito limitare eventuali effetti distorsivi. Chiaramente, la densità, di per sé, è solo una delle caratteristiche topologiche di un grafo, che non rivela tutte le proprietà relative alla connessione di quest'ultimo. È possibile, infatti, che grafi non connessi abbiano densità maggiori di grafi connessi: la connessione è una proprietà legata non sono alla densità di un grafo ma anche alla distribuzione degli archi al suo interno.

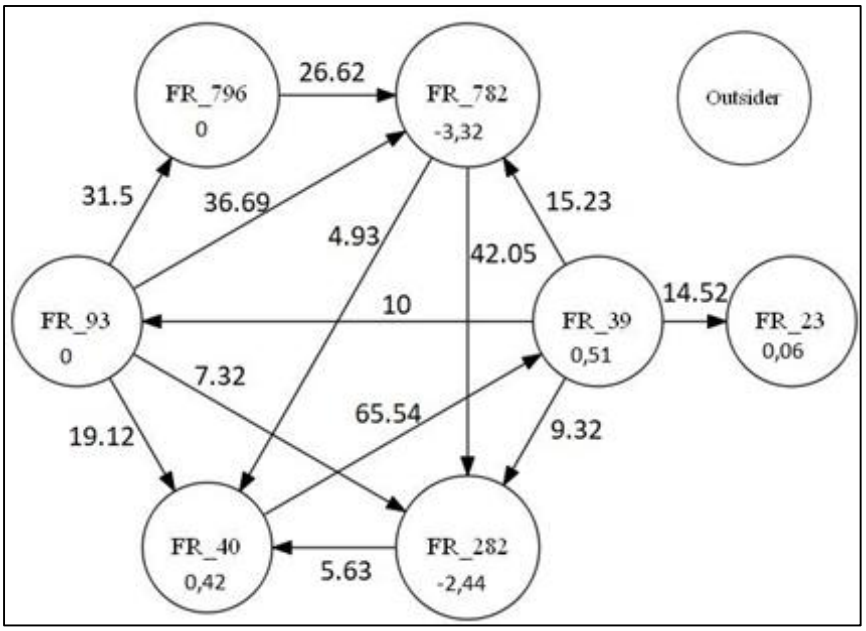
Ciò che emerge da tali analisi, pertanto, è che il grafo può essere definito come uno *sparse graph* (Black, 2008) e che il più grande sottografo connesso è composto da 8 società: LX_5, FR_796, LX_3, BE_139, FR_93, FR_39, FR_40, FR_282, ed infine FR_782. Alla luce di tale dato, la scelta del caso studio *Strategic Acquisition I* risulta essere particolarmente adeguata per due ragioni. In primo luogo, la numerosità di società coinvolte, ovvero 7 nodi, è assimilabile a quello del sottografo di grandezza massima; inoltre, i legami di azionariato incrociato che lo compongono risultano particolarmente utili ed esemplificativi, nonché sufficientemente complessi, ai fini delle analisi che dovranno essere svolte. In secondo luogo, la scelta di tale caso studio, consente di effettuare considerazioni rispetto a quanto già affrontato all'interno di questo lavoro, ad esempio come elemento di connessione tra il Cap. 2 ed il Cap. 3, sia tra lavori diversi, ovvero (Martins and Neves, 2017) e (Di Giacomo and Cenci, 2018).

Per quanto riguarda gli altri parametri di rilievo, ovvero la quantità di azioni che è necessario possedere per controllare una società, θ_i, e il prezzo dell'1% del capitale sociale di ciascuna società α_i, si sono adottate le seguenti soluzioni. Nel primo caso, assumeremo, che per controllare, direttamente o indirettamente, una qualsiasi società all'interno del grafo sia necessario possederne almeno il 51%. Formalmente, si dirà che $\theta_i = 51$ per ogni $i \in V$. Nel secondo caso, si considererà il prezzo di chiusura disponibile alla data di estrazione della *ownership network* nel database AMADEUS/BvD.

3.4.2 Il valore OFI_i per la misurazione degli effetti di rete.

In questo paragrafo viene discusso il potere informativo derivante dal calcolo del valore OFI_i. Come aspetto preliminare, si osserva che $\mathrm{OFI}_{\mathrm{FR_23}} \cong 0{,}06$, ovvero che la struttura di *corporate governance* della società Target FR_23 è quasi-neutrale rispetto a minacce derivanti da *Outsider.* Infatti, il costo che questi sosterrebbe, per attuare la strategia ottimale individuata attraverso il CCP, è inferiore del 6% rispetto al costo del controllo diretto. La Fig. 3.4 rappresenta, per ogni società nel grafo, il valore OFI_i come peso associato al nodo. Tale valore è stato ottenuto risolvendo $|V| - 1$ istanze del CCP, una per ogni società $i \neq Out \in V$.

Fig. 3. 4 - Calcolo dei valori OFI_i per ogni società nel grafo



I risultati evidenziano che le società FR_93 e FR_796 sono neutrali rispetto a minacce esterne, nel senso che le relazioni societarie in cui esse sono coinvolte non influiscono in alcun modo sul costo da sostenere per ottenere il controllo su di esse.

Le società FR_782 e FR_282 sono robuste, ovvero il costo della strategia ottimale individuata attraverso il CCP è maggiore del costo del controllo diretto. Nel dettaglio, entrambe le società sono robuste per la stessa fattispecie; nel caso della società FR_282, ad esempio, la robustezza deriva dal fatto che la strategia ottimale per il suo controllo, individuata attraverso il CCP, ha un costo superiore di circa il 244% rispetto alla strategia di controllo diretto. Tale dato, apparentemente contro intuitivo, si spiega considerando che il controllo non può essere ottenuto per via diretta, in quanto gli azionisti rilevanti di FR_282 risultano possedere, complessivamente, il 58,69% delle azioni di quest'ultima, privando l'*Outsider* della possibilità di acquistarne il 51% da piccoli azionisti al prezzo di mercato[104]. FR_39 è la società più fragile nel grafo, seguita da FR_40. Si noti che la seconda controlla direttamente la prima e, proprio per tale motivo, come ragionevole attendersi, se la seconda risulta essere fragile, a maggior ragione risulterà esserlo la prima.

[104] Tale circostanza, chiaramente, dipende dalle ipotesi alla base del CCP, ovvero dai vincoli (2.15), che limitano la percentuale di azioni di FR_282 che può essere acquistata dall'*Outsider.* Risultati decisamente diversi si otterrebbero nel caso in cui l'individuazione della strategia più conveniente per l'*Outsider* venisse determinata attraverso il modello IC.

3.4.3 I valori $OSAI_i$ e $OSAI_i^\sigma$ per la misurazione degli effetti di rete.

In questo paragrafo si analizza, attraverso l'uso dei valori $OSAI_i$ e $OSAI_i^\sigma$, la adattabilità della strategia ottimale, individuata attraverso il CCP. Da un punto di vista pratico, il calcolo di tali indici richiede la conoscenza del valore $Z_{i|j}^{Out}$, ovvero del costo della strategia ottimale quando l'attore è un *Outsider*, la società Target è la società i e la società j è una società che appartiene alla strategia ottimale e che diventa non più controllabile. Tale valore, congiuntamente al valore $OSAI_i$, può essere determinato attraverso la procedura che segue. Si noti che, al fine di rendere non disponibile ad essere controllata una società che altrimenti apparterrebbe alla soluzione ottimale, si sostituisce il suo prezzo di mercato con un prezzo arbitrariamente più alto. In particolare, in questo caso, tenendo conto anche dei valori degli altri parametri, è stato scelto un prezzo 10^6 volte più alto rispetto a quello di mercato.

Procedura per la determinazione del valore $OSAI_i$.

1. se $\exists\ z|\ s_{zi} \geq \theta_i$, allora $OSAI_i = \infty$, vai al passo 6; altrimenti, se $x_i^* \geq \theta_i$, allora $OSAI_i = 0$, vai al passo 6. Altrimenti, vai al passo 2.

2. Determinare la soluzione ottima del CCP quando la società i è la società Target e l'Attore è un *Outsider.* Sia Z_i^{Out} il costo della strategia individuata in questa istanza del problema. Vai al passo 3.

3. Definisco l'insieme $S^i = \{w \neq Outsider \mid y_w^* = 1\}$ delle società sotto controllo dell'*Outsider* nella soluzione individuata al punto 2, sia $m = |S^i|$. Vai al passo 4.

4. Per ogni $w \in S^i$, risolvi il CCP imponendo che la società Target sia la società i, che l'Attore è l'*Outsider* e imponendo che la società w non sia disponibile (sostituendo $\alpha_w = 10^6\alpha_w$). $Z_{i|j}^{Out}$ è il valore ottimo della funzione obiettivo di tale problema.

5. $OSAI_i = \frac{\sum_{j \in S^i}\left(Z_{i|j}^{Out} - Z_i^{Out}\right)}{mZ_i^{Out}}$

6. $i = i + 1$ e ritorna al passo 1.

La Tab. 3.1 mostra il valore $OSAI_i$ di ogni società nella *ownership network.*

Tab. 3. 1 - Valori $OSAI_i$ delle società in analisi

	Valore $OSAI_i$
FR_39	∞
FR_40	0
FR_93	0
FR_282	0,5495
FR_782	0,2990
FR_796	0
FR_23	0,06482

Si nota che per alcune società, ossia FR_796, FR_93 e FR_40, il valore $OSAI_i$ è nullo, in quanto la strategia più conveniente per controllarle, individuata al punto 1 del precedente algoritmo, consiste nel controllo diretto. In secondo luogo, si può notare che $OSAI_{FR_39} = \infty$. Ciò è dovuto al fatto che la strategia ottimale per controllare FR_39 richiede espressamente controllo di FR_40, che la controlla direttamente. Pertanto, qualora FR_40 dovesse divenire non controllabile, sarà impossibile ottenere il controllo su FR_39. Delle restanti società, si nota che la strategia per il controllo più adattabile è quella relativa alla società FR_23. Riguardo a quest'ultima, infatti, l'incremento di costo medio, nel caso in cui una delle società appartenenti alla strategia ottimale dovesse divenire non controllabile, è pari al $6{,}48\%$ rispetto al caso base[105]. Al contrario, la strategia meno adattabile risulta quella in cui la società Target è FR_282: nel caso in cui una delle società dovesse divenire non controllabile, l'*Outsider* sosterrà una spesa in media pari al 54,95% in più della spesa inizialmente prevista. Quest'ultimo caso risulta essere il più interessante per diverse ragioni. In primo luogo per il fatto che risulta essere il caso a cui è associato il valore $OSAI_i$ più elevato; in secondo luogo, per il fatto che è la seconda società più robusta nella *ownership network* in analisi; infine, per il fatto che risulta essere la società Target che, per essere controllata, richiede il maggior numero di società coinvolte. La risoluzione del caso base del CCP, infatti, suggerisce di controllare FR_282

[105] Per caso base del CCP, in questa sede, si fa riferimento all'istanza del problema calcolata al punto 2 dell'algoritmo introdotto precedentemente all'interno di questo paragrafo.

attraverso l'acquisto del 51% di FR_93, del 19,50% di FR_796 e dell'1,63% di FR_282. La strategia ottimale individuata consiste nell'ottenere:

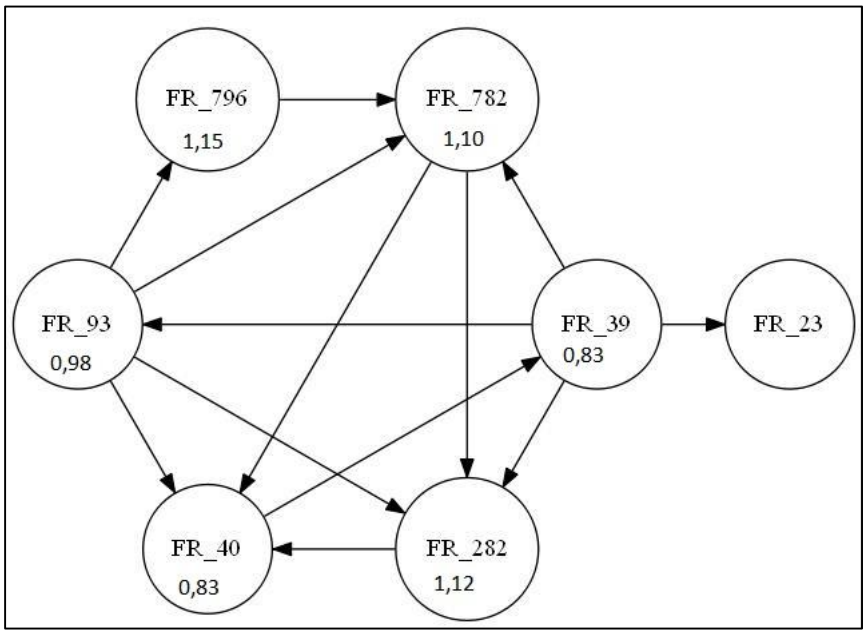
- Il controllo diretto su FR_93;
- Il controllo di FR_796, che si ottiene attraverso il 31,5% posseduto da FR_93 e dal 19,5% acquistato sul mercato;
- Il controllo su FR_782, ottenuto sommando le azioni possedute da FR_93 e FR_796;
- Il controllo su FR_282, ottenuto sommando le azioni possedute da FR_782 (42,5%), da FR_93 (7,32%) e quelle acquistate sul mercato (1,63%).

Pertanto, possiamo definire $S^{FR_282} = \{FR_93, FR_796, FR_782\}$. L'incremento dei costi da sostenere nel caso in cui una delle società appartenenti all'insieme S^{FR_282} non possa essere più controllata, varia da un minimo pari al 4,2%, (nel caso in cui sia la società FR_796 a non dover essere disponibile), fino ad un massimo del 106,53% (nel caso in cui sia la società FR_782 a non poter essere controllata). A tale proposito, si calcola il valore $OSAI^{\sigma}_{FR_282}$, per comprendere di quanto, in media, l'incremento di costo si discosta dal valore medio, descritto da $OSAI_{FR_282} = 0{,}5495$. Nel caso considerato, si ottiene $OSAI^{\sigma}_{FR_282} = 62{,}57\%$, evidenziando che l'incremento di costo, causato dal fatto che una delle società appartenenti all'insieme S^{FR_282} non possa essere controllata, in media, si discosta del 62,57% dal valore $OSAI_{FR_282}$. Tali valori, a cui può essere affiancato il valore OFI_{FR_282}, confermano la robustezza della società FR_282, sulla quale ottenere il controllo risulta essere una operazione più difficoltosa rispetto ad altre società nella *ownership network.*

3.4.4 Il valore IFI_i^j per la misurazione degli effetti di rete.

In questo paragrafo si analizza le informazioni rese disponibili attraverso il calcolo del valore IFI_i^j. La seguente Fig. 3.5 mostra, come etichette dei nodi, i valori $\mathrm{IFI}^{\mathrm{j}}_{\mathrm{FR_23}}$ per ogni società *Insider* di FR_23, da cui si può dedurre chi tra gli *Insider*, rappresenta la principale minaccia all'attuale struttura di *governance*.

Fig. 3. 5 - Valori $IFI^{j}_{FR_23}$ di ogni società nel grafo quando $T = \{FR_23\}$



Infatti, ricordando che tanto più basso è il valore IFI^{j}_{i} associato all'*Insider j,* tanto maggiore è la minaccia che questi rappresenta alla struttura di governance della società i, e considerato che l'indice assume valori compresi nell'intervallo $[0, \infty)$, risulta evidente che le società FR_39 e FR_40 sono le due ad avere il maggior incentivo ad ottenere il controllo su FR_23, se confrontate con le altre società. In particolare, le società FR_782, FR_796, e FR_782 sosterrebbero costi per il controllo di FR_23 superiori rispetto alla media degli altri *Insider.* Si può pertanto affermare che queste ultime società non hanno particolari incentivi a controllarla. Possiamo, inoltre, osservare che FR_93 ha un incentivo al controllo di FR_23 davvero ridotto, dal momento che $IFI^{\mathrm{FR_93}}_{FR_23} \cong 1$, implicando che egli sosterrebbe un costo dello stesso ordine di grandezza di quello che, in media, dovrebbero sostenere gli altri *Insider*.

L'esempio scelto ci consente di evidenziare quanto emerso a livello teorico nei paragrafi precedenti[106] relativamente alla connessione tra le società all'interno della rete. Notiamo infatti che tutte le società nel grafo G sono *Insider* di FR_23, ovvero che, comunque presa una società diversa dall'*Outsider*, esiste un cammino che la collega con FR_23. Ciò non implica, tuttavia, che a sua volta FR_23 sia *Insider* di altre società in G.

[106] Si veda *sub*. Par. 3.3.2.

Come si può osservare nella Fig. 3.5, infatti, essa potrà essere solamente un *Outsider* delle altre società nella rete, non essendovi archi uscenti dal nodo che la rappresenta. Ai fini di una analisi più completa, vogliamo calcolare il valore IFI_i^j per ogni coppia di società i ed *Insider* j, in modo tale da evidenziare, per ogni società, l'eventuale esistenza e la provenienza di minacce interne alla struttura di controllo attuale. Come già osservato, tale tipologia di analisi richiede la conoscenza dell'insieme degli *Insiders* di ciascuna società. Mentre nel caso in cui $T = \{\mathrm{FR}_{23}\}$ l'individuazione di tale insieme risulta essere piuttosto semplice, in quanto, come si è detto, tutte le società nel grafo sono *Insider* di FR_23, ciò non può dirsi altrettanto semplice nel caso in cui, consideriamo come Target una società nel grafo diversa da FR_23. Per prima cosa, ci si è chiesti se il grafo nella Fig. 3.2 è fortemente connesso, ovvero se, comunque presa una coppia di nodi, esiste un cammino che li collega. In caso di risposta affermativa, si avrebbe che l'insieme degli *Insider* della società i è formato da tutte le altre società, ovvero dall'insieme $G\backslash\{i\}$. Poiché il nodo FR_23 non presenta archi uscenti da esso, è facile verificare che G non è fortemente connesso, sebbene tale nodo sia raggiungibile da qualsiasi altro nodo in G. Successivamente, è stato considerato il grafo $G' \equiv G \setminus \{\mathrm{FR}_{23}, \mathrm{Out}\}$, al fine di verificare se quest'ultimo è fortemente connesso, cioè se G' è una componente connessa di G. Dal momento che G' è composto da 6 nodi, il più lungo cammino minimo che lega una coppia di nodi comunque presa al suo interno, se esiste, avrà una lunghezza pari a 5. Considerata la matrice di adiacenza M del sotto grafo G':

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sono state calcolate le matrici M^2, M^3, M^4, M^5. Ricordando l'enunciato[107] della Proposizione 1, riproponiamo la definizione del valore c_{ij} come segue:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se} \sum_{k=1}^{5} m_{ij}^{(k)} \geq 1 \\ 0 & altrimenti \end{cases}$$

[107] Si veda: sub Par. 3.3.2.

Dove $m_{ij}^{(k)}$ è l'elemento di riga i e colonna j della potenza k-esima, $1 \leq k \leq 5$, della matrice di adiacenza che descrive il grafo G. In sintesi, $c_{ij} = 1$ se la società i è un *Insider* della società j, mentre vale 0 altrimenti. Nello specifico caso in analisi, si ottiene che $c_{ij} = 1$ per ogni (i, j), possiamo, quindi, dedurre che G' è una componente connessa di G, ovvero che comunque scelta una società Target in G', tutte le restanti società sono suoi *Insider*. Si è risolto il CCP in tutte le combinazioni di *Insider* e di Target, ottenendo i valori Z_i^j; successivamente, sulla base di essi, è stato calcolato il valore IFI_i^j per ogni coppia di società i ed *Insider* j. La seguente Tab. 3.2 contiene i risultati di tale analisi.

Tab. 3. 2– Valori IFI_i^j per ogni coppia di società i ed Insider j

		Insider					
		FR_796	**FR_39**	**FR_40**	**FR_93**	**FR_282**	**FR_782**
Target	**FR_796**	-	128,97%	128,97%	92,27%	138,62%	108,53%
	FR_39	38,10%	-	0,00%	29,42%	95,69%	74,79%
	FR_40	56,52%	58,98%	-	57,15%	101,41%	84,01%
	FR_93	57,88%	51,59%	55,15%	-	102,35%	84,05%
	FR_282	10,27%	1,07%	1,31%	3,56%	-	32,48%
	FR_782	8,10%	8,12%	9,87%	0,33%	27,00%	-

Diversi elementi emergono da tale analisi. Il primo di questi, come era facile intuire anche attraverso una semplice analisi visiva, consiste nel fatto che FR_40 controlla FR_39: infatti, $IFI_{FR_39}^{FR_40} = 0$. Il secondo, visivamente meno ovvio, consiste nell'osservare che FR_93 potrebbe essere più interessata delle altre società al controllo di FR_782. Infatti i costi che essa sosterrebbe per il controllo di quest'ultima sono pari allo 0,33% del costo medio, ovvero irrisori rispetto a quelli che dovrebbero sostenere, in media, gli altri *Insider*. Un ragionamento del tutto analogo vale se si considerano le società FR_39 e FR_40 in qualità di *Insider* della società FR_282. È bene notare, tuttavia, che mentre nel caso in cui FR_782 è la società Target, la minaccia proveniente da FR_93 risulta essere piuttosto prevedibile, in quanto quest'ultima è azionista al 36,69% di FR_782, lo stesso non si può affermare delle società FR_39 e FR_40 in qualità di *Insider* della società FR_282. Infatti, FR_40 non possiede partecipazioni dirette in FR_282 e FR_39 è un azionista di minoranza di quest'ultima, in quanto possiede il 9,32% di FR_282 in presenza di un altro azionista (FR_782) che possiede una partecipazione ben più rilevante (42,05%). Paradossalmente,

la minaccia proveniente da quest'ultimo è piuttosto ridotta, in quanto il valore IFI_i^j associato è ben superiore a quello relativo alla minaccia proveniente da FR_39 e FR_40. Possiamo dunque affermare che tale tipologia di analisi, consente di mettere in luce l'esistenza di minacce nascoste, ovvero provenienti da soggetti che non posseggono partecipazioni dirette e rilevanti nella società Target e pur rappresentando una minaccia concreta all'attuale struttura di *governance*.

3.4.5 Analisi empirica degli effetti di rete sui prezzi

In questo paragrafo, si propone una analisi empirica degli effetti di rete sui prezzi. Come anticipato nel par. 3.3., tale analisi richiede che sia noto il valore il valore $\hat{Z}_T^i$, ovvero il costo della strategia ottimale per il controllo della società T nel caso in cui la società i non possa essere controllata. Da un punto di vista pratico, $\hat{Z}_T^i$ può essere determinato risolvendo il CCP, sostituendo il prezzo osservato sul mercato per la società i, α_i, con un valore sufficientemente alto da rendere non conveniente l'acquisto di partecipazioni nella società i.

Per ogni società nella *ownership network* relativa al caso studio in esame, dunque, è stato risolto il CCP, con i prezzi osservati sul mercato, assumendo che essa sia la Target. Successivamente, per ogni società appartenente alla strategia ottimale per il controllo della Target, si è risolto nuovamente il CCP, sostituendo al prezzo osservato sul mercato di tale società, un prezzo opportunamente alto, in modo tale da rendere sconveniente il controllo di essa per ottenere il controllo sulla società Target. Il seguente pseudocodice[108] rappresenta le operazioni svolte per il calcolo dell'incremento di costo della strategia ottimale che si avrebbe nel caso in cui la società i non dovesse essere controllabile quando la società T è la società Target. L'operazione "Solve CCP" indica la risoluzione del CCP, ovvero l'individuazione della strategia ottimale per il controllo della Target e del costo ad essa associato.

Begin

For each $j \in N \neq \text{Outsider}$

[108] La scrittura e la forma adottata nella stesura di tale pseudocodice sono fortemente ispirate al linguaggio Visual Basic.

$T = \{j\}$

If $\exists k |\ s_{kj} \geq \theta_j$ then:

$\Delta(i,j) = \infty$ and go to Forward.

Else: solve CCP. Let Z_j^i the optimal objective function value.

For each $i \neq j, Out \in N$:

If $x_i^* = 0$ then $\Delta(i,j) = 0$ and Go to Forward_2.

Else:

Set $\alpha_i = 10^6 \alpha_i$ and solve CCP. Let $\hat{Z}_j^i$ the optimal objective function value.

Let $\Delta(i,j) = \hat{Z}_j^i - Z_j^i$

End if

Forward_2:

Next i

End if

Forward:

Next j

End

La seguente Tab. 3.3 rappresenta, per ogni società nel grafo e per ogni possibile società Target, l'incremento di costo della strategia ottimale che si avrebbe nel caso in cui la società i non dovesse essere controllabile quando la società Target è la società T.

Tab. 3.3 - Incremento della strategia ottimale per il controllo di una società Target (valori in €).

		Società Target						
		FR_39	**FR_40**	**FR_93**	**FR_282**	**FR_782**	**FR_796**	**FR_23**
Società i	**FR_39**	-	-	-	-	-	-	-
	FR_40	∞	-	-	-	-	-	999.576.480,24
	FR_93	-	-	-	1.380.306.988,75	1.403.465.349,30	-	-
	FR_282	-	-	-	-	-	-	-
	FR_782	-	-	-	-	-	-	-
	FR_796	-	-	-	107.089.394,22	107.094.359,00	-	-
	FR_23	-	-	-	-	-	-	-

Più formalmente, alla luce degli elementi rappresentati nella procedura appena introdotta, l'elemento di riga i e colonna j rappresenta il valore $\Delta(i,j)$. Ad esempio, dalla

tabella si può dedurre che, nella strategia ottimale per il controllo di FR_23, se la società FR_40 non può essere controllata, il costo della strategia subisce un incremento di € 999.576.480,24. La seguente Tab. 3.4 sintetizza i risultati dell'analisi relativa alla disponibilità a pagare dell'*Outsider* in relazione alla società i ed in funzione della società Target; al suo interno, il generico elemento di riga i e colonna j rappresenta il prezzo della società i, corretto per la posizione che essa occupa nella rete, quando la società j è la società Target.

Tab. 3.4 – Prezzo corretto della società i in funzione della società Target (valori in milioni di €)

		Società Target						
		FR_39	**FR_40**	**FR_93**	**FR_282**	**FR_782**	**FR_796**	**FR_23**
Società *i*	**FR_39**	148,68	148,68	148,68	148,68	148,68	148,68	148,68
	FR_40	72,07	72,07	72,07	72,07	72,07	72,07	91,67
	FR_93	∞	48,42	48,42	75,48	75,94	48,42	48,42
	FR_282	14,53	14,53	14,53	14,53	14,53	14,53	14,53
	FR_782	11,47	11,47	11,47	11,47	11,47	11,47	11,47
	FR_796	2,92	2,92	2,92	8,41	8,41	2,92	2,92
	FR_23	321,99	321,99	321,99	321,99	321,99	321,99	321,99

I risultati di tale analisi mostrano chiaramente che, mentre la posizione di alcune società non ha alcun effetto sul valore delle proprie azioni (in particolare, ci si riferisce a FR_39, FR_282, FR_782 e FR_23), per altre l'effetto è di assoluto rilievo. Infatti, il prezzo corretto per la posizione della società nella rete incorpora un premio, rispetto al prezzo osservato sul mercato, che varia tra un minimo del 27% (FR_40) ed un massimo del 188% (FR_796).

A questo punto, occorre distinguere due casi, quello in cui l'azionista della società intermedia sia a conoscenza di quale sia la società Target, e quello in cui tale informazione non sia in suo possesso. Nel primo caso, infatti, sarebbe più ragionevole, per l'azionista, chiedere il prezzo corretto in base alla posizione della propria società, data una società Target. Ad esempio, l'azionista della società FR_93 potrà chiedere un prezzo di 75,48 milioni di Euro se la società Target è FR_282 e di 75,94 milioni di Euro se la società Target è FR_782. Nel secondo caso, ovvero nel caso in cui l'azionista non sia a conoscenza di quale sia la società Target, è possibile che l'insorgenza di un *mismatch* tra domanda e offerta di azioni. Con riferimento alla società FR_93, se l'*Outsider* sarà interessato ad ottenere il controllo sulla società Target FR_282, la sua disponibilità a pagare massima

sarà 75,48 milioni di Euro, ma non possedendo tale informazione, l'azionista potrebbe chiedere un prezzo superiore, al più pari a 75,94. In tale circostanza, pertanto, lo scambio potrebbe non realizzarsi.

I prezzi di una società, corretti per la posizione che essi occupano nella rete, possono essere utilizzati come punti di riferimento nella determinazione del premio da offrire sulla società Target in una eventuale offerta pubblica di acquisto. A tale scopo, proponiamo l'approccio che segue: consideriamo le strategie ottimali, e i relativi costi da sostenere, per ottenere il controllo sulle società FR_282, FR_782, FR_23 nel caso base del CCP. Tali valori sono rappresentati nella seguente Tab. 3.5. Nel caso specifico, la scelta di tali società Target è imposta dal fatto che, come si può dedurre dalla precedente Tab.3.3, gli effetti di rete sui prezzi si manifestano solamente quando una delle precedenti società è la società Target.

Tab. 3. 5 - Descrizione della strategia ottimale per il controllo di diverse società Target. Valori in Mln €.

			Percentuale di azioni da acquistare						
Società Target	$\alpha_T\theta_T$	**Costo Strategia ottimale**	**FR_39**	**FR_40**	**FR_93**	**FR_282**	**FR_782**	**FR_796**	**FR_23**
FR_282	741,26	2.549,95	-	-	51,00	1,63	-	19,50	-
FR_782	584,77	2.526,26	-	-	51,00	0,00	-	19,50	-
FR_23	16.421,65	15.422,07	-	51,00	-	-	-	-	36,48

Si evidenzia che la strategia ottimale per il controllo delle società FR_282 e FR_782 ha un costo notevolmente superiore a quello del controllo diretto; tale circostanza è dovuta al fatto che le altre società all'interno della rete posseggono azioni di queste per una percentuale di azioni superiore a $\theta_T = 51$, necessaria per controllarle direttamente. Di conseguenza, la strategia ottimale per il loro controllo richiede che altre società, azioniste della Target, siano controllate, con un costo complessivo superiore a quello del controllo diretto. Nel caso di FR_23, invece, la strategia ottimale richiede che siano sostenuti dei costi inferiori rispetto al controllo diretto. Considerata la strategia ottimale per il controllo di ciascuna società, mostrata nella precedente Tab. 3.5, valutandone il costo attraverso la considerazione dei prezzi corretti per la posizione di una società all'interno della rete, rappresentati nella Tab. 3.4, si può determinare un *upper bound* al costo della strategia ottimale per il controllo della società Target, che indicheremo con $\tilde{Z}_T^i$. Ricordando che abbiamo definito in precedenza[109] il *lower bound* di tale costo come

[109] Si veda sub par. 3.3.

$\bar{\bar{Z}}_T^i = \max(\alpha_T \theta_T, Z_T^i)$, la seguente Tab. 3.6. riassume, per le società Target selezionate, le grandezze rilevanti dell'intervallo all'interno del quale il costo della strategia per il loro controllo può variare.

Tab. 3.6 - Grandezze rilevanti dell'intervallo di costo delle strategie ottimali.

Target	***Upper bound*** ($\tilde{Z}_T^i$)	***Lower bound*** ($\bar{\bar{Z}}_T^i$)	***Valore medio***
FR_282	4.037,35	2.549,95	3.293,65
FR_782	4.036,82	2.526,26	3.281,54
FR_23	16.421,65	16.421,65	16.421,65

Ricordando che abbiamo definito attraverso la (3.4) il prezzo offerto in una Offerta pubblica di acquisto come α_T^{bid}:

$$\alpha_T^{bid} = \frac{\tilde{Z}_T^i + \bar{\bar{Z}}_T^i}{2\theta_T} \tag{3.4}$$

E che il corrispondente premio, α_T^P, è definito come:

$$\alpha_T^P = \frac{\tilde{Z}_T^i + \bar{\bar{Z}}_T^i}{2\theta_T \alpha_T} \tag{3.6}$$

Possiamo ricavare, per ogni società Target, α_T^{bid} e α_T^P, rappresentati dalla seguente Tab. 3.7.

Tab. 3.7 - Determinazione di prezzi e premi per le società Target. Valori in (Mln €).

Target	**Prezzo offerto (α_T^{bid})**	**Premio (α_T^P)**
FR_282	64,58	344%
FR_782	64,34	461%
FR_23	321,99	0%

Diversamente da quanto potrebbe sembrare, i premi offerti per ciascuna società riflettono una logica piuttosto ragionevole: i premi elevati offerti per il controllo delle società FR_282 e FR_782, sono dovuti al fatto che vi sono diversi *Insider* all'interno della rete che posseggono partecipazioni dirette e rilevanti. Prendendo come esempio la società FR_782, a cui è associato il premio più elevato, possiamo notare la presenza di tre azionisti diretti che posseggono, rispettivamente, il 26,62%, il 36,69% ed il 15,23% delle azioni di quest'ultima. Di conseguenza, essendo la partecipazione azionaria molto

concentrata, sarà necessario offrire un prezzo decisamente più elevato di quello di mercato affinché gli azionisti siano incentivati a cedere le quote in loro possesso, ovvero il controllo su FR_782. Come ulteriore aspetto rilevante, si nota che le società FR_782 e FR_282 sono state definite, in sede di calcolo del valore OFI, come "robuste" rispetto a cambiamenti nell'assetto di controllo, il controllo su di esse sarà particolarmente oneroso. Al contrario, una Offerta pubblica di acquisto promossa nei confronti della società FR_23 non richiederà un premio elevato, proprio in virtù del fatto che il controllo su di essa non risulta essere particolarmente difficile da acquisire. Come noto, infatti, l'azionariato di tale società è composto da un solo azionista rilevante, FR_39, che possiede il 14.52% delle sue azioni e da un oceano di piccoli azionisti. Di conseguenza, per ottenere il controllo su di essa sarà sufficiente offrire un premio piuttosto ridotto rispetto al valore di mercato delle azioni, al limite nullo. Un premio nullo potrebbe essere giustificato dal fatto che l'unico grande azionista della società non ha sufficienti quote da garantire il fallimento dell'Offerta Pubblica di acquisto ed il restante 84,48% di piccoli azionisti, visto che risulterebbe impraticabile una loro coordinazione, potrebbe preferire cedere le proprie azioni piuttosto che subire un cambiamento nella *governance* con possibili effetti dannosi nei loro confronti. Come ultima considerazione conclusiva, si può dunque affermare che la determinazione del prezzo da offrire nella promozione di una offerta pubblica di acquisto, ottenuta mediante la considerazione della strategia ottimale per il controllo della società Target ed i prezzi di ciascuna società all'interno della rete, corretti per la posizione che esse occupano, conduce il promotore ad offrire un prezzo che sia funzione crescente del grado di difficoltà con cui il controllo su tale società può essere ottenuto. In altre parole, il prezzo offerto sarà tanto più elevato rispetto a quello di mercato quanto più l'attuale assetto di *corporate governance* sia resistente a minacce provenienti dall'esterno.

Conclusioni

L'elemento centrale di questa tesi di dottorato riguarda una società e le relazioni di azionariato in cui è coinvolta, nella prospettiva di determinare le influenze che tali relazioni possono avere sulla fragilità del controllo societario. I tre capitoli di cui è composta, consentono di suddividere il lavoro in tre macro-aree: nel primo capitolo, è stata introdotta la letteratura di riferimento, distinguendo tra approccio normativo ed

approccio descrittivo. Ciò che si può concludere da quanto sostenuto all'interno di tale capitolo, è sintetizzato nei seguenti elementi:

- Le *ownership networks* sono degli strumenti utilizzati per studiare le relazioni tra società, intese come partecipazioni che una società possiede nel capitale sociale dell'altra.
- Uno studio esaustivo delle relazioni inter societarie, anche qualora fossero finalizzate all'analisi delle relazioni di potere e controllo, alla luce delle definizioni di *Business Group* presenti in letteratura o fornite dal legislatore italiano, dovrebbe tenere in considerazione ulteriori legami rispetto a quelli di azionariato. In questa direzione, le *interfirm networks* e le *multilayer networks,* rappresentano uno strumento particolarmente adeguato a tale scopo ma, allo stato attuale dell'arte, non sono state ancora sufficientemente impiegate in quanto facenti parte di una letteratura particolarmente giovane. Le *ownership networks* possono essere considerate un caso particolare delle *interfirm networks* e *multilayer networks.* Di conseguenza, analisi sulle relazioni di controllo basate su *ownership network* rappresentano delle approssimazioni, per quanto efficaci.
- Le *ownership networks* sono state considerate soprattutto nell'ottica di descriverne la topologia e molto meno frequentemente al fine di identificare le relazioni di controllo al loro interno. Nella prospettiva di analisi topologica delle *complex networks*, le *ownership networks* sono *scale free* e *small world*. In alcuni casi, è stata individuata una topologia di tipo *bow-tie*. Raramente sono stati proposti modelli di ottimizzazione su grafo inerenti a tale tipologia di reti.
- L'esercizio del controllo su di una società è un concetto vago e ambiguo, per cui sono state proposte perlopiù espressioni qualitative. Di riflesso, sono stati proposti molti strumenti per quantificare il controllo esercitato da un soggetto, ciascuno dei quali riflette logiche e proprietà particolari, in alcuni casi dipendenti dalle circostanze in cui devono essere applicati.
- Una delle principali caratteristiche delle *ownership networks* è rappresentata dalle relazioni di azionariato incrociato, ovvero la presenza di cicli, da cui discendono delle complicazioni molto importanti ai fini analitici, sia in termini concettuali, sia in termini computazionali: la presenza di cicli ha condotto frequentemente ad una stima non corretta dell'effettivo controllo esercitato da ciascun soggetto.

Nel secondo capitolo, sono stati considerati i modelli IC e il modello CCP, entrambi volti ad individuare una strategia ottimale per ottenere il controllo su una o più società Target. Dopo averne descritto, sia formalmente che concettualmente, le caratteristiche, si è evidenziato come il CCP supera alcune delle criticità dei modelli IC, a cui è fortemente ispirato. Particolare attenzione è stata riservata ad una discussione degli elementi critici dell'approccio proposto, che sono sintetizzati come segue:

4. Entrambi i modelli presumono che normativa sulle Offerte Pubbliche di Acquisto sia trascurabile;
5. L'approccio proposto presume che gli azionisti possano sottostimare sistematicamente il valore delle proprie azioni, in quanto non tengono conto degli effetti sul prezzo della posizione della propria società all'interno della rete;
6. In entrambi i modelli parametri sono completamente statici.

Nel terzo capitolo è stato introdotto il contributo originale di questa tesi: gli indici volti alla misurazione della fragilità del controllo societario. L'*Outsider Fragility Index* (OFI_i) e l'*Insider Fragility Index* $\left(IFI_i^j\right)$, rappresentano, rispettivamente, la facilità con cui un *Outsider* o un *Insider* possono ottenere il controllo su una società Target. L'*Outsider Strategy Adaptability Index* (OSAI_i) rappresenta una misura della facilità con cui la strategia ottimale dell'*Outsider* può essere adattata ad un nuovo contesto, ovvero a cambiamenti societari all'interno della *ownership network.* Ulteriori elementi di analisi, in merito all'adattabilità della strategia ottimale ad un nuovo contesto saranno, infine, forniti dall'indice $OSAI_i^{\sigma}$. Particolare attenzione è stata rivolta alla identificazione delle motivazioni per cui tali indici dovrebbero essere calcolati, ovvero alla loro portata informativa.

Per quanto riguarda l'OFI_i, la quantificazione di tale effetto può essere interessante per diverse ragioni: oltre che ad essere rilevante per un *Outsider,* che può conoscere il risparmio che è possibile realizzare nell'ottenimento del controllo della società Target, tale informazione è di aiuto anche agli attuali azionisti di quest'ultima, in quanto possono verificare l'esistenza e la rilevanza di minacce esterne al controllo che esprimono e, in tal

caso, elaborare delle strategie difensive, volte al disturbo della esecuzione della strategia ottimale dell'*Outsider*. Anche dal punto di vista dei *policy maker*, tale analisi favorisce una migliore supervisione del cd. *market for corporate control*, consentendo di individuare quali società possono essere più facilmente soggette a cambiamenti nella struttura di controllo.

Un *Outsider* potrebbe avere interesse a valutare il costo aggiuntivo da sostenere nel caso in cui non dovesse essere più possibile controllare, direttamente o indirettamente, una delle società appartenenti alla strategia ottimale. Tale ragione motiva il calcolo dell'indice OSAI_i, che rappresenta l'incremento medio dei costi a seguito dell'indisponibilità ad essere controllata di una delle società appartenenti alla strategia ottimale. L'informazione ottenuta mediante il calcolo del valore OSAI_i, può essere rilevane anche per l'attuale struttura societaria. Quest'ultima, infatti, sulla base di tale indice, può elaborare strategie di difesa basate sulla posizione della propria società all'interno della rete. In altre parole, un valore OFI_i strettamente positivo segnala, agli azionisti della società Target i, la possibile presenza di minacce provenienti da un *Outsider.* Qualora questi stia già realizzando la sua strategia di controllo delle società intermedie, la società Target può difendersi acquisendo il controllo su quelle società che, se non disponibili, determineranno un aumento dei costi della strategia ottimale per l'*Outsider*. Tali operazioni finanziarie di acquisto o vendita, ovvero di riposizionamento della propria società all'interno della rete, possono essere giustificate anche da ragioni di difesa preventiva, cioè finalizzate alla massimizzazione del proprio valore OSAI_i. In tale circostanza, l'obiettivo è quello di scoraggiare l'*Outsider*, che potrebbe desistere dall'attuazione della strategia per via della rischiosità dell'iniziativa.

Un *Outsider* che volesse realizzare un piano di *contingency* relativo alla strategia ottimale per il controllo indiretto della società Target, potrebbe essere interessato ad interpretare anche altri aspetti relativi ai costi della strategia, diversi dall'OSAI_i, come la variabilità degli incrementi di costo di cui il valore OSAI_i rappresenta la media. A tale proposito, è stato introdotto l'indice $OSAI_i^{\sigma}$, che rappresenta la media degli scarti dell'incremento di costi, definito come percentuale rispetto alla soluzione ottimale del CCP, rispetto all'incremento medio di essi, rappresentato dall'OSAI_i. Tale valore, descrive quanto in media gli incrementi percentuali di costo si discostano dall'OSAI_i ed esprime una misura della variabilità di tali incrementi all'interno dell'intervallo

$\left[\min_{j \in S^i}\left\{\frac{Z_{i|j}^{Out}-Z_i^{Out}}{Z_i^{Out}}\right\}, \max_{j \in S^i}\left\{\frac{Z_{i|j}^{Out}-Z_i^{Out}}{Z_i^{Out}}\right\}\right]$. Razionalmente, date due strategie e a parità di altre condizioni, l'*Outsider* dovrebbe preferire la strategia avente $OSAI_i^{\sigma}$ inferiore.

Infine, il valore IFI_i^j confronta il costo della strategia ottimale per il controllo della società i che deve essere sostenuto dall'*Insider* j con la media dei costi che dovrebbero essere sostenuti da tutti gli altri *Insider* della società. In tale modo si evidenziano quegli *Insider* che hanno maggiore convenienza ad ottenere il controllo sula società *Target*. Un uso alternativo del valore IFI_i^j è quello tipico dell'approccio descrittivo. Infatti, se l'*Insider* j già controlla, direttamente o indirettamente, la società i, allora il valore IFI_i^j sarà nullo. La possibilità di interpretare i valori IFI_i^j in una ottica più prossima all'approccio descrittivo, consente di superare le note criticità relative alla sovrastima del controllo in presenza di cicli, ovvero di *cross ownership structures,* all'interno della *ownership network.* Il calcolo degli indici in un caso pratico, ha consentito di esemplificare e confermare la portata informativa di tali elementi di analisi.

Gli sviluppi futuri di questo lavoro riguarderanno le evoluzioni dei modelli per la determinazione della strategia ottimale per il controllo della società Target, con l'obiettivo di superare le limitazioni dei modelli attualmente esistenti. Infatti, mentre alcuni aspetti, come la presunzione che gli azionisti possano sottostimare sistematicamente il valore delle proprie azioni, sono elementi fondanti e tipici di tale approccio (vale a dire: non possono essere eliminati), dall'altro vi sono elementi che potrebbero apportare delle migliorie alla individuazione della strategia ottimale. Tra questi, si segnala la possibilità di introdurre all'interno dei modelli dei meccanismi che possano replicare gli effetti sui costi della normativa sulle OPA, oppure elementi di programmazione dinamica che consentano di gestire parametri e fenomeni che sono variabili nel tempo. In particolare, si fa riferimento alla possibilità di far evolvere i prezzi delle azioni delle società all'interno della rete e alla eventualità che le partecipazioni che una società possiede nell'altra possano variare nel tempo.

Bibliografia

Acemoglu D, Malekian A and Ozdaglar A (2016). Network security and contagion. *Journal of Economic Theory*, Academic Press **166**: 536–585. Available from: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022053116300837 (accessed 15 July 2018).

Albert RR and Barabasi A-L (2001). Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*. Available from: http://arxiv.org/abs/cond-mat/0106096%0Ahttp://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.74.47.

Allen F and Gale D (2000). Financial Contagion. *Journal of Political Economy* **108**(1): 1. Available from: http://www.jstor.org/stable/10.1086/262109.

Almeida H V. and Wolfenzon D (2006). A Theory of Pyramidal Ownership and Family Business Groups. *The Journal of Finance* **61**(6): 2637–2680. Available from: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1540-6261.2006.01001.x.

Aminadav G, Bachrach Y, Konstantin K, Rosenschein JS and Wilf Y (2011). Rebuilding the Great Pyramids: A method for identifying control relations in complex ownership structures. *Available at SSRN …*. Available from: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1903941.

Barabasi A-L and Albert R (1999). Emergence of scaling in random networks. *Science (New York, N.Y.)*, American Association for the Advancement of Science **286**(5439): 509–12. Available from: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/10521342 (accessed 23 June 2018).

Bardoscia M, Battiston S, Caccioli F and Caldarelli G (2015). DebtRank: A Microscopic Foundation for Shock Propagation. Perc M (ed.), *PLOS ONE*, Public Library of Science **10**(6): e0130406. Available from: http://dx.plos.org/10.1371/journal.pone.0130406 (accessed 16 June 2018).

Bardoscia M, Battiston S, Caccioli F and Caldarelli G (2017). Pathways towards instability in financial networks. *Nature Communications* **8**.

Bargigli L, di Iasio G, Infante L, Lillo F and Pierobon F (2015). The multiplex structure of interbank networks. *Quantitative Finance*.

Barrat A, Barthélemy M, Pastor-Satorras R and Vespignani A (2004). The architecture of complex weighted networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, National Academy of Sciences **101**(11): 3747–52. Available from: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/15007165 (accessed 16 June 2018).

Battiston S (2004). Inner structure of capital control networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **338**(1): 107–112. Available from: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437104002262.

Battiston S, Puliga M, Kaushik R, Tasca P and Caldarelli G (2012). DebtRank: Too Central to Fail? Financial Networks, the FED and Systemic Risk. *Scientific Reports*, Nature Publishing Group **2**(1): 541. Available from: http://www.nature.com/articles/srep00541 (accessed 16 June 2018).

Battiston S, D'Errico M and Gurciullo S (2016). DebtRank and the Network of Leverage. *The Journal of Private Equity*, Euromoney Institutional Investor PLC. Available from: https://www.jstor.org/stable/pdf/44396818.pdf (accessed 23 June 2018).

Battiston S, Caldarelli G, D'Errico M and Gurciullo S (2016). Leveraging the network: A stress-test framework based on DebtRank. *Statistics & Risk Modeling*, De Gruyter Oldenbourg **33**(3–4): 117–138. Available from: https://www.degruyter.com/view/j/strm.2016.33.issue-3-4/strm-2015-0005/strm-2015-0005.xml (accessed 23 June 2018).

Ben-Nasr H, Boubaker S and Rouatbi W (2015). Ownership structure, control contestability, and corporate debt maturity. *Journal of Corporate Finance* **35**: 265–285.

Berglöf E and Perotti E (1994). The governance structure of the Japanese financial keiretsu. *Journal of Financial Economics*, North-Holland **36**(2): 259–284. Available from: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304405X94900264 (accessed 23 June 2018).

Bertoni F and Randone PA (2006). The Small-World of Italian Finance: Ownership Interconnections and Board Interlocks amongst Italian Listed Companies. *SSRN Electronic Journal*. Available from: http://www.ssrn.com/abstract=917587.

Black P (2008). 'sparse graph'. *Dictionary of Algorithms and Data Structures [online],*

Vreda Pieterse and Paul E. Black, eds. 14 August 2008. Available from: https://www.nist.gov/dads/HTML/sparsegraph.html (accessed 5 May 2018).

Borgatti SP and Everett MG (1999). Models of core periphery structures. *Social Networks* **21**: 375–395. Available from: www.elsevier.comrlocatersocnet (accessed 23 June 2018).

Bris A (2002). Toeholds, takeover premium, and the probability of being acquired. *Journal of Corporate Finance* **8**(3): 227–253.

Burkart M (1995). Initial Shareholdings and Overbidding in Takeover Contests. *Journal of Finance* **50**(5): 1491–1515. Available from: http://www.jstor.org/stable/2329324?origin=crossref.

Burlon L (2015). Ownership Networks and Aggregate Volatility. *SSRN Electronic Journal*. Available from: http://www.ssrn.com/abstract=2600875 (accessed 15 July 2018).

Caldarelli G (2007). *Scale-free networks : complex webs in nature and technology*. Oxford University Press. Available from: https://books.google.it/books?hl=it&lr=&id=6pwVDAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR7&dq=Scale-Free+Networks:+Complex+Webs&ots=X7Tz75SZU_&sig=J8LEmYPkmHQquq5X-BgjkOMY1Ow#v=onepage&q=Scale-Free Networks%3A Complex Webs&f=false (accessed 23 June 2018).

Chapelle A and Szafarz A (2005). Controlling firms through the majority voting rule. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **355**(2–4): 509–529. Available from: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437105003092.

Christiano Silva T and Zhao L (2016). *Machine Learning in Complex Networks*. Cham: Springer International Publishing. Available from: http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-17290-3.

Claessens S, Djankov S and Lang LHP (2000). The separation of ownership and control in East Asian Corporations. *Journal of Financial Economics* **58**: 81–112.

Compston H (2013). The network of global corporate control: implications for public policy. *Business and Politics* **15**(03): 357–379. Available from: https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S1369525800002849/type/jo

urnal_article.

Corrado R and Zollo M (2006). Small worlds evolving: governance reforms, privatizations, and ownership networks in Italy. *Industrial and Corporate Change* **15**(2): 319–352. Available from: http://dx.doi.org/10.1093/icc/dtj018.

Costa L da F, Rodrigues FA, Travieso G and Boas PRV (2005). Characterization of complex networks: A survey of measurements. Available from: http://arxiv.org/abs/cond-mat/0505185%0Ahttp://dx.doi.org/10.1080/00018730601170527.

Crama Y and Leruth L (2007). Control and voting power in corporate networks: Concepts and computational aspects. *European Journal of Operational Research* **178**(3): 879–893.

CRAMA Y and LERUTH L (2013). Power Indices and the Measurement of Control in Corporate Structures. *International Game Theory Review* **15**(03): 1340017. Available from: http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0219198913400173.

Dastkhan H and Gharneh NS (2017). Simulation of Contagion in the Stock Markets Using Cross-Shareholding Networks: A Case from an Emerging Market. *Computational Economics*. Available from: http://link.springer.com/10.1007/s10614-017-9781-6 (accessed 8 March 2018).

Dastkhan H and Gharneh NS (2018). How the ownership structures cause epidemics in financial markets: A network-based simulation model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **492**: 324–342. Available from: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437117309810 (accessed 8 March 2018).

Dastkhan H and Shams Gharneh N (2016). Determination of Systemically Important Companies with Cross-Shareholding Network Analysis: A Case Study from an Emerging Market. *International Journal of Financial Studies* **4**(3): 13. Available from: http://www.mdpi.com/2227-7072/4/3/13.

De Domenico M, Solé-Ribalta A, Cozzo E, Kivelä M, Moreno Y, Porter MA, Gómez S and Arenas A (2014). Mathematical formulation of multilayer networks. *Physical Review X* **3**(4): 1–15.

Di Giacomo M and Cenci M (2018). Corporate control and ownership networks. *Corporate*

Ownership & Control **15**(4): 86–95. Available from: https://www.virtusinterpress.org/CORPORATE-CONTROL-AND-OWNERSHIP-NETWORKS.html?var_mode=calcul.

Dietzenbacher E and Temurshoev U (2008). Ownership relations in the presence of cross-shareholding. *Journal of Economics/ Zeitschrift fur Nationalokonomie* **95**(3): 189–212.

Dimopoulos T and Sacchetto S (2014). Preemptive bidding, target resistance, and takeover premiums. *Journal of Financial Economics*, Elsevier **114**(3): 444–470. Available from: http://dx.doi.org/10.1016/j.jfineco.2014.07.013.

Dorofeenko V, Lang LHP, Ritzberger K and Shorish J (2007). Who controls Allianz? *Annals of Finance* **4**(1): 75–103. Available from: http://link.springer.com/10.1007/s10436-006-0069-4.

Dorogovtsev SN and Mendes JFF (2000a). Evolution of reference networks with aging. Available from: https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0001419.pdf (accessed 23 June 2018).

Dorogovtsev SN and Mendes JFF (2000b). Scaling Behaviour of Developing and Decaying Networks. Available from: http://arxiv.org/abs/cond-mat/0005050 (accessed 23 June 2018).

Doyle JC, Alderson DL, Li L, Low S, Roughan M, Shalunov S, Tanaka R and Willinger W (2005). The "robust yet fragile" nature of the Internet. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, National Academy of Sciences **102**(41): 14497–502. Available from: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/16204384 (accessed 15 July 2018).

Earle JS, Kucsera C and Telegdy A (2005). Ownership Concentration and Corporate Performance on the Budapest Stock Exchange: do too many cooks spoil the goulash? *Corporate Governance* **13**(2): 254–264. Available from: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1467-8683.2005.00420.x.

Eckbo BE (2009). Bidding strategies and takeover premiums: A review. *Journal of Corporate Finance*, Elsevier B.V. **15**(1): 149–178. Available from: http://dx.doi.org/10.1016/j.jcorpfin.2008.09.016.

Eckbo BE (2014). Corporate Takeovers and Economic Efficiency. *Annual Review of Financial Economics* **6**(1): 51–74. Available from: http://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev-financial-110112-120938.

Edwards JSS and Weichenrieder AJ (17AD). *HOW WEAK IS THE WEAKEST-LINK PRINCIPLE? ON THE MEASUREMENT OF FIRM OWNERS' CONTROL RIGHTS*. Available from: www.CESifo.de.

Edwards JSS and Weichenrieder AJ (2009a). Control rights, pyramids, and the measurement of ownership concentration. *Journal of Economic Behavior & Organization* **72**(1): 489–508. Available from: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167268109001516 (accessed 2 March 2018).

Edwards JSS and Weichenrieder AJ (2009b). Control rights, pyramids, and the measurement of ownership concentration. *Journal of Economic Behavior & Organization* **72**(1): 489–508. Available from: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167268109001516.

Edwards JSSS and Weichenrieder AJ (2009). Control rights, pyramids, and the measurement of ownership concentration. *Journal of Economic Behavior and Organization* **72**(1): 489–508. Available from: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167268109001516 (accessed 2 March 2018).

Elliott M, Golub B and Jackson MO (2014). Financial networks and contagion. *American Economic Review*.

Erdös P and Rényi A (1959). On random graphs, I. *Publicationes Mathematicae (Debrecen)* **6**: 290–297. Available from: citeulike-article-id:4012374.

Eurostat (2010). *Business Registers: Recommendations Manual*. *Publications Office of the European Union*. Available from: http://ec.europa.eu/eurostat/ramon/statmanuals/files/KS-32-10-216-EN-C-EN.pdf.

Faccio M and Lang LHP (2002). The ultimate ownership of Western European corporations. *Journal of Financial Economics* **65**: 365–395. Available from: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304405X02001460.

Gambarelli G (1982a). Portfolio Selection and Firms Control. *Finance* **3**(1): 69–83.

Gambarelli G (1982b). The «control quota» component in the price of shares. *Rivista di Matematica per le Scienze Economiche e Sociali* **5**(1): 53–63. Available from: http://link.springer.com/10.1007/BF02085250.

Gambarelli G (1983). Common behaviour of power indices. *international journal of game theory* **12**(4): 237–244. Available from: http://arxiv.org/abs/1011.1669.

Gambarelli G (1994). Power indices for political and financial decision making: A review. *Annals of Operations Research* **51**(4): 163–173. Available from: http://download.springer.com/static/pdf/297/art:10.1007/BF02032761.pdf?originUrl=http://link.springer.com/article/10.1007/BF02032761&token2=exp=1446654838~acl=/static/pdf/297/art%253A10.1007%252FBF02032761.pdf?originUrl%253.

Gambarelli G (1996). Takeover Algorithms. In: , pp. 212–222. Available from: http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-51730-3_13.

Gambarelli G (n.d.). Algorithm for automatic computation of power variations in share tradings. (September 1984).

Gambarelli G and Owen G (1994). Indirect control of corporations. *International Journal of Game Theory* **23**(4): 287–302. Available from: http://link.springer.com/10.1007/BF01242945.

Glattfelder J and Battiston S (2009). Backbone of complex networks of corporations: The flow of control. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* **80**(3): 1–24.

Hideaki A and Battiston S (2013). DebtRank Analysis of the Japanese Credit Network.

Hirshleifer D and Titman S (1990). Share Tendering Strategies and the Success of Hostile Takeover Bids. *Journal of Political Economy* **98**(2): 295–324. Available from: http://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/261679.

Jarrell G, Brickley J and Netter J (1988). The Market for Corporate Control: The Empirical Evidence Since 1980. *Journal of Economic Perspectives* **2**(1): 49–68.

Karos D and Peters H (2015). Indirect control and power in mutual control structures. *Games and Economic Behavior*, Elsevier Inc. **92**: 150–165. Available from:

http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0899825615000895.

Kivelä M, Arenas A, Barthelemy M, Gleeson JP, Moreno Y and Porter MA (2014). Multilayer networks. *Journal of Complex Networks* **2**(3): 203–271.

Kogut B and Walker G (2001). The Small World of Germany and the Durability of National Networks. *American Sociological Review* **66**(3): 317.

La Porta R, Lopez-De-Silanes F and Shleifer A (1999). Corporate Ownership Around the World. *The Journal of Finance* **54**(2): 471–517. Available from: http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/0022-1082.00115/full%5Cnhttp://doi.wiley.com/10.1111/0022-1082.00115.

Laeven L and Levine R (2008). Complex ownership structures and corporate valuations. *Review of Financial Studies* **21**(2): 579–604.

Latapy M, Magnien C and Vecchio N Del (2008). Basic notions for the analysis of large two-mode networks. *Social Networks*, North-Holland **30**(1): 31–48. Available from: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378873307000494 (accessed 23 June 2018).

Lemma TT and Negash M (2016). Corporate ownership patterns in developing countries. *Corporate Ownership and Control*.

Levy M (2009). Control in pyramidal structures. *Corporate Governance* **17**(1): 77–89.

Levy M and Szafarz A (2016). Cross-Ownership: A Device for Management Entrenchment? *Review of Finance*: rfw009. Available from: https://academic.oup.com/rof/article-lookup/doi/10.1093/rof/rfw009.

Li H, An H, Gao X, Huang J and Xu Q (2014). On the topological properties of the cross-shareholding networks of listed companies in China: Taking shareholders' cross-shareholding relationships into account. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **406**: 80–88.

Li H, Fang W, An H and Yan L (2014). The shareholding similarity of the shareholders of the worldwide listed energy companies based on a two-mode primitive network and a one-mode derivative holding-based network. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*.

Lingmin X (2016). ULTIMATE OWNERSHIP STRUCTURE AND CAPITAL STRUCTURE : EVIDENCE FROM CHINESE LISTED COMPANIES. **13**(4): 297–306.

Ma YY, Zhuang XT and Li LX (2011). Research on the relationships of the domestic mutual investment of China based on the cross-shareholding networks of the listed companies. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*.

Martins P and Neves E (2017). Corporates' control strategies using network optimization. *International Transactions in Operational Research* **24**(5): 1041–1059. Available from: http://doi.wiley.com/10.1111/itor.12288.

Milgram S (1967). The small world problem. *Psychology today* **2**(1): 61–67.

Napoli F (2018). Corporate governance and firm networks: An empirical research based on Italy. *Corporate Ownership and Control* **15**(2): 231–247. Available from: https://virtusinterpress.org/CORPORATE-GOVERNANCE-AND-FIRM,5228.html.

Newman MEJ (2003). The structure and function of complex networks. *SIAM Reveiw* **45**(2): 167–256.

Opsahl T and Panzarasa P (2009). Clustering in weighted networks. *Social Networks*, North-Holland **31**(2): 155–163. Available from: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378873309000070 (accessed 23 June 2018).

Paligorova T and Xu Z (2012). Complex ownership and capital structure. *Journal of Corporate Finance* **18**(4): 701–716. Available from: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0929119912000466.

Paltalidis N, Gounopoulos D, Kizys R and Koutelidakis Y (2015). Transmission channels of systemic risk and contagion in the European financial network. *Journal of Banking and Finance*.

Pecora N and Spelta A (2015). Shareholding relationships in the Euro Area banking market: A network perspective. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, North-Holland **434**: 1–12. Available from: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437115003702#a000010 (accessed 24 March 2018).

Perra N and Fortunato S (2008). Spectral centrality measures in complex networks. *Physical Review E*, American Physical Society **78**(3): 036107. Available from: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.78.036107 (accessed 23 June 2018).

Romano R (1991). *A Guide to Takeovers: Theory, Evidence and Regulation*. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, Working paper (Yale Law School. Center for Studies in Law, Economics, and Public Policy), Yale Law School, Center for Studies in Law, Economics, and Public Policy. Available from: https://books.google.it/books?id=PdQZPAAACAAJ.

Romei A, Ruggieri S and Turini F (2015). The layered structure of company share networks. In: *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Data Science and Advanced Analytics, DSAA 2015*.

Rotundo G and D'Arcangelis AM (2010). Ownership and control in shareholding networks. *Journal of Economic Interaction and Coordination* **5**(2): 191–219. Available from: http://link.springer.com/10.1007/s11403-010-0068-4.

Rotundo G and D'Arcangelis AM (2014). Network of companies: An analysis of market concentration in the Italian stock market. *Quality and Quantity* **48**(4): 1893–1910.

Roukny T, Bersini H, Pirotte H, Caldarelli G and Battiston S (2013). Default Cascades in Complex Networks: Topology and Systemic Risk. *Scientific Reports*, Nature Publishing Group **3**(1): 2759. Available from: http://www.nature.com/articles/srep02759 (accessed 16 June 2018).

Rungi A, Morrison G and Pammolli F (2017). Global Ownership and Corporate Control Networks. *SSRN Electronic Journal*. Available from: https://www.ssrn.com/abstract=3031955.

Sacristán-Navarro M and Gómez-Ansón S (2007). Family ownership and pyramids in the Spanish market. *Family Business Review* **20**(3): 247–265.

Saghi-Zedek N (2016). Product diversification and bank performance: Does ownership structure matter? *Journal of Banking and Finance*, Elsevier B.V. **71**: 154–167. Available from: http://dx.doi.org/10.1016/j.jbankfin.2016.05.003.

Schilling M a. and Phelps CC (2007). Interfirm Collaboration Network: The Impact of Network Structure on Firm Innovation. *Management Science* **53**(7): 1113–1126.

Available from: http://mansci.journal.informs.org/content/53/7/1113.short.

Scott J (1991). Networks Of Corporate Power: A Comparative Assessment. *Annual Review of Sociology* **17**(1): 181–203.

Souma W, Fujiwara Y and Aoyama H (2005). Change of ownership networks in Japan.: 5. Available from: http://arxiv.org/abs/physics/0504045.

Strogatz SH (2001). Exploring complex networks. *Nature* **410**(6825): 268–276. Available from: http://www.nature.com/doifinder/10.1038/35065725 (accessed 23 June 2018).

Thurner S and Poledna S (2013). DebtRank-transparency: Controlling systemic risk in financial networks. *Scientific Reports*, Nature Publishing Group **3**(1): 1888. Available from: http://www.nature.com/articles/srep01888 (accessed 16 June 2018).

Varela LM, Rotundo G, Ausloos M and Carrete J (2014). Complex networks analysis in socioeconomic models. Available from: https://arxiv.org/pdf/1403.6767.pdf (accessed 13 February 2018).

Vitali S and Battiston S (2011). Geography versus topology in the European ownership network. *New Journal of Physics*.

Vitali S, Glattfelder J and Battiston S (2011). The Network of Global Corporate Control. *PLoS ONE* **6**(10): e25995. Available from: http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0025995.

Watts DJ and Strogatz SH (1998). Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, Nature Publishing Group **393**(6684): 440–442. Available from: http://www.nature.com/articles/30918 (accessed 23 June 2018).

Wolfenzon D (1999). A Theory of Pyramidal Ownership.

Zaheer A and Bell GG (2005). Benefiting from network position: Firm capabilities, structural holes, and performance. *Strategic Management Journal* **26**(9): 809–825.